

31.1.08 Prüfung

Prüfen

DENITRÖDER Experimentelle Physik

Bd 1-4

TIPPER Physik

I Einleitung

phys. Physik

(Gesetzmäßigkeiten) in Naturscheinung
Zusammenhänge
Erklären beobachtbarer Phänomene =
Zurückführung auf Grundprinzipien

1) System und Modell

ein betrachtetes System

Abgrenzter räumlicher Bereich mit Umgebung

System zeitlich unveränderlich: Zustand

beobachten und experimentieren $\Rightarrow$ Identifizierung von
Zusammenhängen: Modell

$\Rightarrow$ Theorie

math. Beschreibung eines Modells

Prüfung der Theorie durch
Experimente

- Theorie:
- Verständnis von Phänomenen
 - Vorhersage zukünftiger Entwicklungen von Systemen
 - Gültigkeitsgrenzen

Experiment:

- Ausgangspunkt von Modellbildungen
- Prüfen von Theorien

Wichtige Modelle - Felder (Namenpartikel)

- Fall im Schwerfeld
- Plattenbewegung
- Moleküle, Atome

⑤ Fallstrich: Wassertropfen, Metallkugel
mit Luft
Reibung
Warte langsam
Vakuum
Stech schnell

Modell der Welle

- Wasserwellen
- Schwingende Wellen
- elektromagnetische Wellen

Licht = Welle-Teilchen-Dualismus

Harter Körper: Körper die ihre Form nicht ändern

Flüssiger Körper: elastisch, fließfähig

2) Entwicklung physikalischen Weltbildes

600 v. Chr. Pythagoras, Thales, Demokrit
Reinigungslehre, Meteorologie, Philosophie
Aristoteles schon bekannt

Pythagoras: Musik, Rechenkunst

Demokrit: Aufbau der Welt aus Atombaussteinen

287-212 v. Chr. Archimedes: Hebelgesetz, Auftrieb

1564-1642 Galilei: Naturwissenschaftliche Methode
Experimente, Beobachtung + Erkenntnis
→ Modelle und Theorien
Mechanisches Weltbild

1571-1630 Kepler: Kepler'sche Gesetze

1642-1727 Newton: Gravitation, Kräftebegriffes
Trägheitsprinzip

1727-1789 Lavoisier: ~~Wärme~~ Thermodynamik
Anzahl der Atombau in Luft

1844-1906: Boltzmann: Wärme, Thermodynamik

1827-1896: Hagen: Interferenz von Licht, Optik

1788-1827: Fresnel: Optik

1811-1867: Faraday: Induktionsgesetz

1831-1879: Maxwell: Elektrodynamik

1852-1931: Michelson: Äthertheorie

1879-1955: Einstein: Relativitätstheorie

1858-1947: Planck: Quantenphysik

1901-1964: Lurberg: Urknall

1887-1961: Schrödinger: Wellengleichung für Materie

3) Bedeutung der Physik

Chemie: Bau Periodensystem

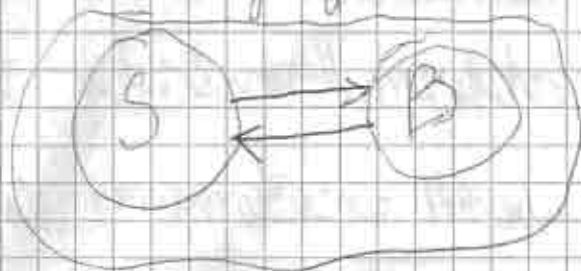
Astronomie: Raum, Astrophysik, Beobachtung

Metallurgie, Geographie: Strahlung

Biologie, Medizin: Makro- und Mikroorganismen, Diagnosemethode

Technik: Dampfmaschine, Erfindungsmaschine

4) Der Messvorgang



Obj. objektive Systemeigenschaften $\Rightarrow$ System
 makroskopisch
 $\Rightarrow$ Störungen durch Beobachter
 sehr gering

S mikroskopisch: wesentlicher Einfluss von B auf S

Unschärferelation: $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$ $\hbar \approx 10^{-34} \text{ Js}$

Beschreibung mittels phys. Größen

Zustand durch best. Größen eindeutig bestimmt:

Zustandsgrößen

Wann? komplett gleichzeitige Größen

Vergleichgröße: Maßeinheit

$\text{Größe} = \text{Maßzahl} \times \text{Einheit}$

Reproduzierbarkeit

Physikalische Relation

$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

Absolute Basisgrößen

Ab. Basisgrößen

Def.: durch festgelegte
Messverfahren und Einheiten
(absolute Basisgrößen)

- festgelegtes Normal: kg - Prototyp bei Paris
- überall reproduzierbar: Standard (kg)
- 5. GS - Masse (s)

Abgeleitete Basisgrößen

Definition: Relation von absoluten Basisgrößen und
willkürlichen konst. Größen (universelle Konstanten)

Vorgabe: Relationen existieren!

Wahl: Länge Def. Relation $l = c \cdot t$

Abg. Basisgröße: t

universell konst.: $c_0 = 299\,792\,458 \text{ m/s}$

Abgeleitete Basisgröße: l

- () - Basisgröße: m

Abgeleitete Einheiten

Definition: Relation von Basisgrößen

geschwindigkeit $v = \frac{l}{t}$

Abgeleitete Einheit: m/s

Dimension:

• Def.-Relation $[l/t]$

• Einheitenbeziehung $[m/s]$

Internationalen Einheiten

$$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$1 \text{ kcal} = 4184,9 \text{ J}$$

Zehnpotenz-Vorsätze

da h k M G T

→ größer

d c m μ n p t a

→ kleiner

Universelle Konst.

Länge $l = c \cdot t$

$$\rightarrow 299792458 \text{ m/s}$$

falls l, t „gleichartig“:

$$c_0 = 1 \Rightarrow l = t$$

$$c_0 = 1 \Rightarrow 299792458 \text{ m/s} = 1$$

$$1 \text{ m} = \frac{1}{299792458} \text{ s}$$

Bsp: Def 3. Wärmemenge: längst. Abs. Temperaturdifferenz

Def über Erwärmen v. Wasser

Joule'sche Experimente $\Rightarrow$

$$\Delta Q = K_w \cdot \Delta W$$

$$\rightarrow K_w = 2,3885 \cdot 10^{-4} \frac{\text{kcal}}{\text{J}}$$

• abgeleitete Basiseinheit Def. $\Delta Q = K_w \Delta W$

• ΔQ und ΔW als gleichartig erkannt

$$Kw-1 \Rightarrow \Delta Q = \Delta W$$

$$2,3884 \cdot 10^{-9} \frac{\text{Kcal}}{\text{s}} = 10^{-9}$$

$$1 \text{ Kcal} = \frac{1}{2,3884 \cdot 10^{-9}} \text{ J}$$

Einkaufensysteme:

Kg und abgegl. Basiseinheit
zusammengenommen abgegl. Einheiten

bilden (kohärentes) Einkaufenssystem

Anzahl + Auswahl der Basisgrößen inhaltlich

- Mehr absolute Basiseinheiten $\Rightarrow$ mehr Universalität
Konst. treten auf und müssen gemessen werden
- Festlegung v. univ. Konst. $\Rightarrow$ Übertragung zu
abgeleiteten Basisgrößen
- Ersetzen von universellen Konstanten durch 1
 $\rightarrow$ abgeleiteten Größen

Systeme International (SI)

Basisgrößen: Masse: m (als Basisgröße)

(Vergleichsmasse + Prototyp (1 Kilogramm))

1 kg typische Massen: Elektron: 10^{-30} kg
Proton: $1,7 \cdot 10^{-27}$ kg
Fluss: 10^{-3} kg
Mensch: 10^2 kg
genauigkeit 10^{-10}

Erde $6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

Sonne $2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

Mikrom. 10^{-4} kg

Zeit A (abs. Beispiele)

Messverfahren: Cs-Uhr

Genauigkeit 10^{-14}

Von 1s Zeit für 9192 631 770
Schwingungen der Cs-Uhr

Typische Zeiten

Lichtlaufzeit durch Atomkern:
 10^{-23} s

Eisen-Schmelzkernradius 10^{-14} m

Versenkung As

Lichtlaufzeit Sonne Erde: $5 \cdot 10^2 \text{ s}$

Lebensalter des Menschen: $2,5 \cdot 10^9 \text{ s}$

Entwicklung der Welt: $2 \cdot 10^{13} \text{ s}$

Alter des Universums: $5 \cdot 10^{17} \text{ s}$

Länge L (abgeleitete Messgrößen)

seit 1983

Interferometrische Verfahren

Genauigkeit 10^{-9}

Typische Längen: Protonenradius: 10^{-15} m

Abst. d. Luftmoleküle: 10^{-6} m

Mensch 2 m

Sonnensystem 10^{14} m

Werkendes Universum $5 \cdot 10^{25} \text{ m}$

Elektrische Stromstärke I

Wahl der zwischen Strom und elektr. Leistung



Temperatur T

Trippelpunkt von Wasser

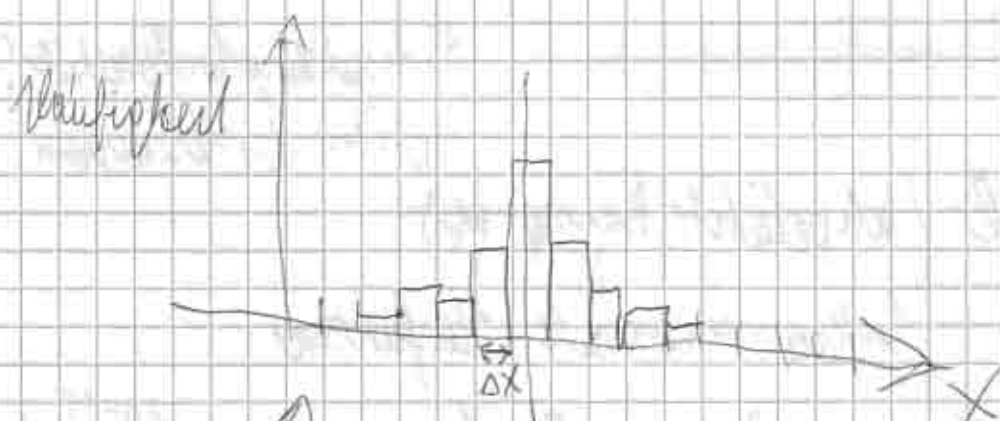
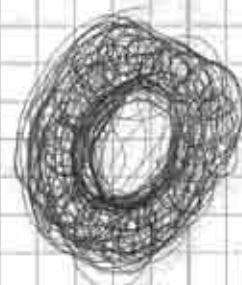
$$1K = \frac{1}{273,16} \text{ Temp. des } H_2O \text{ Trippelpunktes}$$

5) Mengenmessigkeit

- Systematische Fehler
- Statist. Fehler

Messung einer Größe x :

$$x_i \quad (i=1, \dots, n)$$



Histogramm

Repräsentation von Werten:

mit dem Σ d. Abweichungsquadrate $\rightarrow$

$$S = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \stackrel{!}{=} \min$$

Bestimmung von $\bar{x}$:

$$\frac{dS}{d\bar{x}} = - \sum_{i=1}^n 2(x_i - \bar{x}) \cdot (-1) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n x_i - n\bar{x} = 0$$

$$\boxed{\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}} \quad \text{arithm. Mittelwert}$$

Erhöhung der Anzahl d. Messwerte $\Rightarrow$ Annäherung an wahren Wert

$$x_w = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Maße für die Streuung: $x_i - x_w$: abs. Fehler d. Einzelw

arithm. Mittel der Abw. quadrate: $\boxed{\text{Varianz} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x_w)^2}$

