

Geometrische Optik

Theorie:

Die geometrische Optik behandelt die geradlinige Ausbreitung des Lichtes in eng begrenzten Lichtbündeln. Beweis für geradlinige Ausbreitung ist Schattenbildung. Bei punktförmiger Lichtquelle mit flächenhafter Ausdehnung entstehen ein Kernschatten und ein Halbschatten.

Reflexionsgesetz:

Der Einfallswinkel ist gleich dem Reflexionswinkel

$$\alpha_1 = \alpha_r$$

α_1 ... Einfallswinkel

α_r ... Reflexionswinkel

Brechungsgesetz:

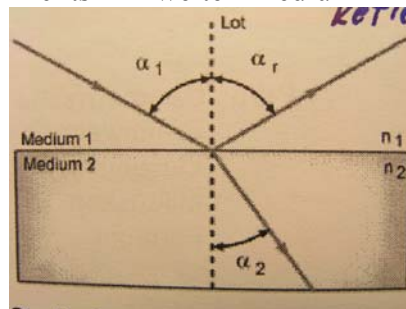
$$\sin(\alpha_1) / \sin(\alpha_2) = c_1/c_2 = n_2 = n_1/n_2$$

α_1 ... Winkel zum Lot des einfallenden Strahls

α_2 ... Winkel vom Lot des ausfallenden Strahls

c_1 ... Phasengeschwindigkeit des Lichtes im ersten Medium

c_2 ... Phasengeschwindigkeit des Lichtes im zweiten Medium



Linse:

Sie besteht aus zwei brechenden Grenzflächen, eine davon hat eine Krümmung.

Dicke Linsen haben 2 Hauptebenen. Bei dünnen Linsen fasst man beide Brechungen zu einer Hauptebene zusammen.

Brennweite:

Die Brennweite f hängt vom Linsenmaterial, den Krümmungsradien der begrenzenden Kugelflächen und den umgebenden Medium ab

f' ... bildseitige Brennweite = $-f$ gegenstandsseitige Brennweite

n ... Brechzahl vom Linsenmaterial

n_m ... Brechzahl umgebendes Medium (Luft ~ 1)

r_1 ... Krümmungsradius der linken Linsenfläche

r_2 ... Krümmungsradius der rechten Linsenfläche dann gilt für dünne Linsen:

$$1 / f' = D' = (n / n_m - 1) * (1 / r_1 - 1 / r_2)$$

Die Laufrichtung des Lichts wird von links nach rechts angenommen.

Vorzeichen:

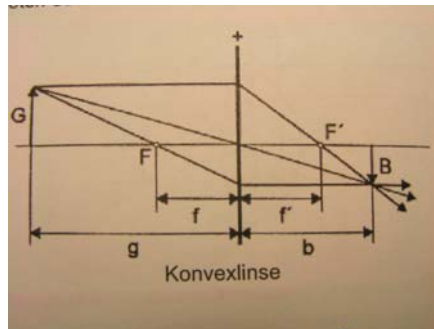
	f'	r_1	r_2
Bikonvexe Linse:	+	+	-
Bikonkave Linse:	-	-	+

Krümmungsradien zur gegenstandsseitigen gewölbten Bildfläche sind positiv und vice versa.

Konvexlinse

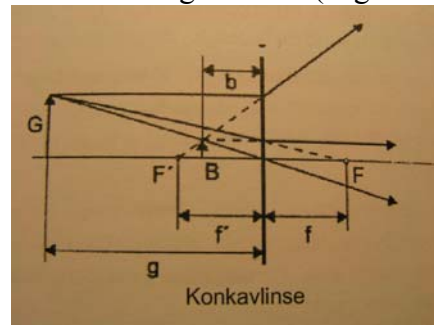
Sammellinse: Sind in der Mitte dicker als am Rand, Strahlen parallel zur opt. Achse werden nach der Linse in einem Brennpunkt F' gesammelt. Der Abstand zur Linse ist die Brennweite f . Sie wirkt wie eine Lupe.

- G...Gegenstandsgröße
- g...Gegenstandsweite
- B...Bildgröße
- b...Bildweite
- F, F' ...Brennpunkt
- f, f' ...Brennweite



Konkavlinse (Zerstreuungslinse): Strahlen parallel zur opt. Achse werden aufgefächert als ob sie von einem Brennpunkt der vor der Linse liegt kämen. (negative Brennweite)

- G...Gegenstandsgröße
- g...Gegenstandsweite
- B...Bildgröße
- b...Bildweite
- F, F' ...Brennpunkt
- f, f' ...Brennweite



Brechwert: $D' = 1/f'$ Einheit: $[D']$ in Dioptrien (dpt) = 1/m

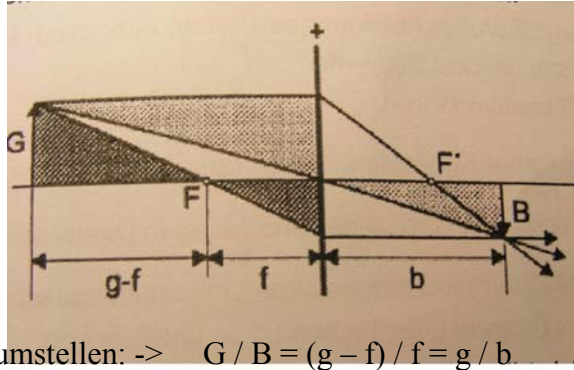
Zur Bildkonstruktion benötigt man mindestens 2 ausgezeichnete Strahlen.