$x_i - \bar{x}$: Abweichung einzel. Messw. vom arithm. MW

arithm. MW d. Abw. quadrate

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

σ = Standardabweichung

Vereinfachte Berechnung $n \gg 1$

$$\sigma^2 \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 =$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2) =$$

$$\frac{1}{n} \left(\sum x_i^2 - \frac{2\bar{x}}{n} \sum x_i + \frac{1}{n} (n\bar{x})^2 \right) = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = \sigma^2$$

$\overline{x^2} - 2\bar{x}^2 + \bar{x}^2$

$$\frac{1}{n} \sum x_i^2$$

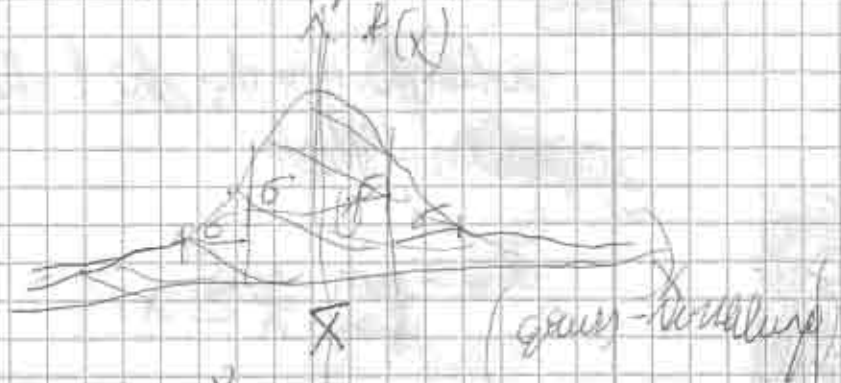
Relative Standardabw.

$$\frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow \text{Angabe in \%}$$

Kontinuitätsbedeutung von σ

Zentraler Grenzwertsatz:

Normalverteilung:



$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}$$

Vertrauensbereich für Einzelmessungen:

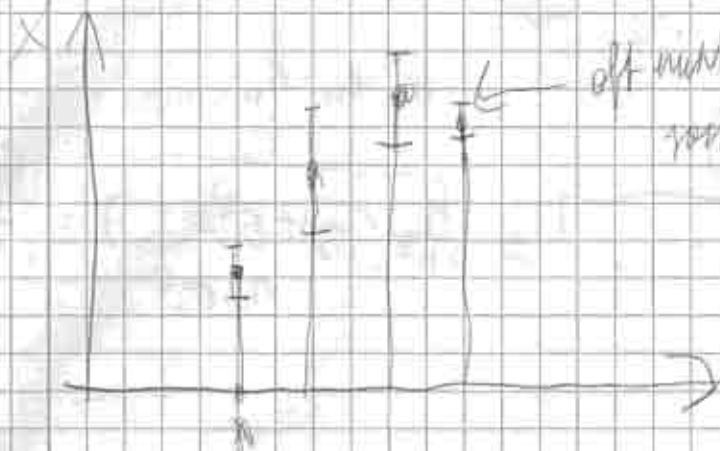
Wahrscheinlichkeit $x_i \in [\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma] \approx 68\%$

$E[\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} + 3\sigma] \approx 99\%$

"3-sigma-Regel"

Warnung $\rightarrow$ Werte außerhalb von $\pm 3\sigma$ können vernachlässigt werden





oft wird die Streuung der Einzelwerte
vorher die Streuung des Mittelwerts

Fehlerfortpflanzung

Wenn Kennzahl $R(x, y, \dots)$

Abhängig von σ_R

Absoluten Größenfeldern von R :

$$\sigma_R \leq \left| \frac{\partial R}{\partial x} \right| \cdot \sigma_x + \left| \frac{\partial R}{\partial y} \right| \cdot \sigma_y + \dots$$

Anweisung, werden Gleichungssysteme

Spezialfall - Potenz-Produkt

$$R = A \cdot x^a \cdot y^b \cdot \dots \Rightarrow$$

$$\sigma_R \leq \left| A \cdot x^{a-1} \cdot y^b \cdot \dots \right| \cdot \sigma_x + \left| A \cdot x^a \cdot y^{b-1} \cdot \dots \right| \cdot \sigma_y + \dots$$

$$\frac{\sigma_R}{R} \leq \left| a \right| \frac{\sigma_x}{x} + \left| b \right| \frac{\sigma_y}{y} + \dots$$

Fehler Fortpflanzung - Bereich (von Gauß)

$$\sigma_R = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial x} \right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial y} \right)^2 \sigma_y^2 + \dots}$$

hier geht die bedingte
Kompensation der
Fehler ein



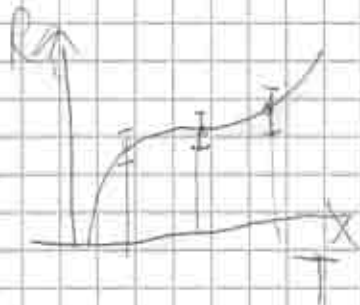
Bsp

$$\bar{x} = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \dots + x_n)$$

$$\sigma_{x_1}, \sigma_{x_2}, \dots, \sigma_{x_n}$$

Standardabweichung

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sigma_{x_1}^2 + \frac{1}{n} \cdot \sigma_{x_2}^2 + \dots} = \sqrt{\frac{1}{n^2} (\sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2 + \dots)} = \sqrt{\frac{1}{n} \sigma_x^2} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$$



II Mechanik

1) Kinematik von Massenpunkten

Bahnkurve: $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$ $[F] = [m]$

t : Zeit (Parameter in der Parameterdarstellung der Bahnkurve)

Bsp: geradlinige Bew.:

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) = a \cdot t \\ y(t) = b \cdot t \\ z(t) = c \end{pmatrix}$$

t eliminieren $\Rightarrow$

$$\frac{y(t)}{x(t)} = \frac{b}{a} \Rightarrow y = \frac{b}{a} x$$

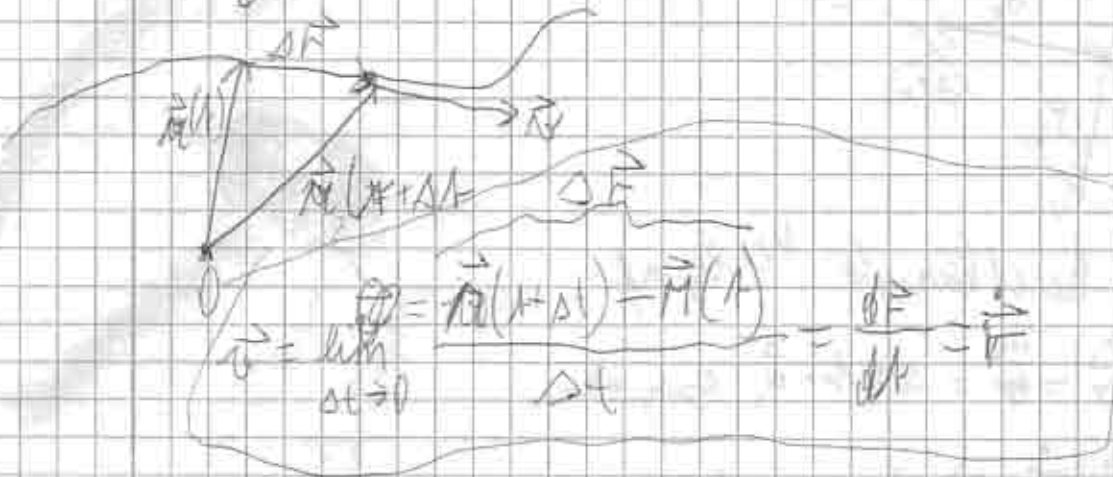
• Kreisbewegung:

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x = R \cdot \cos(\omega t) \\ y = R \cdot \sin(\omega t) \\ z = c \end{pmatrix}$$

t eliminieren $\Rightarrow$

$$x^2 + y^2 = R^2 \cdot (\cos^2(\omega t) + \sin^2(\omega t)) = R^2$$

Geschwindigkeit

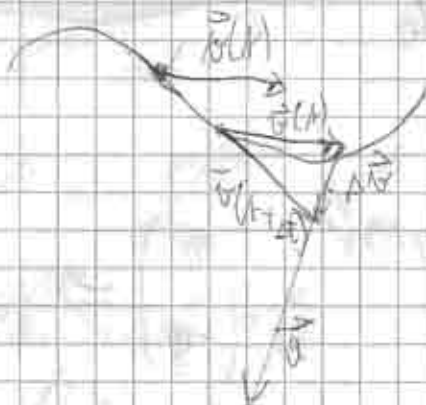


$$[\vec{v}] = [\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$$

1. Wegstrecke pro Zeiteinheit

$\vec{r}$: Tangentialvektor an Bahnkurve

Beschleunigung



$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}}$$

$$[\vec{a}] = [\text{m} \cdot \text{s}^{-2}]$$

$\vec{a}_t$... Tangentialbeschleunigung
 $\vec{a}_n$... Normalbeschleunigung

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

Speziell Bewegung:

unbeschleunigte Bewegung:

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}} = 0 \quad (\text{Bewegungsgleichung}) \Rightarrow$$

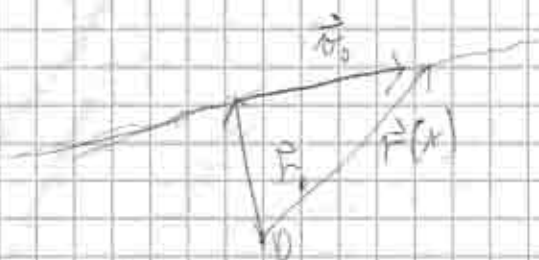
Integration

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \text{const.} = \vec{v}_0 \Rightarrow$$

$$\vec{r} = \vec{v}_0 \cdot t + \text{const.}$$

$$\text{Anfangsbedingungen} \quad \vec{r}(t=0) = \vec{r}_0$$

$$\boxed{\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \cdot t}$$



Gleichförmig beschleunigte Bewegung:

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}} = \text{const} = \vec{a}_0 \quad (\text{Beschleunigung})$$

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \vec{a}_0 t + \text{const}$$

$$\text{Anfangsbeding. } \vec{v}(t=0) = \vec{v}_0 \Rightarrow$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}_0 t \quad \Rightarrow$$

$$\vec{r} = \vec{v}_0 t + \vec{a}_0 \frac{t^2}{2} + \text{const}$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}_0}{2} t^2$$

$$\text{Anf.-Bed. } \vec{r}(t=0) = \vec{r}_0$$

Bsp.: Freier Fall

$$\text{Annahme: } \vec{a} = \vec{a}_0 = \text{const}$$

$$\vec{v}_0 = \vec{0}$$

$$\vec{r}_0 = \vec{0}$$

$$\vec{a}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\vec{v} = \vec{a}_0 \cdot t = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -gt \end{pmatrix}$$

$$\vec{r} = \frac{\vec{a}_0}{2} t^2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{gt^2}{2} \end{pmatrix}$$



4R1
3R2
2R1
R1

16R2
4R2
R2

Annahme: $\vec{v}_0 = \vec{0}$

$$|\vec{v}| = v_0 t \Rightarrow t = \frac{|\vec{v}|}{v_0}$$

Annahme: $\vec{r}_0 = \vec{0}$

$$|\vec{r}| = \frac{g t^2}{2} = h = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Anordnung 1. $M_n = n \cdot R_1$

a) unversch. $\lambda_n = \frac{Fn}{v_0} = n \cdot \frac{R_1}{v_0}$ äquivalent

b) gleich versch. $\lambda_n = \sqrt{\frac{2Fn}{g}} = \sqrt{\frac{2nR_1}{g}}$

Anordnung 2. $M_n = n^2 R_2$

a) unversch. B. $\lambda_n = \frac{Fn}{v_0} = n^2 \frac{R_2}{v_0}$

b) gleich versch. B. $\lambda_n = \sqrt{\frac{2Fn}{g}} = \sqrt{\frac{2n^2 R_2}{g}} = n \sqrt{\frac{2R_2}{g}}$
äquivalent

Schwingen Wurf: $F_0 = 0$

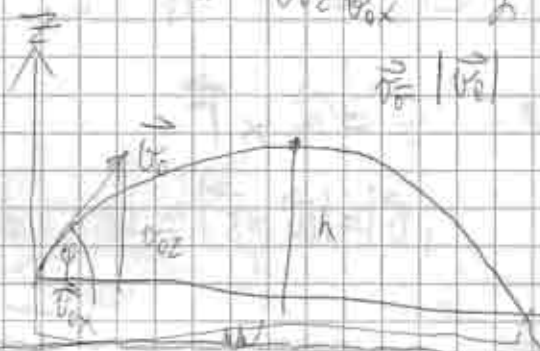
$$\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_{0x} \\ 0 \\ v_{0z} \end{pmatrix} \quad \vec{a}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{pmatrix}$$

$$\vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a}_0 t^2 = \begin{pmatrix} v_{0x} t \\ 0 \\ v_{0z} t - \frac{g}{2} t^2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a}_0 t^2 = \begin{pmatrix} v_{0x} t \\ 0 \\ v_{0z} t - \frac{g}{2} t^2 \end{pmatrix}$$

Eliminieren von t

$$z = v_{0z} \frac{x}{v_{0x}} - \frac{g}{2} \frac{x^2}{v_{0x}^2} \quad ; \quad \text{Parabel}$$



$$z = x \cdot \tan(\varphi) - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2(\varphi)} x^2$$

$$\frac{dz}{dx} = 0 = \tan(\varphi) - \frac{g}{v_0^2 \cos^2(\varphi)} x$$

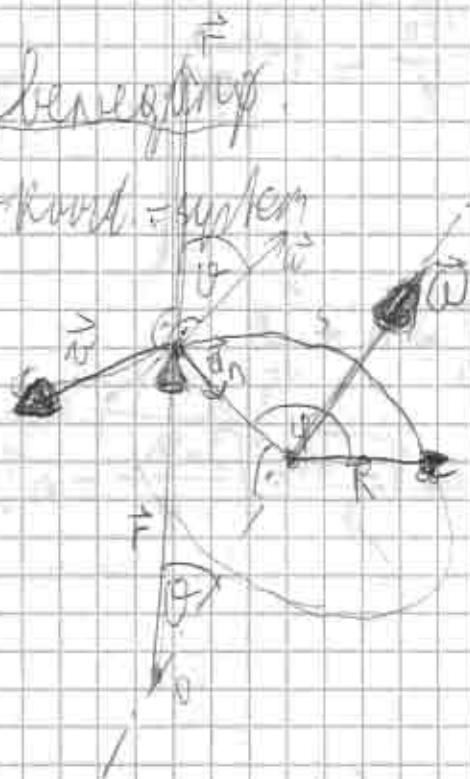
$$x = \frac{v_0^2 \cos^2(\varphi)}{g} \tan(\varphi)$$

$$w = 2\pi \cdot \frac{v_0^2}{g} \sin(\varphi)$$

$$h = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2(\varphi)$$

Kreisbewegung

Rechts-Koord. = system



$$s = R \varphi$$

$$R = r \sin(\varphi)$$

Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$

$$|\vec{\omega}| = \omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad [s^{-1}]$$

• $\vec{\omega} \parallel$ Drehachse

• Richtungssinn $\vec{\omega}$:

Rechtsschraubenregel

Winkelbeschleunigung $\vec{\dot{\omega}}$

$$|\vec{\dot{\omega}}| = \dot{\omega} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} \quad [s^{-2}]$$

Annahme gleichförmiger Drehbewegung

$$\vec{\dot{\omega}} \parallel \vec{\omega}$$

Geschwindigkeit $\vec{v}$

$$|\vec{v}| = v = \frac{ds}{dt} = R \frac{d\varphi}{dt} = \boxed{\omega R}$$

charakter

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$$|\vec{v}| = |\vec{\omega} \times \vec{r}| = \omega \cdot r \cdot \sin(\varphi)$$

• Richtung, Richtungswert

$$\vec{v} = \vec{r} \times \vec{\omega}$$



Freibewegung $\vec{a}$

$$\begin{aligned} \vec{a} = \dot{\vec{v}} &= (\dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}) + (\vec{\omega} \times \dot{\vec{r}}) \\ &= \vec{\omega} \times \vec{r} + (\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})) \end{aligned}$$

$\vec{a}_t = \vec{\omega} \times \vec{r}$ Tangentialbesch.

$\vec{a}_t \parallel \vec{v}$

$|\vec{a}_t| = |\vec{\omega} \times \vec{r}| = \omega \cdot r \cdot \sin(90^\circ) = \omega \cdot R = \frac{dv}{dt} = |\vec{a}_t|$

$\vec{a}_n = \vec{\omega} \times \vec{v} = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$ Normalbesch.
Zentripetalbesch.

Richtung v. Richtungswert

$|\vec{a}_n| = |\vec{\omega} \times \vec{v}| = \omega \cdot v = \omega^2 R = \frac{v^2}{R}$

2) Dynamik v. M.P.

Trägheitsrotz:

Newton-Kreisbew. ① kräftefreier Körper bewegen sich gleichförmig geradlinig (Spezialfall: Ruhe)

Def.: Inertialsystem: Bezugssystem inden den Trägheitsrotz gilt

①

Def. Impuls

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

m = Trägert-Masse

②

Impulsänderungen eines Körpers werden hervorgerufen durch eine Kraft: $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

Ein Massenpunkt hat eine konstante Masse:

②

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \cdot \vec{a}$$

Beschleunigungen eines Körpers werden hervorgerufen durch Kraft

Spezialfall: konst. Kräfte:

$$\vec{a}_0 = \frac{\vec{F}_0}{m} = \text{const.}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\vec{F}_0}{m} \quad (\text{Beweg. Gleichg.})$$

$$\Rightarrow \vec{v} = \vec{v}_0 + \frac{\vec{F}_0}{m} \cdot t$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{\vec{F}_0}{2m} \cdot t^2$$

Experiment

$$\left. \begin{array}{l} \vec{F} = 0 \\ \vec{v}_0 = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \vec{r} = \frac{\vec{F}_0}{2m} t^2$$

Kinematik

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{\vec{a}_0}{2} \cdot t^2$$

→ period. const.

$$\vec{a}_0 \sim \frac{1}{t^2}$$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

(A)

Masse = const.

Berech. von Kraft:

F_0	A [m]	$\frac{1}{A^2}$	$F_0 \cdot \frac{1}{A^2}$
1	5,93	0,028	54,7
2	4,15	0,058	34,4
3	3,32	0,091	23,0
4	2,87	0,121	33,1

(B)

~~Die~~ Kraft = Kraft / (Erläuterung)

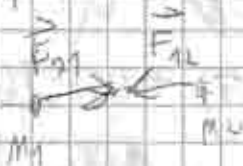
Berech. von Masse

m	A	$\frac{1}{A^2}$	$m \cdot \frac{1}{A^2}$
1	1,90	0,28	0,28
2	2,45	0,17	0,34
3	2,86	0,12	0,306

(3)

Kräfte auf wechselwirkende Körper:

$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$$



ist es reaktiv

Kräfte werden als Vektoren zusammengefasst! $\Rightarrow$
~~Atten~~

Erhaltungssätze:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \Rightarrow \text{Erhaltung des Impulses:}$$

Äußere Kräfte vernachlässigen $\Rightarrow \vec{p} = \text{const}$

①

m_1	v_1	$m_1 v_1$	m_2	v_2	$m_2 v_2$
2	0,43	0,86	1	0,91	0,91

① Eindern, Stöße

	m_1	v_1'	$m_1 v_1'$	m_2	v_2'	$m_2 v_2'$	$m_1 v_1' + m_2 v_2'$
elastisch	1	0,87	0,87	1	0	0	0,87 + 0
	2	1,31	2,74	1	0	0	2,74
inelastisch	1	1,11	1,11	1	0	0	1,11
	2	0,90	1,82	1	0	0	1,82
	m_1	v_1''	$m_1 v_1''$	m_2	v_2''	$m_2 v_2''$	$m_1 v_1'' + m_2 v_2''$
elastisch	1	0	0	1	0,93	0,93	0 + 0,93
	2	0,94	0,88	1	1,75	1,75	1,75 + 0,88 = 2,63
inelastisch	1	0,52	0,52	1	0,52	0,52	1,04
	2	0,63	1,26	1	0,63	0,63	1,89

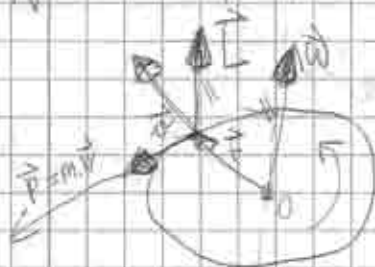
Def. Drehimpuls

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

Def. Drehmoment

$$\vec{N} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$\vec{N} \dots$ Drehvektor



$$[\vec{L}] = [\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}]$$

$$[\vec{N}] = [\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}]$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \underbrace{\left(\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} \right)}_{=0} + \underbrace{\left(\vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} \right)}_{=\vec{N}}$$

$$\boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N} \quad \text{wgl.} \quad \left(\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \right)}$$

Falls das gesamte äußere Drehmoment $= 0 \Rightarrow \vec{L}$ ist erhalten

Zentralkräfte: $\vec{F} \parallel \vec{r}$

In dem Fall

$$\vec{N} = \vec{r} \times \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{L} \text{ ist konstant}$$

Def. Massenmittelpunkt

$$\vec{R} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}$$



$$\vec{R} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2}{2}$$

$$(\sum_i m_i) \cdot \vec{R} = \sum_i m_i \cdot \vec{r}_i \Rightarrow (\sum_i m_i) \cdot \vec{R} = \sum_i \underbrace{m_i \cdot \vec{r}_i}_{\vec{p}_i} \Rightarrow$$

$$\frac{d}{dt} \left[\sum_i m_i \cdot \vec{R} \right] = \sum_i \underbrace{\vec{p}_i}_{\substack{\uparrow \\ \text{äußere Kräfte}}}$$

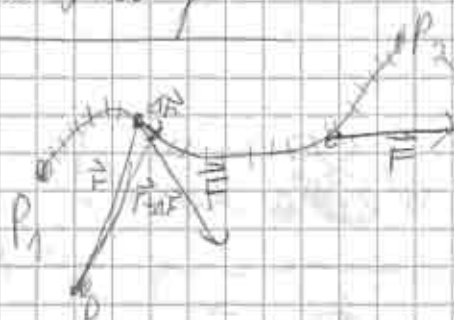
$$\boxed{\frac{d}{dt} \left[\left(\sum_i m_i \right) \vec{R} \right] = \sum_i \vec{F}_i}$$

damit: Massenmittelpunktsatz: gesamte äußere Kraft = 0
Impuls d. Systems im MHP konst.

$$\left(\sum_i m_i \right) \ddot{\vec{R}} = \sum_i \vec{F}_i$$

MHP bewegt sich so, wie wenn die gesamte äußere Kraft angreift an der Masse vereinigt im MHP