Parallelstrahl: wird zum Brennpunkt

Brennpunktstrahl: wird Parallelstrahl

Mittelpunktstrahl: geht ohne Richtungsänderung durch Linse

- F...Brennpunkt
- B... Bildgröße
- G...Gegenstandsgröße
- b...Bildweite
- g...Gegenstandsweite
- f... Brennweite



Vergrößerung:

$V = B/G = b/g$ durch umstellen: $\rightarrow G / B = (g - f) / f = g / b$

Abbildungsgleichung für dünne Linsen:

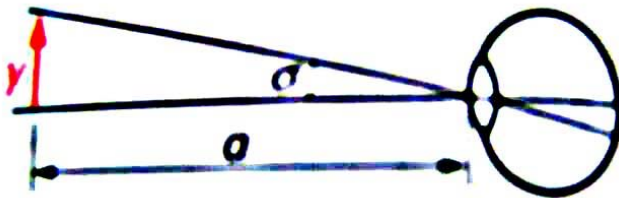
(Systeme dünner Linsen wirken wie eine Linse wenn der Abstand d zwischen beiden klein ist gegenüber ihren Brennweiten)

$$D = 1/f = 1/g + 1/b$$

Das Auge:

Mit der konvexen Augenlinse wird ein verkleinertes, umgekehrtes und reelles Bild des Gegenstandes auf der Netzhaut erzeugt. Die Anpassung an die verschiedenen Objektentfernungen erfolgt, da die Bildweite unveränderlich ist, durch die Veränderung der Brennweite mit dem Augenmuskel, der die Krümmung der Augenlinse ändert.

Diese Scharfstellen nennt man Akkommodation. Der Bereich geht vom Fernpunkt bis zum Nahpunkt. Die Bezugsweite ist mit $a_B = 25 \text{ cm}$ festgelegt.



Der Sehwinkel:

Ist jener den die äußersten vom Gegenstand kommenden Strahlen bilden.

y...Obj.Größe

a..Obj.Weite

sigma...Sehwinkel

$$\tan \sigma = y / a$$

Brennweitenbestimmung:

Die Brennweite einer Konvexlinse (Sammellinse) ist zu bestimmen

- 1a) durch Messung von Bild und Gegenstandsweite
- 1b) aus der Vergrößerung
- 1c) mit dem Besselverfahren

Durchführung

Auf einer optischen Bank mit mm Einteilung beleuchtet eine punktförmige Lichtquelle den Gegenstand (Strichmarken auf Mattglasscheibe) welcher auf einen optischen Schirm (Mattglasscheibe) abgebildet werden kann. Die optische Achse geht durch die Linsenmitte. Eine Sammel- und eine Zerstreuungslinse auf optischen Reitern können verschoben werden.

Experiment 1a)

Der Abstand ist über die Strichmarken ablesbar und somit sind die Entfernungen bestimmbar.

Experiment 1b)

Der Gegenstand (Strichmarken) wird gemessen. Er hat eine Länge von 10mm. Die Abbildung am Schirm wird ebenfalls abgemessen. und aus der Bildgröße kann die Vergrößerung berechnet werden.

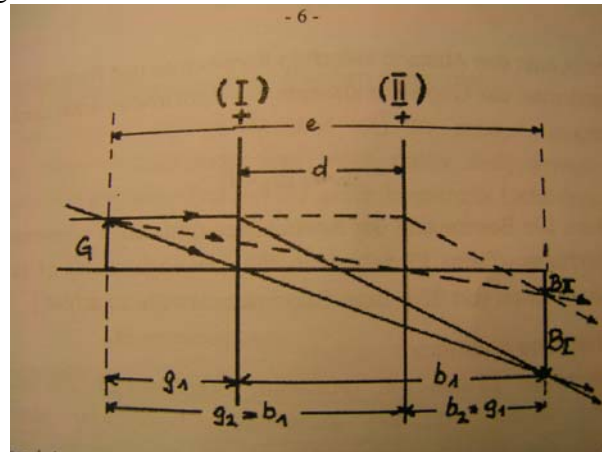
Durch Formelumstellung erhält man:

$$G / B = 1 / V = g / (1/V + 1)$$

V...Vergrößerung

g....Gegenstandsweite

Experiment 1c)
 Brennweitenbestimmung nach dem Besselverfahren.



Zwei symmetrische Linseneinstellungen liefern scharfe reelle Bilder bei festem Abstand e .
 Bedingung: $e > 4 \cdot f_{\text{Linse}}$

In Stellung I wird das Bild vergrößert, in Stellung II verkleinert.

Wegen der Symmetrie der Linsenstellungen gilt:

$$d = b_1 - g_1 \quad d = g_2 - b_2$$

$$e = b_1 + g_1 \quad e = g_2 + b_2 \quad f = 1/4 \cdot (e - d^2/e)$$

Messdaten

Konvexlinse Gegenstands- und Bildweite-Verfahren

g [mm]	b [mm]	f [mm]
556	120	98,6982249
135	365	98,55
122	578	100,737143
126	474	99,54
134	366	98,088

Konvexlinse Vergrößerungs-Verfahren

V	g [mm]	f [mm]
4,8	120	99,3103448
2,6	135	97,5
4,75	122	100,782609
3,8	126	99,75
2,65	134	97,2876712

Konvexlinse Besselverfahren

d [mm]	e [mm]	f [mm]
434	676	99,341716
230	500	98,55
458	700	100,084286
349	600	99,2495833
230	500	98,55

Experiment 2)
 Durchführung

Die Brennweite einer Konkavlinse ist in Kombination mit einer Konvexlinse zu bestimmen: Mit der Sammellinse wird auf dem Schirm ein reelles Bild erzeugt. Gegenstandsweite und Bildweite werden gemessen. Gegenstand und Sammellinse bleiben nun unverändert. Die Zerstreuungslinse wird nun zwischen Sammellinse und Schirm eingefügt. Der Abstand ist willkürlich. Nun ist der Schirm solange zu verschieben bis wieder ein scharfes Abbild entsteht. Durch neuerliches messen von Gegenstands- und Bildweiten kann die Brennweite der Konkavlinse berechnet werden.

Konkavlinse

g1 [mm]	b1 [mm]	b2 [mm]	d [mm]	g2 [mm]	f [mm]
134	366	45	329	-37	-208,125
200	198	78	150	-48	-124,8
300	147	135	90	-57	-98,653846
					2

Auswertung

Beim Gegenstands- und Bildweite-Verfahren konnte man die Brennweite ganz einfach durch die Linsengleichung:

$$f = 1 / (1/g + 1/b)$$

errechnet werden. Es ergab sich hiermit ein Wert für die Brennweite von $(99,1 \pm 1,0) \text{ mm}$. Für das Vergrößerungs-Verfahren benötigte man für die Auswertung eine Gleichung, welche man durch geschickte Umformung einiger anderer Gleichung erhielt:

$$f = g / (1/V + 1)$$

Durch Einsetzen erhielt man einen Wert für die Brennweite von $(98,9 \pm 1,5) \text{ mm}$. Für das Besselverfahren hatten wir für die Brennweitenberechnung folgende Gleichung zu verwenden:

$$f = \frac{1}{4}(e - d^2/e)$$

und erhielten hiermit eine Brennweite von $(99,1 \pm 0,6) \text{ mm}$. Die Berechnung der Brennweite der Konkavlinse ist ein klein wenig aufwendiger, da man g_2 (die Gegenstandsweite der Konkavlinse, wobei der Gegenstand das nicht mehr sichtbare Bild der Konvexlinse im Linsensystem ist).

Dazu verwendeten wir die Formel:

$$g_2 = -(b_1 - d)$$

Danach konnte wir die Brennweite der Konvexlinse durch anwenden der Linsengleichung (siehe oben) aus Bild- und Gegenstandsweite der Zerstreuungslinse errechnen für jede Anordnung sehr unterschiedliche Werte: 208 mm , 125 mm und 99 mm .

Experiment 3)

Die Brechkraft der Linsen ist in Dioptrien anzugeben:

Wir mussten anschließend noch alle Brennweiten in die Brechkraft umrechnen was mit der

Formel:

$$B = 1/f$$

sehr leicht ging. Für die Konkavlinse nahmen wir das gewogene Mittel von $(99,12 \pm 0,05)$ mm aus den einzelnen Mittelwerten der unterschiedlichen Messreihen und erhielten für die Konkavlinse eine Brechkraft von $(10,089 \pm 0,005)$ Dioptrien. Für die einzelnen Messwerte der Konkavlinse erhielten wir folgende Brechkraften: 4,8 Dioptrien, 8,0 Dioptrien und 10,1 Dioptrien.