Arbeit, Leistung 💡



$$\Delta A = \underbrace{\Delta \vec{r} \cdot \vec{F}}_{\substack{\uparrow \\ \text{Werk}}}$$

$$A = \sum \Delta A =$$

Werk ist Arbeit = $\Delta \vec{r}$ wegen Skalareskalar

Arbeit = Weg $\times$ Kraftkomponente in Wegrichtung
Kraft $\rightarrow$ Bewegungsrichtung letzter Kinergie

$$= \sum \vec{F} \Delta t$$

$$A = \int_{p_1}^{p_2} \vec{F} \cdot d\vec{p}$$

Leistung: $P = \frac{dA}{dt}$

$$[A] = [N \cdot m] = [J]$$

$$[P] = [Nm s^{-1}] = [Js^{-1}]$$

$$P = \frac{d}{dt} \int_{p(A_0)}^{p(A)} \vec{F} \cdot d\vec{p} = \frac{d}{dt} \int_{A_0}^A \underbrace{\vec{F} \cdot \frac{d\vec{p}}{dt}}_{\vec{F} \cdot \vec{v}} dt = \boxed{\vec{F} \cdot \vec{v} = P}$$

① Senkrecht Wurf:

$$\vec{F} = \frac{\vec{F}_0}{m} \Rightarrow$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \frac{\vec{F}_0}{m} \cdot t \Rightarrow$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{\vec{F}_0 \cdot t^2}{2m}$$



$$\vec{F}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_{0z} \end{pmatrix}$$

$$\vec{r}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_{0z} - \frac{F_0 \cdot t}{m} \end{pmatrix}$$

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_{0z} \cdot t - \frac{F_0}{2m} t^2 \end{pmatrix}$$

- Anfangsposition P_0

$$\vec{F} = \vec{F}_0 = \vec{0}$$

$$x_0 = 0, z_0 = 0, \vec{v} = \vec{v}_0$$

- Scheitelposition P_S : $\vec{F} = \vec{F}_S, \vec{v} = \vec{0} \Rightarrow v_0 - \frac{F_0}{2m} \Delta t_S = 0$

$$\Delta t_S = \frac{m \cdot v_0}{F_0}$$

$$z_S = H = v_0 \Delta t_S - \frac{F_0}{2m} \Delta t_S^2 =$$

$$= \frac{m v_0^2}{F_0} - \frac{F_0}{2m} \frac{m^2 v_0^2}{F_0^2} \Rightarrow$$

$$\frac{m \cdot v_0^2}{2 F_0}$$

- Endposition

$$\vec{F} = \vec{F}_0$$

$$\vec{F} = \vec{F}_0 = \vec{0}$$

$$\Delta t_e = 2 \Delta t_S = \frac{2m v_0}{F_0}$$

$$\vec{z}_0 = 0$$

$$\vec{v} = -\vec{v}_0$$

Vom Kraft $\vec{F}_0$ geleistete Arbeit:

- Weg $P_0 \rightarrow P_S$:

$$A_1 = \int_{P_0}^{P_S} \vec{F}_0 \cdot d\vec{r} = \vec{F}_0 \cdot (\vec{r}_S - \vec{r}_0) = -F_0 \cdot H = A_1 = -\frac{m v_0^2}{2}$$

Arbeit wird von $\vec{F}_0$ abgeführt

- Weg $P_S \Rightarrow P_E = P_0$

$$A \stackrel{P_0=P_S}{=} \int_{P_S} \vec{F}_0 \cdot d\vec{r} = \vec{F}_0 \cdot (\vec{r}_0 - \vec{r}_S) \Rightarrow$$

$$A_2 = +F_0 \cdot l = + \frac{m v_0^2}{2}$$

Arbeit von $\vec{F}_0$ zugeführt

Dabei insgesamt: keine Arbeit verrichten
keine Arbeit gewonnen

von $\vec{F}_0$ betrachtete Leistung

$$P(A) = \vec{F}_0 \cdot \vec{v}(t) = -F_0 v_0 + \frac{F_0}{m} \frac{1}{2} m v_0^2$$

- Anfangsposition: $P_0: P(A=0) = -F_0 v_0$

- Endposition: P_S

$$P(t=t_S = \frac{m v_0}{F_0}) = -F_0 v_0 + \frac{F_0}{m} \frac{m v_0^2}{2} = 0$$

- Endposition: $P_E = P_0$

$$P(t=2t_S = \frac{2m v_0}{F_0}) = -F_0 v_0 + \frac{F_0}{m} \frac{2m v_0^2}{2} = F_0 v_0$$

Kinetische Energie:

$$A = \int_{P_0}^{P_A} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{P_0}^{P_A} m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{r} = \int_{A_0}^{A_A} m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} dt = m \int_{t_0}^{t_A} \vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} dt = m \int_{t_0}^{t_A} \frac{1}{2} \frac{d(v^2)}{dt} dt$$

Beziehung $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$

NR

$$\frac{d(v^2)}{dt} = \frac{d(\vec{v} \cdot \vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} + \vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = 2 \vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\frac{1}{2} \frac{m}{2} \int_{t_0}^{t_1} \frac{dv^2}{dt} \cdot dt = \frac{m}{2} \int_{v^2=0}^{v^2=v_A^2} dv^2 = \frac{m}{2} v_A^2 = T_A$$

$T_A = \text{kin. E} = \text{Arbeit am Körper aus Ruhe auf } v_A \text{ at Beschleunigung}$
 Arbeit längs des Weges

$$P_1 \rightarrow P_2$$

$$A = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{s} = \frac{m}{2} \int_{v_1^2}^{v_2^2} d(v^2) = \frac{m}{2} (v_2^2 - v_1^2) =$$

$$\underbrace{\frac{m v_2^2}{2}}_{T_2} - \underbrace{\frac{m v_1^2}{2}}_{T_1}$$

$$A = T_2 - T_1$$

$$P_0: \vec{v} = \vec{v}_0 \Rightarrow T_0 = \frac{m v_0^2}{2}$$

$$\vec{v} = \vec{0} \quad T_S = 0$$

$$\vec{v} = -\vec{v}_0 \quad T_E = \frac{m v_0^2}{2}$$

$$A_1 = T_S - T_0 = -\frac{m v_0^2}{2} \quad A_2 = T_E - T_0 = \frac{m v_0^2}{2}$$

conservative Kräfte



$$\oint \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0$$

Wegunabhängigkeit der Arbeit

Arbeit längs Bahnkurve nur von Lage der Endpunkte abhängig

(V) kin E Berechnung Arbeit Fallgewicht über ein bestimmtes Wegstück
 1. Gewicht 151 N $v = 0,16$
 2. Gewicht 0,71 N $v = 1,14$

Mögllichkeit der Arbeitsleistung durch konservative Kraft $\vec{F}$

Wahl eines festen Bezugspunkts P_0



Arbeit der Gewichtskraft:

$$A = \int_{P_0}^{P_1} (-\vec{F}) \cdot d\vec{r}$$

$\downarrow$
Gegensinn

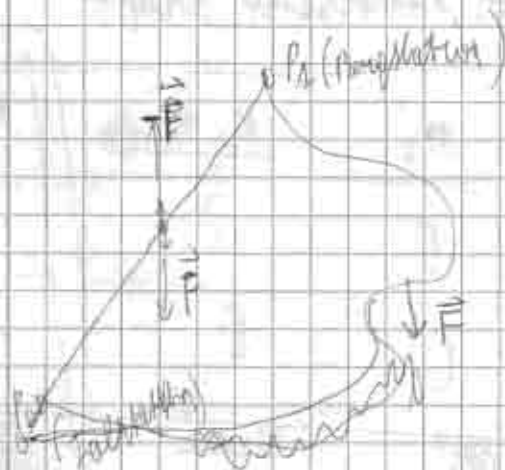
Damit:

Charakterisierung der Mögllichkeit (des Potentials) der Kraft $\vec{F}$ zur Arbeitsleistung an dem System:

Def.: Potentielle Energie besitzt Bezugspunkt P_0

negative Arbeit $\int_{P_0}^{P_1} \vec{F} \cdot d\vec{r}$ vom Weg von P_0 nach P_1

$$V_A = - \int_{P_0}^{P_1} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$



am Bezugspkt. P_0 ist $V(P_0) = 0$!

Änderung von $P_0 \Rightarrow$ Änderung von V um Konstante

Wahl von P_0 : - Ursprung v. Koordinaten System
 - im Ursprung

Weg entlang des $P_1 \rightarrow P_2$

$$A = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{P_0}^{P_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} + \int_{P_0}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$\underbrace{\int_{P_0}^{P_1} \vec{F} \cdot d\vec{r}}_{V_1} \quad \underbrace{\int_{P_0}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}}_{-V_2}$

$$A = V_1 - V_2$$



Mechanische Gesamtenergie

$$E = T + V$$

$$T_2 - T_1 = V_1 - V_2$$

$$T_2 + U_2 = T_1 + U_1 \Rightarrow \text{Erhaltung der mech. Gesamtenergie}$$

für konservative Kräfte

	m_1	V_1	$\frac{m_1 V_1^2}{2}$	m_2	V_2	$\frac{m_2 V_2^2}{2}$	$\frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2}$
elastisch	2	1.20	1.44	1	0	0	1.44
inelastisch	2	1.05	1.10	1	0	0	1.10
	m_1	V_1	$\frac{m_1 V_1^2}{2}$	m_2	V_2	$\frac{m_2 V_2^2}{2}$	$\frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2}$
elastisch	2	0.38	0.14	1	1.56	1.22	1.36
inelastisch	2	0.68	0.46	1	0.68	0.23	0.69

$$A = V_1 - V_2$$

Zusammenhang $V, \vec{F}$:



$$A = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} \approx \vec{F} \cdot \Delta \vec{r}$$

$$A = V(P_1) - V(P_2) = -[V(P_2) - V(P_1)] =$$

$$\approx -\left[\frac{\partial V}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial V}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial V}{\partial z} \Delta z\right]$$



$$f(x+\Delta x) \approx f(x) + \frac{df}{dx} \Delta x$$

$$\text{grad } V = \begin{pmatrix} \frac{\partial V}{\partial x} \\ \frac{\partial V}{\partial y} \\ \frac{\partial V}{\partial z} \end{pmatrix}$$

$$A \approx -\Delta \vec{r} \cdot \text{grad}(V)$$

$$\Delta \vec{r} \cdot \vec{F} \approx -\Delta \vec{r} \cdot \text{grad}(V) \Rightarrow$$

$$\boxed{\vec{F} \approx -\text{grad}(V)}$$

($\vec{F}$ konservativ)

zentraler Wurf

P_0 (Start) = $\text{lang } P_{\text{End}}$

pot. Energie nur $\vec{F}_0 = \vec{F}$

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \vec{r}_0 = \vec{r}, \quad \vec{F}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -F_0 \end{pmatrix}$$

$$V(P) = - \int_{P_0}^P \vec{F}_0 \cdot d\vec{r} = - \int_{P_0}^P (\vec{F} - \vec{F}_0) \cdot d\vec{r}$$

$$V(P) = +F_0 z$$

$$\text{grad } V = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ F_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ F_0 \end{pmatrix}$$

Ist Er am Lager, Rkt - $V(P_0) = 0$

Ist Er am Scheitelpunkt ($H = \frac{mv_0^2}{2F_0}$)

$$V(P_0) = F_0 \frac{mv_0^2}{2F_0} = \frac{mv_0^2}{2}$$

Ist Er am Endpunkt

$$V(P_1) = V(P_0) = 0$$

$$P_0 \rightarrow P_1: A = 0 - \frac{mv_0^2}{2} = -\frac{mv_0^2}{2}$$

$$P_1 \rightarrow P_0: A = \frac{mv_0^2}{2} - 0 = \frac{mv_0^2}{2}$$

$$E = T + V \quad E_0 = T_0 + V_0 = \frac{mv_0^2}{2} + 0 = \frac{mv_0^2}{2}$$

$$E_1 = T_1 + V_1 = 0 + \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2}$$

$$E_0 = T_0 + V_0 = 0 + \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2}$$