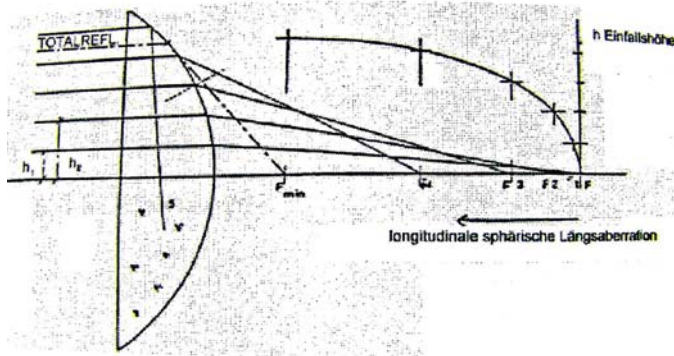
Interpretation

Alle drei Messmethoden für die Brennweite der Konkavlinse lieferten fast den gleichen Wert. Jedoch unterschieden sie sich durchaus in der Genauigkeit, welche man sehr schön an der Standardabweichung der einzelnen Werte der Messreihen erkennen konnte. Gemäß unseren Messungen ist somit die genaueste Messmethode die Besselmethode, welche fast um einen Faktor 3 genauer als die ungenaueste Methoden, welche die Vergrößerungs-Methode war, ist. Die Genauigkeit der Gegenstands- und Bildweite-Methode liegt ziemlich genau zwischen den Genauigkeiten der anderen beiden Methoden. Der Genauigkeit der von uns verwendeten Messmethode für die Brennweite der Zerstreuungslinse lässt etwas zu wünschen übrig. Alle drei Messwerte lagen dermaßen weit auseinander, dass jede Fehlerrechnung sinnlos wäre. Man kann gerade sagen, dass die Brennweite der Konkavlinse vermutlich irgendwo zwischen 208mm und 99mm.

Experiment 4

sphärische Abberation: (Zonenfehler)

sphärische Längsaberration).

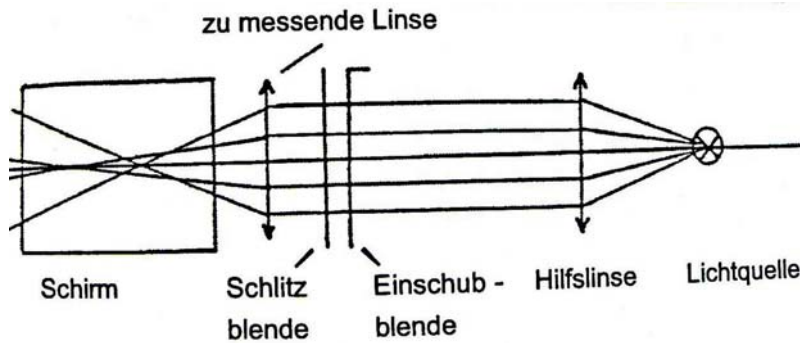


Bei sphärischen Linsen mit größerem Durchmesser und starker Krümmung macht sich ein Zonenfehler der Linse bemerkbar. Es entsteht eine Unschärfe im Bild weil Strahlen durch die Randzone der Linse stärker gebrochen werden. Die Brennweite ist somit von der Zonenhöhe abhängig. Abhilfe: Abblenden der Optik, Reduzierung der Eintrittspupille.

Durchführung

Es müssen parallele begrenzte Lichtbündel erzeugt werden. Dies geschieht mit Schlitzblenden die vor der Linse angebracht ist. Die Hilfslinse ist in einer Entfernung von der Lichtquelle aufzubringen, dass ein paralleles Lichtbündel entsteht. Dies lässt man schleifend auf dem schirm auftreffen, der hinter der Schlitzblende steht.

Die Blenden sind so ausgelegt, dass je ein Strahl in der optischen Achse und je 2 verschieden weit entfernte Strahlen zur Bestimmung der Brennpunkte herangezogen werden kann.



Wir verwenden eine plankonvexe Linse.

Messungen

flache Seite der Linse der Lichtquelle zugewendet

offene Blende	f[mm]
erste neben der Mitte	197 + k
zweite neben der Mitte	187 + k
dritte neben der Mitte	163 + k

gekrümmte Seite der Linse der Lichtquelle zugewendet

offene Blende	f[mm]
erste neben der Mitte	127 + c
zweite neben der Mitte	124 + c
dritte neben der Mitte	119 + c
vierte neben der Mitte	109 + c

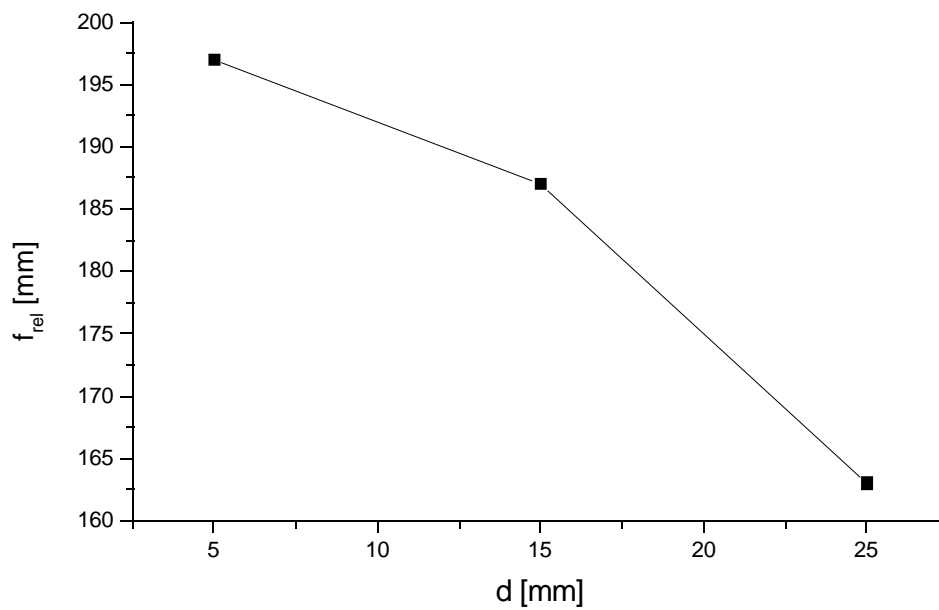
Abstände der Blenden von der Mittellinie

erste Blende	5 mm
zweite Blende	15 mm
dritte Blende	25 mm
vierte Blende	35 mm

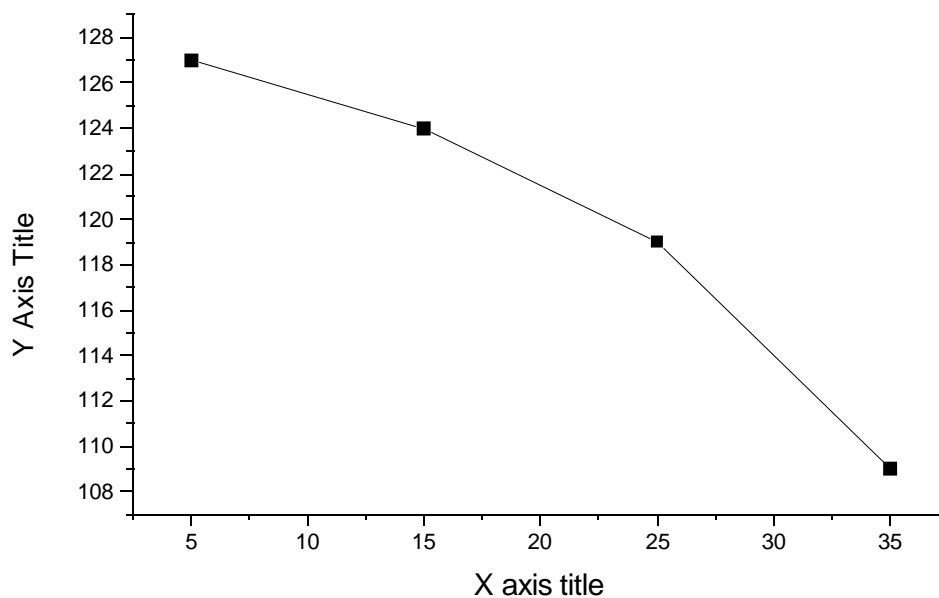
Auswertung

Als Auswertung trugen wir die relative Brennweite (wegen der nicht genau bestimmbar Hauptebenen bei der verwendeten dicken Linse) f_{rel} gegen den Abstand der betrachteten Strahlen vom Mittelpunkt der Linse d auf.