Erhaltungssätze

$\vec{p}$: 3 Glp

$\vec{L}$: 3 Glp

Mechan. Helmholtz: 3 Glp

E : 1 Glp

10 lineare Gleichungen

Wörter zur Theorie

Erhaltungssätze sind Folgen von Invarianzeigenschaften

3) Kräfte, Kraftfelder:

$\vec{F}(\vec{r})$ Kraftfeld

Zentralkräfte: $\vec{F} \parallel \vec{r}$

homogenes Kraftfeld: $\vec{F}$ unabhängig von $\vec{r}$

statische Kräfte: $\vec{F}$ unabh. von t

Fernwirkung / Nahwirkung

Starke Wechselwirkung: kurze Reichweite (hält Atomkern zusammen)

Elektromagnetische WW: ∞

Schwache Wechselwirkung: besonders kurze Reichweite (B-Zerfall)

Gravitation WW: ∞

Gravitation: homogenes grav. Feld (Erdoberfläche)

Gewicht $\vec{G} \propto m_s$

$$\vec{G} = m_s \cdot \vec{g}$$

$\vec{g}$: Schwerkraftfeldstärke = $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{pmatrix}$

$$|\vec{G}| = m_s \cdot |\vec{g}|$$

$$|\vec{g}| \approx 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

Free Fall

Bewegungsgleichung:

$$m \cdot \ddot{\vec{r}} = \vec{F}$$

→ reines Masse

$$m \frac{dz}{dt^2} = -m_s \cdot g \Rightarrow$$

$$m \frac{dz}{dt} = -m_s g \cdot t$$

$$m z = -\frac{m_s g \cdot t^2}{2}$$

Für Fallhöhe H : $z = -H$

$$H = \sqrt{\frac{2H}{g} \cdot \frac{m}{m_s}}$$

$$m_s = \frac{2H}{g H^2} \cdot m$$

$$m_s = C_s \cdot m$$

→ konstant

(C_s : universelle Konstante)

Annahme m, m_s : gleichwertig

$$C_s \equiv 1$$

$$m_s \equiv m!$$

$$\Rightarrow H = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$g = \frac{2H}{H^2}$$

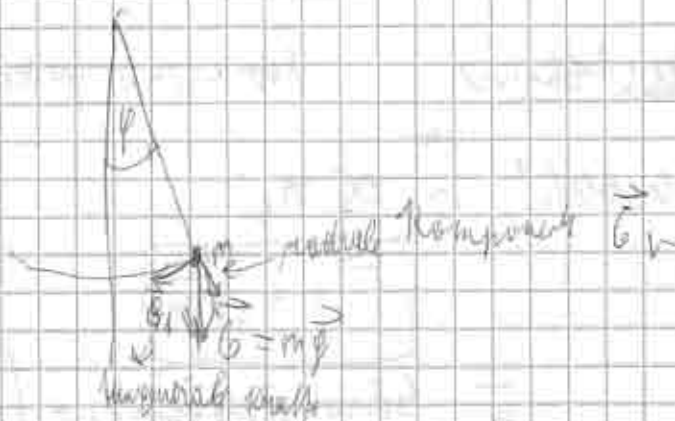
Math. Pendel

$$s = l \cdot \varphi$$

Tangentenkompon. d. Kraft

$$G_A = -m \cdot g \cdot \sin(\varphi)$$

$$m \frac{d^2 s}{dt^2} = G_A \Rightarrow m l \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -m_s g \varphi$$



$$\varphi(t)$$

⇒

Königsberger

$$\varphi = A \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -A \cdot \omega^2 \sin(\omega \cdot t)$$

$$+ m \cdot l \cdot A \cdot \omega^2 \sin(\omega \cdot t) = + m_s \cdot g \cdot A \sin(\omega \cdot t)$$

$$\omega^2 = \sqrt{\frac{g}{l} \cdot \frac{m_s}{m}}$$

Zeit f. 1. Periode:

$$\omega T = 2\pi \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \cdot \frac{m}{m_s}}$$

$$\text{od. } m_s = \frac{4\pi^2 l}{g T^2} m$$

$$m_s = m$$

$$l = 0,636 \text{ m}$$
$$\frac{2\pi}{T} = 31,4 \text{ s}^{-1}$$
$$T = 1,58 \text{ s}$$

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

$$g = 10,04 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Äquivalenz-Prinzip} \Rightarrow \vec{G} = m \cdot \vec{g}$$

$$m \cdot \vec{F} = m \cdot \vec{g}$$

$\vec{g}$ Fallbesch.

Äquivalenz-Prinzip $\Rightarrow$ Massenanziehung Zweier MP.

$$|\vec{F}| = m \cdot g$$

$$|\vec{F}| \propto m$$

$$|\vec{F}| \propto M$$

$$R = 6370 \cdot 10^3 \text{ m}$$

$$\text{Radius d. Mondbahn } R_M \hat{=} 60R$$

$$T_M \hat{=} 27,3 \text{ Tage (siderischer Monat)}$$

$$g \sim 10 \text{ m/s}^2$$

$$g_M = \omega_M^2 R_M = \left(\frac{2\pi}{T_M} \right)^2 R_M = \left(\frac{2\pi}{27,3 \cdot 86400} \right)^2 \cdot 60 \cdot 6370 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-2}$$

$$\hat{=} 2,71 \cdot 10^{-3} \text{ m s}^{-2}$$

$$\frac{g}{g_M} = \frac{10}{2,71 \cdot 10^{-3}} = 3600$$

$$|\vec{F}| \propto \frac{1}{r^2}!$$

$$|\vec{F}| = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$$

m angesetzt von M.



$$\vec{F} = -G \frac{mM}{r^3} \vec{r}$$

$$\vec{F} = -\text{grad}(V)$$

$$\text{grad}\left(\frac{1}{r}\right) = \text{grad}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\right) = -\frac{\vec{r}}{r^3}$$

$$V = -G_0 \frac{m \cdot M}{r} \quad \text{mit } G_0 = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$$

Beispiel $r \rightarrow \infty$



Zweikörperproblem

(kann man auf Einkörperproblem zurückführen)

$$m_1, m_2$$

$$\frac{d\vec{v}_1}{dt} = \frac{1}{m_1} \vec{F}_{21}$$

$$\frac{d\vec{v}_2}{dt} = \frac{1}{m_2} \vec{F}_{12}$$

$$\frac{d}{dt}(\vec{v}_1 - \vec{v}_2) = \vec{F}_{21} \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) \Rightarrow \mu \frac{d\vec{v}_{12}}{dt} = \vec{F}_{21}$$

$$\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$$

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

reduziertes Mass

Kreisbewegung:

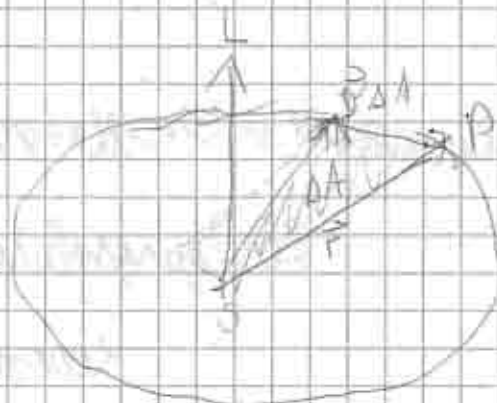
$$\vec{N} = \vec{0} \Rightarrow \vec{L} = \text{const}$$

$$\vec{F} \perp \vec{L} = \vec{F} \times \vec{r}$$

$$\Delta A = \frac{1}{2} |\vec{F} \times \vec{v} \Delta t|$$

$$= \frac{\Delta t}{2} \left| \vec{F} \times \frac{m \vec{v}}{m} \right| = \frac{\Delta t}{2m} |\vec{F} \times \vec{p}|$$

$\vec{L} = \text{const}$



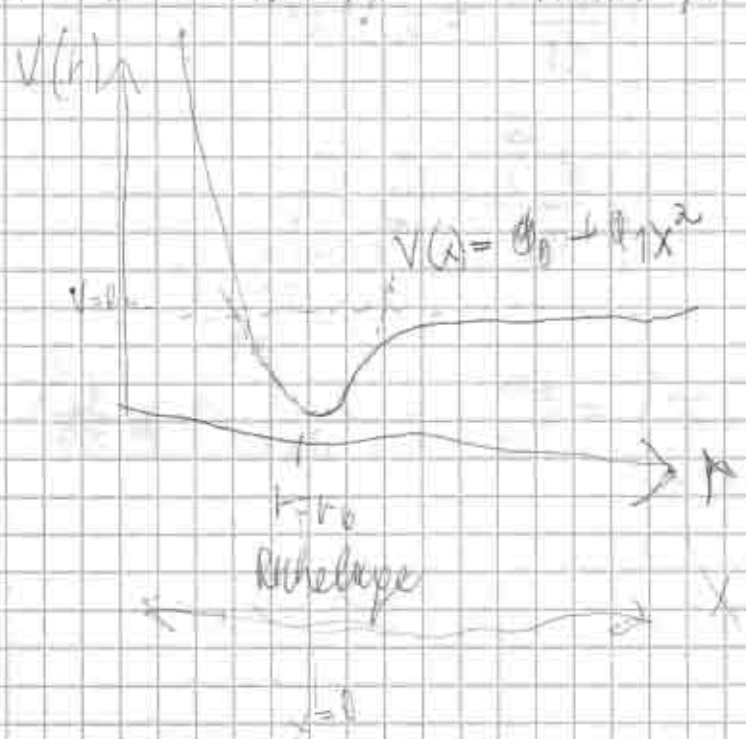
Am gleichen Ziffer ist nicht vom Radiusvektor gleich Flächen abstrichen
 = 2. Kepler'sche Gesetz

1. K.G. Planetenbahnen sind Ellipsen in denen einen Brennpunkt die Sonne steht

2. K.G. $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$

a ... Halbachse
 T ... Umlaufzeit

Molekulare WW, ... Lennard-Jones



$\vec{F} = -\text{grad } V$

$\vec{F} = -\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} V$

$\vec{F} = -kx$

k ... Rückstellkonstante

Harmonischer Oszillator

Bewegungsgleichung

$m\ddot{x} = -kx$

Lösungsansatz

$x(t) = A \cdot e^{i\omega t}$

$e^{i\omega t} = \cos(\omega t) + i \sin(\omega t)$

$$\operatorname{Re}(e^{i\omega t}) = \cos(\omega t)$$

$$\dot{x} = A e^{i\omega t}$$

$$\ddot{x} = A i \omega^2 e^{i\omega t} = -A \omega^2 e^{i\omega t}$$

$$-m A \omega^2 e^{i\omega t} = +k A e^{i\omega t}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Resonanzfrequenz

Schwingungsdauer

$$\omega T = 2\pi$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Frequenz ν

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

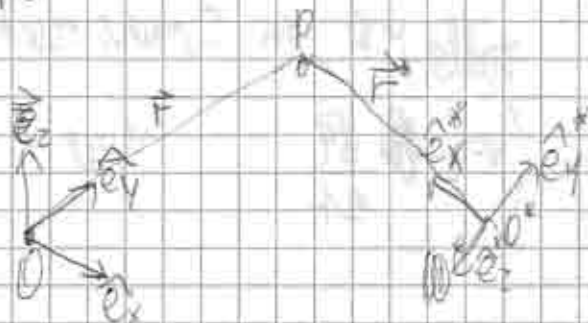
4) Riemannsche Koordinatensysteme

Triebkraftskräfte

Kartesischen Koordinaten

$$S: \begin{pmatrix} 0 & \hat{e}_x & \hat{e}_y & \hat{e}_z \end{pmatrix} \quad | S$$

$$S^*: \begin{pmatrix} \hat{e}_x^* & \hat{e}_y^* & \hat{e}_z^* \end{pmatrix}$$



Translation vs. Bezugssystemen



$$\begin{aligned}\hat{e}_z &= \hat{e}_z^* \\ \hat{e}_y &= \hat{e}_y^* \\ \hat{e}_x &= \hat{e}_x^*\end{aligned}$$

alle Basisvektoren
sind identisch

für $A=0$ $O=O^*$ $\textcircled{1}$
 $\vec{F}^* = \vec{F} - \vec{R}$

gleichförmig bewegtes Bezugssystem S^*

$$\frac{d\vec{R}}{dt} = \vec{v} \text{ (const. Geschw.)} \Rightarrow \vec{R} = \vec{v} t$$

Zusammenhang der Koordinaten: $\vec{r}^* = \vec{r} - \vec{R}$

$$\left. \begin{aligned}\vec{r}^* &= \vec{r} - \vec{v} t \\ A^* &= A\end{aligned} \right\} \text{Galilei Transform.}$$

Erhaltung d. Geschwindigkeit:

$$\frac{d\vec{F}^*}{dt} = \frac{d\vec{F}}{dt} - \vec{v}$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}^*}{dt} + \vec{v}$$

Falls MP in S^* ruht $\Rightarrow \vec{v} = \vec{0}$

Falls MP in S ruht $\Rightarrow \vec{v}_{rel} = -\vec{v}$

$$\left(v = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad v_{rel} = \frac{d\vec{r}^*}{dt} \right)$$

Berechnung der Beschleunigung:

$$\frac{d^2 \vec{r}^*}{dt^2} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$

Kurze physikalische Gesetzmäßigkeiten in S, S^* die gleichen

Sin/3 d.h. S^* ist ebenfalls ein IS

S^* gleich. besch. rel. zu S



$$\frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} = \vec{a} \Rightarrow$$

$$\frac{d \vec{R}}{dt} = \vec{v} + \vec{a} \cdot t$$

$$\vec{R} = \vec{v} t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$$

daher: $\vec{r}^* = \vec{r} - \vec{R} = \vec{r} - \vec{v} t - \frac{1}{2} \vec{a} t^2$

$\vec{r}^* = \vec{r}$

$$\frac{d^2 \vec{r}^*}{dt^2} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} - \vec{v} - \vec{a} t$$

$$\frac{d \vec{r}^*}{dt} = \frac{d \vec{r}}{dt} + \vec{v} + \vec{a} t$$

Beschleunigungen:

$$\frac{d^2 \vec{r}^*}{dt^2} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} - \vec{a}$$

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \frac{d^2 \vec{r}^*}{dt^2} + \vec{a}$$

Physikal. Interpretation

• MP sei unbewegt in S

(keine eingepreigten Kräfte)

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2 \vec{r}^*}{dt^{*2}} = -\vec{a}$$

Beobachter in S^* beobachtet Beschl. $-\vec{a}$ und daher ein Kraftverhältnis:

$$\vec{F}_i = -m \vec{a} : \text{Trägheitskraft!}$$

Trägheitskräfte können durch die Wahl des Systems eliminiert werden.

• MP sei unbewegt in S^* : $\frac{d^2 \vec{r}^*}{dt^{*2}} = 0 \Rightarrow \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{a}$

Beobachter in S^* beobachtet keine Gesamtkraft

Um MP bezgl. S^* unbew. zu halten, ist also eine Kraft erforderlich.

$$\boxed{\vec{F} = m \vec{a}} \quad \begin{array}{l} \text{eingepreigte Kraft} \\ \text{Trägheitskraft} \end{array}$$

$\vec{F} = \text{komponent } \vec{F}_T$

Rotation v. Bezugssystemen



(Minsterequation $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{r}$)

damit $\frac{d\hat{e}_x^*}{dt} = \vec{\omega} \times \hat{e}_x^*$

typisch: rotierende Systeme S^*

belieb. Vektor $\vec{A} = A_x \hat{e}_x^* + A_y \hat{e}_y^* + A_z \hat{e}_z^*$

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{A}}{dt} &= \frac{d}{dt} (A_x \hat{e}_x^* + A_y \hat{e}_y^* + A_z \hat{e}_z^*) = \\ &= \frac{dA_x}{dt} \hat{e}_x^* + \frac{dA_y}{dt} \hat{e}_y^* + \frac{dA_z}{dt} \hat{e}_z^* + A_x \frac{d\hat{e}_x^*}{dt} + A_y \frac{d\hat{e}_y^*}{dt} + A_z \frac{d\hat{e}_z^*}{dt} \\ &= \frac{d\vec{A}}{dt} + \underbrace{\vec{\omega} \times \vec{A}} \end{aligned}$$

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = \frac{d^* \vec{A}}{dt} + (\vec{\omega} \times \vec{A})$$

Speziell: $\vec{A} = \vec{r}$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d^* \vec{r}}{dt} + (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

$\vec{v}$ $\vec{v}_{rel}$

• Falls M.O. in S^* ruht $\Rightarrow \vec{v}_{rel} = 0 \Rightarrow \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
Kinetik

• Falls M.O. in S ruht $\Rightarrow \vec{v} = 0 \Rightarrow \vec{v}_{rel} = -\vec{\omega} \times \vec{r}$

Beispiel:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right) = \frac{d^*}{dt} \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right) + \vec{\omega} \times \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right) = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$\vec{N} = \vec{A}$

$$\frac{d^2}{dt^2} \left(\underbrace{\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \vec{\omega} \times \vec{r}}_{\vec{a}} \right) + \vec{\omega} \times \left(\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \vec{\omega} \times \vec{r} \right) =$$

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \underbrace{\vec{\omega} \times \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}}_{\vec{v}_{rel}} + \vec{\omega} \times \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) =$$

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + 2(\vec{\omega} \times \vec{v}_{rel}) + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

~~Rechnende Bezugssysteme~~

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} - 2\vec{\omega} \times \vec{v}_{rel} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

Physikalische Interpretation

• MP in S unbewegt (also angelegte Kräfte

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = 0 \rightarrow \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -2\vec{\omega} \times \vec{v}_{rel} - \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

beobachtet in S beobachtet keine Kraft

Beobachtet in S' beobachtet Trägheitskräfte

$$\vec{F}_c = -2m \cdot \vec{\omega} \times \vec{v}_{rel}$$

$$\vec{F}_z = -m \cdot \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

Corioliskraft

Zentrifugalkraft

Trifft nur auf einen sich eig. beweg. Teilchen zum Ref. System

Trifft immer auf

• MP in S^* unbenutzt.

Best in S^* ~~aber~~ Beobachtet kein Gesamterhalt

$$\frac{d\vec{F}}{dt} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{d\vec{F}}{dt} = 2\vec{\omega} \times \vec{v}_{rel} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

aber: Um MP bezgl. S^* unbeschleunigt zu halten sind
Führungskräfte nötig

$$2m\vec{\omega} \times \vec{v}_{rel} = \vec{F}$$

$$\vec{F}_{zp} = m \cdot \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

Zentrifugalkraft

eingepreiste Kraft

5) Stoß und Streuung

2 MP:

einfallende Teilchen

$\vec{v}_1$

$\vec{v}_2$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1''$

$\vec{v}_2''$

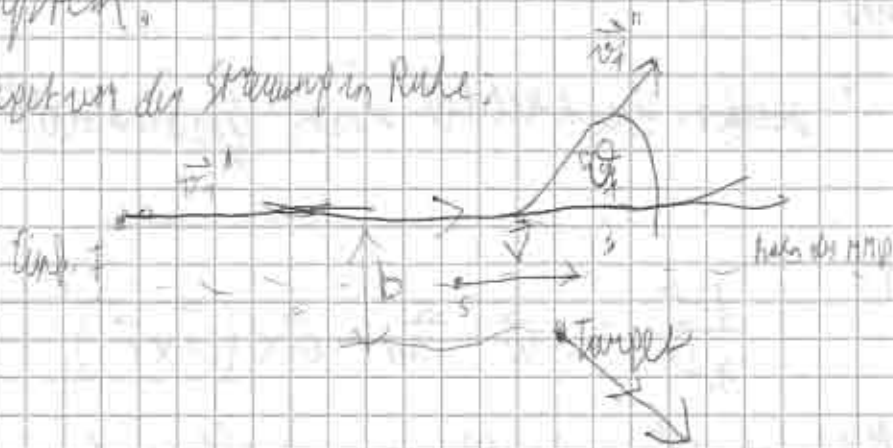
$\vec{v}_1'$

$\vec{v}_2'$

$\vec{v$

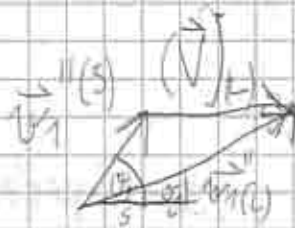
Lehrsystem:

Ergebnis von der Streuung an Ruhe:



L = Liniere
S = in Schwerkraft (Wirkung)

Schwerkraft



$$\tan(\theta_1) = \frac{\tan(\theta_1)_s}{\cos(\theta_1)_s + \frac{m_1}{m_2}}$$

Transformationsformel

Dynamik des Streuungsproblems

Zurückführung auf Einkörperproblem

Bewegung der reduzierten Masse $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ im Feld der WW-Kraft



Reinradialbewegung

$$(\theta_1)_s = f(b)$$

Ablenkfunktion

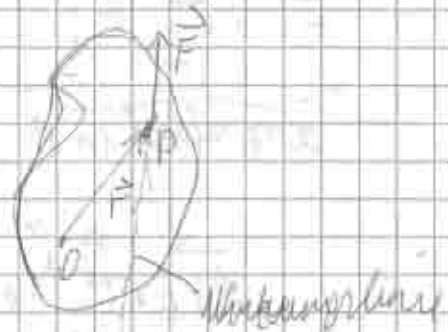
6) Mechanik des starren Körpers

- 3 Freiheitsgrade der Translation
- 3 Freiheitsgrade der Rotation
- insgesamt 6 Freiheitsgrade

Dunkel hat auch
3 Freiheitsgrade der
Translation

6.1 Statik eines starren Körpers

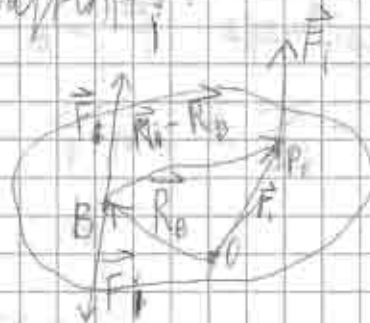
N : Teilchen
 ~~N~~ $\vec{r}_i$: Ortsvektor
 m_i : Massen
 V : Volumen
 $m = \sum_{i=1}^N m_i = \int_V \rho \, dV$



Drehmoment $\vec{N}$: $\vec{N} = \vec{r} \times \vec{F}$

Wenn man die Kraft $\vec{F}$
nur entlang ihrer Wirkungslinie
verschiebt, dann
ändert sich das Drehmoment
nicht, sonst aber schnell.