flache Seite der Linse der Lichtquelle zugewendet

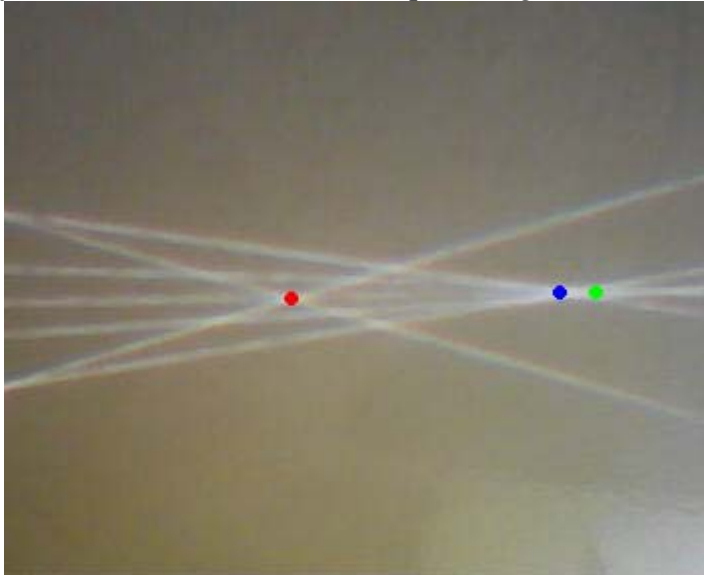


gekrümmte Seite der Linse der Lichtquelle zugewendet

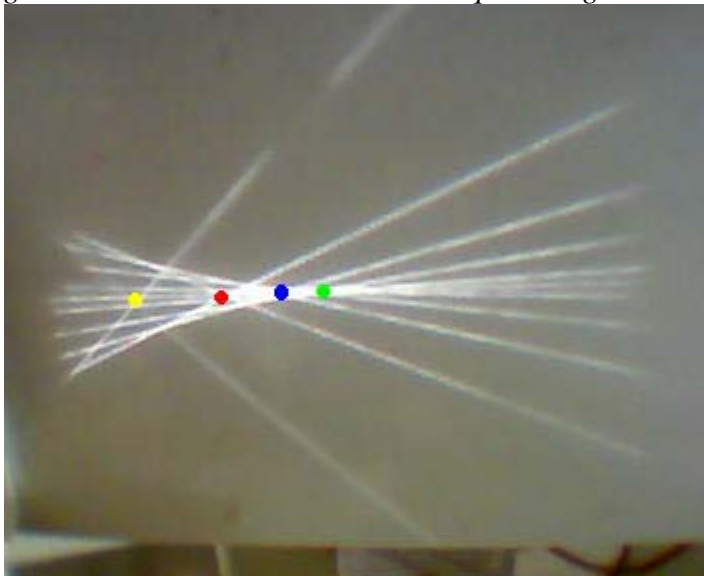


Zur graphischen Veranschaulichung haben wir auch noch Fotos von der Projektion auf dem Schirm bei beiden Linsenstellung gemacht und nachher am Computer die Brennpunkte der jeweiligen Strahlen noch farblich hervorgehoben: grün ist der Brennpunkt der ersten Strahlen neben dem Mittelpunktstrahl, blau der der zweiten, rot der der dritten und gelb der der vierten.

flache Seite der Linse der Lichtquelle zugewendet



gekrümmte Seite der Linse der Lichtquelle zugewendet

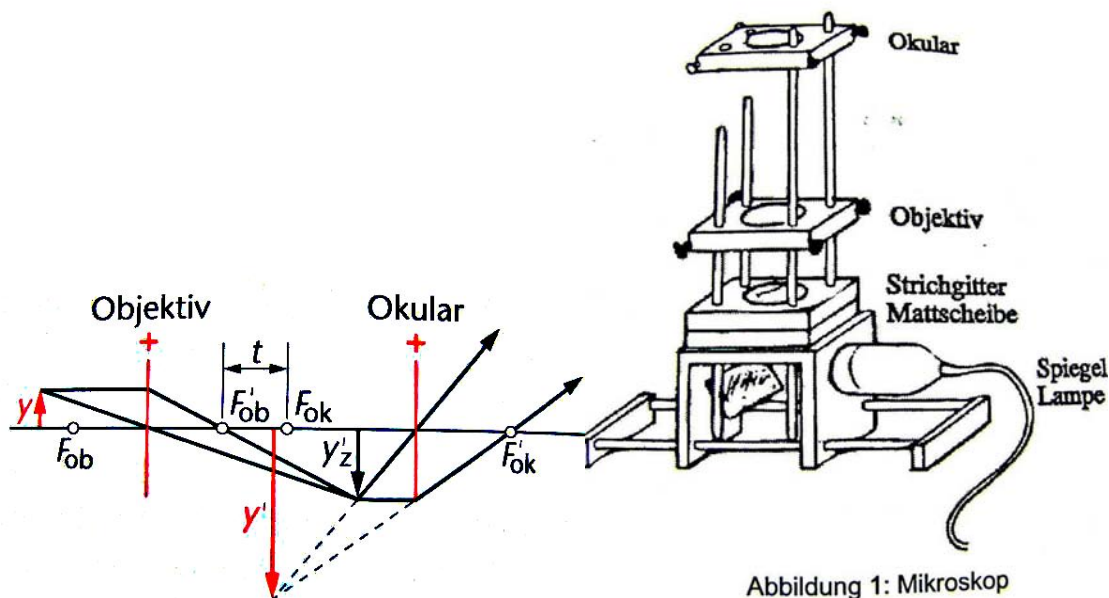


Interpretation

Man konnte bei diesem Experiment sehr anschaulich die sphärische Aberration als Linsenfehler erkennen. Die verwendete sehr dicke sphärische Linse zeigt schön die Abweichung der Strahlen bei zunehmender Entfernung vom Mittelpunkt. Im Idealfall einer parabolisch geschliffenen Linse sollten alle Strahlen unabhängig von ihrem Abstand vom Mittelpunkt der Linse denselben Brennpunkt haben, was aber hier nicht der Fall war, da es sich um eine sphärische Linse handelte. Jedoch bei sehr mittelpunktsnahen Strahlen kann man auch eine sphärische Linse noch gut mit einer idealen Linse approximieren, jedoch bei allen Strahlen, welche in etwas größeren Abstand von der Mitte die Linse passieren, tritt deutlich ein Linsenfehler auf, welcher sphärische Aberration genannt wird.

Experiment: Mikroskop

Das Mikroskop kann idealisiert werden als ein Linsensystem aus zwei Sammellinsen dem Objektiv und Okular. Die Abbildung kommt zustande das das Objektiv vom Gegenstand ein umgekehrtes reelles, vergrößertes Zwischenbild erzeugt. Das Okular wirkt nun als Lupe und erzeugt vom Zwischenbild ein aufrechtes Bild.