Attr.: System von Kräften $\vec{F}_i$



Drehmoment der in P_i angreifenden
Kraft $\vec{F}_i$ bzgl. B.

$$\vec{N}_{Bi} = (\vec{r}_i - \vec{R}_B) \times \vec{F}_i$$

Eine in B angreifende Kraft $(-\vec{F}_i)$ trägt nichts zu Drehmoment bei

$\Rightarrow (\vec{r}_B - \vec{r}_i)$ berechnen das Drehmoment $\vec{N}_{B,i}$.

Es verbleibt Wirkung $\vec{g}$ in B angreifender Kraft $\vec{F}_i$.

Summieren der $\vec{F}_i$

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i$$

angreifend in B

$$\vec{N}_B = \sum_{i=1}^N \vec{N}_{B,i} = \sum (\vec{r}_i - \vec{r}_B) \times \vec{F}_i$$

$$\vec{N}_B = \sum \vec{r}_i \times \vec{F}_i - \vec{r}_B \times \vec{F}$$

(Punkt B)

Anstehen $\vec{F} = \sum \vec{F}_i \neq 0$

Es ist möglich B so zu wählen, dass $\vec{N}_B = 0$

Spezialfall: Gravitationskraft: $\vec{F}_i = m_i \vec{g} \Rightarrow$

$$\vec{N}_B = \sum \vec{r}_i \times m_i \vec{g} - \vec{r}_B \times \sum m_i \vec{g} \stackrel{!}{=} 0$$

$\sum \vec{r}_i$ $\sum m_i$

$$M = \sum m_i$$

$$\left(\sum m_i \vec{r}_i \right) \times \vec{g} = \vec{r}_B \times \cancel{\sum m_i \vec{g}} M \cdot \vec{g}$$

bedingungserfüllt ist, falls $\sum m_i \vec{r}_i = M \vec{r}_B$

$$\vec{r}_B = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{M} \quad \text{M.M.P.} \Rightarrow \text{Schwerpunkt}$$

2 parallele Kräfte



$$\vec{N}_B = (\vec{r}_1 - \vec{r}_B) \times \vec{F}_1 + (\vec{r}_2 - \vec{r}_B) \times \vec{F}_2 \stackrel{!}{=} 0$$

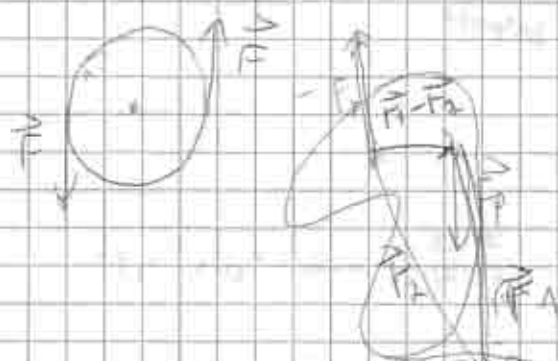
$$(\vec{r}_1 - \vec{r}_B) \times \vec{F}_1 = (\vec{r}_2 - \vec{r}_B) \times \vec{F}_2$$

$$|\vec{r}_1 - \vec{r}_B| \cdot |\vec{F}_1| = |\vec{r}_2 - \vec{r}_B| \cdot |\vec{F}_2| \quad \Rightarrow \text{Hebelgesetz}$$

Annahme $\vec{F} = \sum \vec{F}_i = 0$

$$\vec{N}_B = \sum \vec{r}_i \times \vec{F}_i$$

Es ist egal wo am Körper Kräfte angreifen



$$\vec{N}_B = \vec{r}_1 \times \vec{F}_p + \vec{r}_2 \times (-\vec{F}_p) = (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \times \vec{F}_p$$

Dynamik des starren Körpers

$\vec{\omega}$: Rotation (Winkelgeschwindigkeit, Winkelbeschleunigung)

$$\dot{\vec{r}} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

Bewegungsgleichung

$$\vec{N} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

$$\text{oder } \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$



Berechnung von $\vec{L}$:

$$\vec{L} = \int_V \vec{r} \times \underbrace{\dot{\vec{r}}}_{\text{Impuls}} d\tau$$

$$= \int_V \vec{r} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) d\tau = \int_V (\vec{r}^2 \vec{\omega} - (\vec{r} \cdot \vec{\omega}) \vec{r}) d\tau = \vec{L}$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$$



Komponentenberechnung

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{\omega} = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{pmatrix}$$

$$r^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$$

$$\vec{r} \cdot \vec{\omega} = x_1 \omega_1 + x_2 \omega_2 + x_3 \omega_3$$

$$L_1 = \int_V (r^2 \omega_1 - (x_1 \omega_1 + x_2 \omega_2 + x_3 \omega_3) x_1) d\tau \rightarrow$$

$$L_1 = \int_V (r^2 - x_1^2) d\tau \omega_1 + \int_V (-x_1 x_2) d\tau \omega_2 + \int_V (-x_1 x_3) d\tau \omega_3$$

$$= \int_V (x_2^2 + x_3^2) d\tau \omega_1 + \int_V (-x_1 x_2) d\tau \omega_2 + \int_V (-x_1 x_3) d\tau \omega_3$$

$$L_2 = \int_V r^2 \omega_2 - (x_1 \omega_1 + x_2 \omega_2 + x_3 \omega_3) x_2 = \int_V (-x_1 x_2) d\tau \omega_1 + \int_V (x_1^2 + x_3^2) d\tau \omega_2 + \int_V (-x_3 x_2) d\tau \omega_3$$

$$L_3 = \underbrace{\int (-x_1 x_3) dm}_{I_{31}} \omega_1 + \underbrace{\int (-x_2 x_3) dm}_{I_{32}} \omega_2 + \underbrace{\int (x_1^2 + x_2^2) dm}_{I_{33}} \omega_3$$

Massenträgheitsmoment

$$\begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{21} & I_{22} & I_{23} \\ I_{31} & I_{32} & I_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{pmatrix}$$

vgl. $\vec{p} = m \vec{v}$

(I_{ij}) : Trägheitstensor, tensor der Trägheitsmomente

I_{11}, I_{22}, I_{33} : Trägheitsmomente

$I_{12} = I_{21}, I_{13} = I_{31}, I_{23} = I_{32}$: Trägheitsprodukte

$$L_i = \sum_{j=1}^3 I_{ij} \omega_j$$

kin. Energie T :

$$T = \frac{1}{2} \int_V \dot{\vec{r}}^2 dm = \frac{1}{2} \int_V (\vec{\omega} \times \vec{r})^2 dm = \dots \boxed{T = \frac{1}{2} \sum_{ij} I_{ij} \omega_i \omega_j}$$

$$\text{vgl. } [T = \frac{1}{2} m \cdot v^2]$$

Rotation um feste Achse (x_3): $\vec{\omega} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix}$

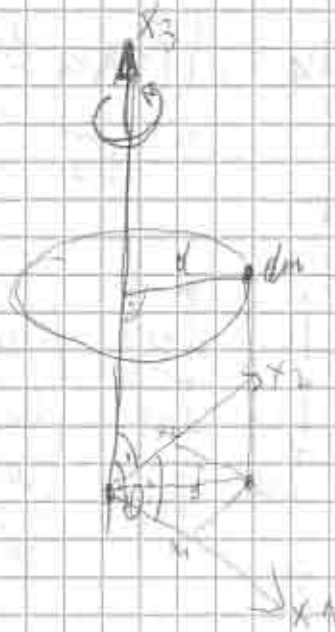
$$\boxed{L_3 = I_{33} \omega} \Rightarrow \boxed{\vec{L}_{||} = I_{33} \vec{\omega}}$$

$$\boxed{T = \frac{1}{2} I_{33} \omega^2}$$

$$I_{33} = \int_V (x_1^2 + x_2^2) dm$$

Trägheitsmoment bzgl. Rotationsachse (x_3 -Achse)

$$I_{33} = \int_V (x_1^2 + x_2^2) dm$$



$$x_1^2 + x_2^2 = d^2$$

$$I_{33} = \int_V d^2 dm$$

$$\vec{\omega} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix} \quad L_3 = I_{33} \omega$$

$$I = \int_V (x_1^2 + x_2^2) dm = \int_V d^2 dm$$

Spezialfall: homogener Zylinder

$$I_{33} = I_z$$

$$M = \rho V = \pi R^2 h \rho$$

$$dV = 2\pi r \cdot dr \cdot h$$

$$dm = \rho dV = 2\pi \rho h r dr$$

$$I_z = \int r^2 dm = \rho \int_V r^2 dV = 2\pi \rho h \int_0^R r^3 dr = \frac{2\pi \rho h R^4}{4} = \frac{MR^2}{2}$$



Rotation um parallele Drehachse:



$$I_{33} = (I_{33})_S + M A^2$$

(M... Masse d. Körpers)

Satz v. Steiner

Dynamik eines rot. starren Körpers

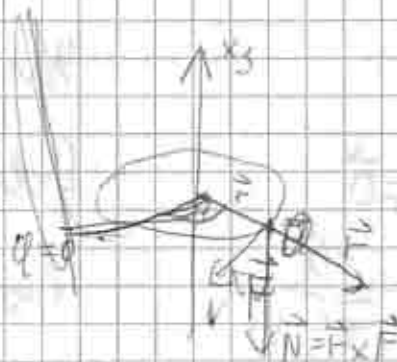
Bewegungsgleichung:

$$\vec{N} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Rotation um feste Achse
(x₃-Achse)

$$N_3 = \frac{dL_3}{dt} = I_{33} \frac{d\omega}{dt}$$

Dreherschwingung



$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

harmonischer Oszillator:

$$N_3 = -K_\varphi \cdot \varphi$$

→ Ruhelage

$$-K_\varphi \cdot \varphi = I_{33} \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

Lösungsansatz

$$\varphi(t) = A \cdot e^{i\tilde{\omega}t}$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = A \cdot i\tilde{\omega} e^{i\tilde{\omega}t}$$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = A(i\tilde{\omega})^2 e^{i\tilde{\omega}t} = -A\tilde{\omega}^2 e^{i\tilde{\omega}t}$$

$$+ K_\varphi \cdot \frac{A e^{i\tilde{\omega}t}}{\varphi} = I_{33} + A\tilde{\omega}^2 e^{i\tilde{\omega}t}$$

$$K_\varphi = I_{33} \tilde{\omega}^2$$

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\frac{K_\varphi}{I_{33}}}$$

$$T \cdot \tilde{\omega} T = 2\pi \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{I_{33}}{K}}$$

ex. Bestimmung

Zusammenfassung:

Translation

Rotation

Länge	s	Winkel	φ
Mass	m	Trägheitsmoment	$(I_{ij}) = \tilde{I}$
Geschw.	$\vec{v}$	Winkelgeschw.	$\vec{\omega}$
Impuls	$m\vec{v} = \vec{p}$	Drehimpuls	$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \tilde{I} \vec{\omega}$
Kraft	$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$	Drehmoment	$\vec{N} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
kin. Energie	$T = \frac{mv^2}{2}$	kin. Energie	$T = \frac{1}{2} \sum_{ij} \omega_i \omega_j$
Rückstellkraft	$F_x = -Kx$	Rückstelldrehmoment	$N_z = -K_\varphi \cdot \varphi$
Schwingungsdauer	$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$	Schwingungsdauer	$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_{33}}{K_\varphi}}$

Rotation um freie Achsen:

$$\vec{L} = \tilde{I} \vec{\omega}, \quad L_i = I_{ij} \omega_j$$

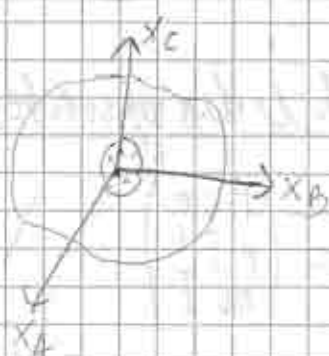
Wahl von Körperachsen $K, S \Rightarrow I_{ij}$ bleiben konstant