Durchführung

Das Grundgerüst besteht aus einer Beleuchtungseinheit, dem Umlenkspiegel und einer Mattscheibe. Im Aufbau werden an den Führungsstangen das Objektiv und das Okular befestigt. Das Fokussieren erfolgt durch Verschieben der Okulare. Für die Messung wird eine Strichplatte in einer Zentrieraufnahmeplatte zur Verfügung.

Experiment 1)

Ein Mikroskop wird aus einem Linsensystem (Achromat, Sammellinse mit Zerstreuungslinse) zusammengestellt.

Experiment 2)

Messung der Gesamtvergrößerung und Vergleich mit der theoretischen Gesamtvergrößerung. Ein Maßstab mit mm-Einteilung wird neben der Strichskala gelegt. Mit dem Auge wird abwechselnd auf beide Gegenstände geschaut.

Experiment 3)

Die Abhängigkeit der Vergrößerung von der Tubuslänge wird geprüft.

Experiment 4)

Das Eichen eines Okulars mit Hilfe der Strichteilung. Messung der Dicke eines Haares.

Messwerte

f_1 [mm]	f_2 [mm]	t [mm]	10 Strich auf der Skale = ... mm auf dem Lineal
40	25	135	18
40	25	100	13

Auswertung

Mittels der Gleichung

$$V = t \cdot s / (f_1 \cdot f_2)$$

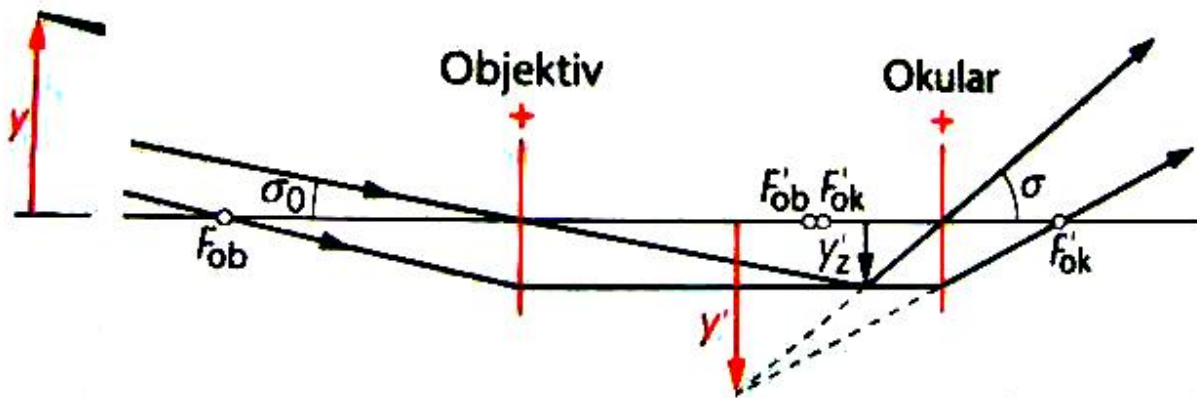
Konnten wir die theoretische Vergrößerung des Mikroskops errechnen. Weiters konnten man aus dem Skalenvergleich die Vergrößerung direkt messen, wobei ein Strich auf der Mikroskopskala immer 0,05 mm entsprach. Bei unserer ersten Versuchsanordnung erhielten wir eine theoretische Vergrößerung von 33,75 und maßen direkt eine Vergrößerung von 36. Der zweite Versuch mit veränderter Tubuslänge ergab eine theoretische Vergrößerung von 25 und einen gemessenen Wert von 26. Weiters konnten wir die Dicke eines Haares im Mikroskop mit genau 50 µm bestimmen, indem wir es einfach auf die schon am Objektträger aufliegende Skala passend auflegten und gut anpressten und somit direkt messen konnten.

Interpretation

Das Vergleichen der Skala im Mikroskop mit dem Lineal war durchaus schwierig. Es erforderte sehr hohe Konzentration und geschicktes „sehen“. Umso froher sind wir über die doch sehr gut zu den theoretischen Vergrößerungen passenden gemessenen Vergrößerungen. Auch die gemessene Dicke eines Haars passt gut zu dem Literaturwert, welcher zwischen $100\mu\text{m}$ und $10\mu\text{m}$ liegen. Weiters konnte auch gezeigt werden, dass die Vergrößerung mit zunehmender Tubuslänge (= Abstand der inneren Brennpunkte F'_{ob} und F'_{ok}) zunimmt.

Kepler'sches Fernrohr:

Kepler'sches Fernrohr (astronomisches Fernrohr)



Das Teleskop erzeugt umgekehrte, virtuelle, vergrößerte Bilder ferner bzw. unendlich ferner Gegenstände. Daher beobachtet man mit auf unendlich akkomodierten Auge.

Abhilfe vom umgekehrten Bild wäre eine Sammellinse einzufügen. Sie erzeugt vom Zwischenbild ein zweites umgekehrtes reelles Bild. (Prismenfernrohr)

Die Vergrößerung ist der Kehrwert vom Abbildungsmaßstab und unabhängig von der Entfernung des Objektes.

Der Brennpunkt des Objektivs fällt mit dem Brennpunkt des Okulars zusammen.

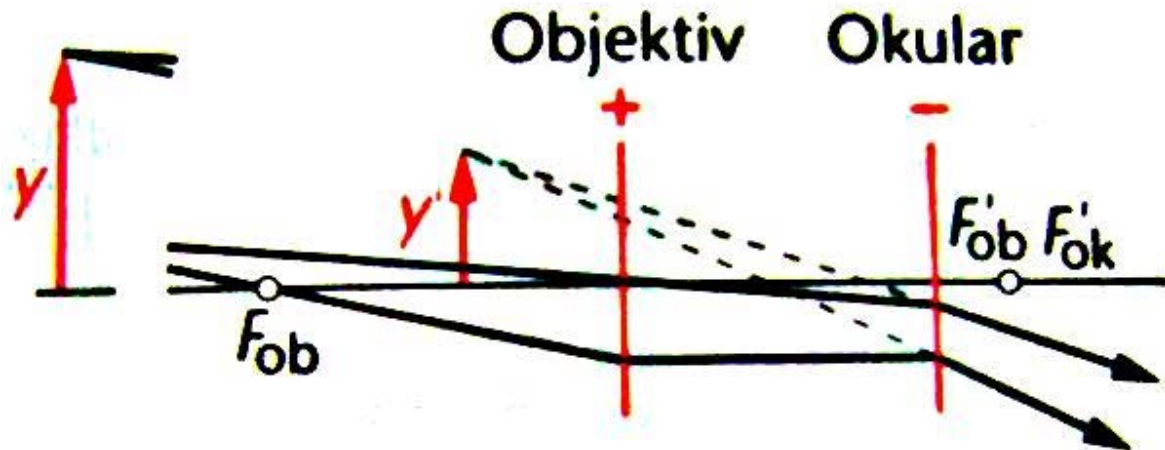
Das Zwischenbild entsteht in bzw. unmittelbar hinter der Brennebene des Objektivs, das Endbild liegt im unendlichen.

Zum Fokussieren wird das Okular dem Objektiv genähert, bis das Zwischenbild innerhalb der Okularbrennweite liegt. Die inneren Brennpunkte fallen praktisch zusammen (F'_{ob} , F'_{ok})

Normalvergrößerung: $V_n = \tan \sigma / \tan \sigma_0 = f_{ob} / f_{ok}$

holländisches, Galilei Fernrohr:

Das Objektiv ist eine Sammellinse, eine Zerstreuungslinse dient als Okular, Es gibt kein Zwischenbild.



Durchführung

Es wird laut Anweisung vom Betreuer nur ein astronomisches Fernrohr zusammengebaut.

Es wird für eine Entfernung von 3-5 m die Vergrößerung bestimmt. Dabei wird ein Maßstab einmal durch das Fernrohr, dann mit dem Auge anvisiert. Wenn man beide Maßstäbe übereinander sieht, kann man die Vergrößerung ablesen.

Das Fernrohr wird so eingestellt, das die vom Gegenstand ankommenden Strahlen möglichst parallel wieder aus dem Okular austreten und so in das Auge gelangen.

Messwerte

f_{Objektiv} [mm]	f_{Okular} [mm]	1 Skalenteil Teleskop = ... Skalenteile freies Auge
200	20	11
200	50	4,5

Auswertung

Die Vergrößerung eines astronomischen Teleskops kann man mit der Formel

$$V = f_{\text{Objektiv}} / f_{\text{Okular}}$$

ermitteln. Durch Skalenvergleich kann man auch die Vergrößerung des Teleskops direkt messen.

Bei unserer ersten Anordnung erhielten wir eine rechnerische Vergrößerung von 10 und maßen eine Vergrößerung von 11. Bei unserer zweiten Anordnung erhielten wir eine theoretische Vergrößerung von 4 und unsere Messung ergab eine Vergrößerung von 4,5.

Interpretation

Beim Teleskop-Versuch passten die gemessenen Vergrößerungen zum Glück auch relativ gut zu den durch die Eigenschaften der Versuchsanordnung errechneten Werten. Bei der ersten Anordnung waren die Linsenfehler der fürs Okular verwendeten Linse schon durchaus spürbar. Weiters bemerkten wir beim Bauen des Teleskops, dass der Abstand zwischen den beiden Linsen, welcher eigentlich der Summe der beiden Brennweiten entsprechen sollte, etwas verändert werden mussten um ein scharfes Bild zu erhalten, bis das Zwischenbild innerhalb der Okularbrennweite lag. Dies lag wohl daran das wir die Mitten der Linsen in der Halterung nur angenähert messen konnten.