Hauptachsentransformation $\Rightarrow (I_{ij}) = \begin{pmatrix} I_{11} & 0 & 0 \\ 0 & I_{22} & 0 \\ 0 & 0 & I_{33} \end{pmatrix}$

$$I_A < I_B < I_C$$

Hauptträgheitsmomente

Hauptachsensystem



symmetrisch



$$\vec{\omega} = \begin{pmatrix} \omega_A \\ \omega_B \\ \omega_C \end{pmatrix} \quad \vec{L} = \begin{pmatrix} L_A \\ L_B \\ L_C \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} I_A & 0 & 0 \\ 0 & I_B & 0 \\ 0 & 0 & I_C \end{pmatrix}}_{\vec{I}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} \omega_A \\ \omega_B \\ \omega_C \end{pmatrix}}_{\vec{\omega}} = \begin{pmatrix} I_A \omega_A \\ I_B \omega_B \\ I_C \omega_C \end{pmatrix}$$

$$I_A \leq I_B \leq I_C$$

Rotation um Hauptachse A:

$$\vec{\omega} = \begin{pmatrix} \omega_A \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{L}^2 = \omega_A^2$$

$$\vec{L} = \begin{pmatrix} L_A \\ L_B \\ L_C \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} I_A & 0 & 0 \\ 0 & I_B & 0 \\ 0 & 0 & I_C \end{pmatrix}}_{(I_i)} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} \omega_A \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{(\omega_j)} = \begin{pmatrix} I_A \omega_A \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = I_A \vec{\omega}_A$$

vel. $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

$$\vec{L} \parallel \vec{\omega}_A$$

$$\vec{L} = \begin{pmatrix} L_A \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_A \omega_A \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{L}^2 = L_A^2 = I_A^2 \omega_A^2$$

kin. Energie

$$T = \frac{1}{2} \vec{L} \cdot \vec{\omega} = \frac{1}{2} I_A \omega_A^2 = \frac{1}{2} I_A \vec{\omega}_A^2 = \frac{\vec{L}^2}{2 I_A}$$

→ Stabile Rotation um Achse des größten Trägheitsmoments

Kugelkreisel $(I_{ij}) = \begin{pmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix}$

$$\vec{L} = \tilde{I} \vec{\omega} = \begin{pmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I\omega_1 \\ I\omega_2 \\ I\omega_3 \end{pmatrix} = I \vec{\omega}$$

Dynamik der Kreiselbewegung

$\vec{N} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ - imperfekter K.S. $\Rightarrow$ Euler'sche Kreiselgleichungen

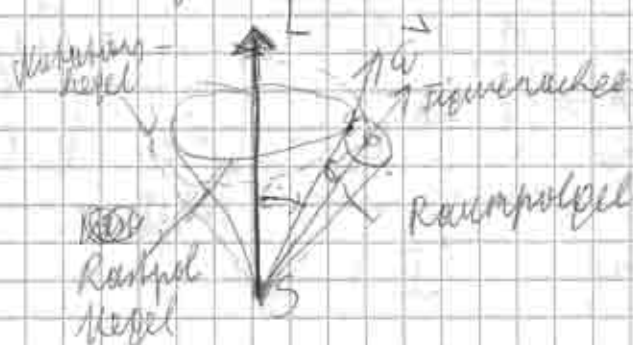
symm. Kreisel 2. Hauptträgheitsmomente sind gleich

• Kraftefreier symmetr. Kreisel

- $\vec{L}$ -Achse: Raumfest ($\frac{d\vec{L}}{dt} \stackrel{!}{=} 0$)

- $\vec{\omega}$ -Achse

- Eigensymmetrie (Symmetrieachse)



• symmetr. Kreisel unter Einfluss eines äußeren Moments $\vec{N}$:

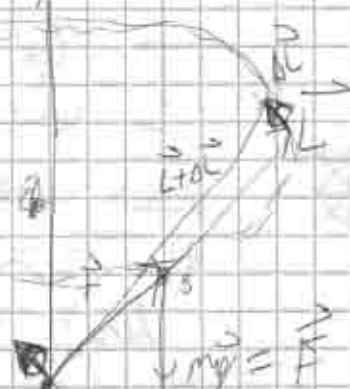
$$\vec{N} = \frac{d\vec{L}}{dt} \Rightarrow d\vec{L} = \vec{N} \cdot dt$$

$$\vec{N} \neq 0 \quad \Delta \vec{L} = \vec{N} \cdot \Delta t$$

je schneller die Rotation

desto langsamer die Präzession

Präzession



7) Mechanik: deformierbaren Körpers

Festkörper: bestimmte Gestalt

Elast./Plast. Def.

Fluide: keine bestimmte Gestalt

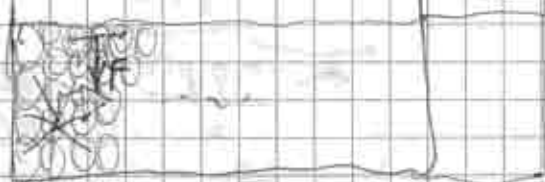
Flüssigkeiten
prakt. inkompressibel

Gase
kompressibel

Fluide

Flüssigkeiten

Oberfläche vergrößern $\rightarrow$ Kraft nötig weil
mehr Moleküle an Oberfläche



$$\Delta W = \sigma \cdot \Delta A$$

Oberflächenenergie

$$[\sigma] = [J m^{-2}] = [N m^{-1}]$$



Flüssigkeitslamelle

mit Zwangs Ober- und Unterseite

$$\Delta W = F \cdot \Delta s$$

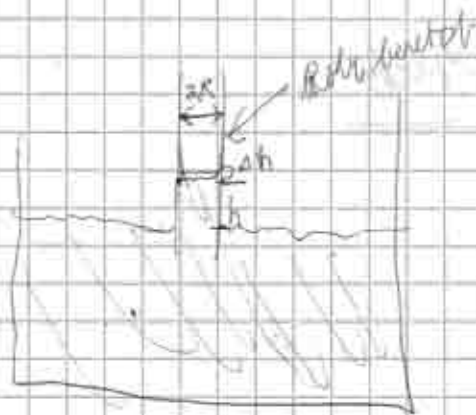
$$\Delta A \approx 2L \Delta s$$

$$\Delta W = \sigma \Delta A = 2L \sigma \Delta s$$

$$F \cdot \Delta s = 2L \sigma \Delta s$$

$$F = \sigma \cdot 2L$$

$$\Rightarrow \boxed{\sigma = \frac{F}{2L}}$$



weiterer Aufstieg um Δh

- Linienkraft: Energieerzeugung durch Verformung d. Oberfl.

$$2\pi r \cdot \Delta h (\Delta A) \Rightarrow$$

$$(*) \Delta W = 2\pi r \sigma \Delta h$$

• ~~Werkstoff~~ Werkstoff konstant

(**) Arbeitsaufwand am Aufstieg

$$(**) \Delta W = m g \Delta h = \rho \pi r^2 h g \Delta h$$

$$2\pi r \sigma \Delta h = \rho \pi r^2 h g \Delta h$$

$$\boxed{\sigma = \frac{\rho g r h}{2}}$$

Skizze für
Skizzenentwurf

Ruhende Flüssigkeit

hydrostatischer Druck

$$\boxed{p = \frac{F}{A}} \rightarrow \text{Fläche} \quad [p] = [N m^{-2}] = [Pa]$$

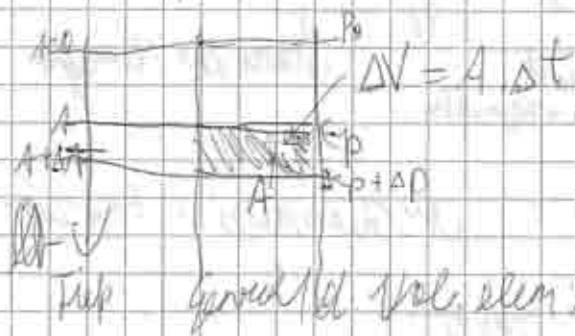
Einfluss der Schwerkraft

Betrachten: Flüssigkeits

inkompressibel $\Rightarrow \rho$ ist konst.



Beobachtung: Flüssigkeitssäule



$$G = A \cdot \Delta t \cdot \rho$$

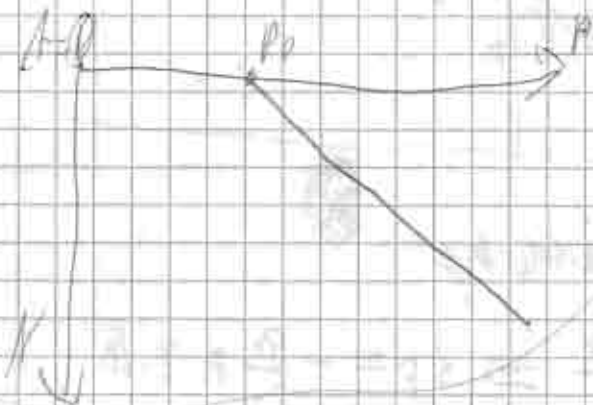
Druckänderung $dp = \frac{G \cdot A \cdot dt}{A} = \rho g dt$

$$\int_{p_0}^p dp' = \int_0^h \rho g dt'$$

$$p - p_0 = \rho g h$$

$$p = p_0 + \rho g h$$

~~Druck~~ ~~Druck~~



Hydrostatisches Druckverteilung



Druck ist gleich weil er nur von der Tiefe abhängt

Auftrieb:



Kraft auf Unterseite

$$F_u = p_0 + \rho g (h + H) \cdot A$$

Kraft auf Oberseite

$$F_G = p_0 \cdot A$$

$$V = A \cdot H$$

$$F = F_U - F_o = \rho g \frac{H \cdot A}{V} = m \cdot g$$

Wichte
des Flüssigkeits

Masse des Flüssigkeits

Archimedisches Prinzip

Betrachten: Gas. Säule

$$p \cdot V = \text{const} \quad (\text{für ideales Gas}) \quad (T = \text{const})$$

(Boyle-Mariottes Gesetz)

$$\frac{p}{\rho} = \text{const} \Rightarrow \frac{p}{\rho} = \frac{p_0}{\rho_0} \Rightarrow \rho = \frac{\rho_0}{p_0} p$$



Gewicht von dh $\Rightarrow$ Druckänderung

$$-dp = \frac{\rho \cdot A \cdot dh \cdot g}{A} \Rightarrow dp = -\frac{\rho_0}{p_0} \cdot p \cdot g \cdot dh$$

$$\int_{p_0}^p \frac{dp'}{p'} = -\frac{\rho_0 g}{p_0} \int_0^h dh$$

$$\ln\left(\frac{p}{p_0}\right) = -\frac{\rho_0}{p_0} g h$$

$$\frac{p}{p_0} = e^{-\frac{\rho_0}{p_0} g h}$$

$$p = p_0 e^{-\left(\frac{\rho_0 g h}{p_0}\right)}$$

Barometrische
Höhenformel



Strömende Flüssigkeit:

Def. Volumenfluss:

$$\Phi_v = \oint_A \vec{v} \cdot d\vec{f}$$



Def. Massenfluss:

$$\Phi_M = \oint_A \rho \vec{v} \cdot d\vec{f}$$

Fluid. Grundgleichung $\vec{\gamma} = \rho \vec{v}$

(Massenfluss pro Flächeneinheit)



Massenerhaltung

Behälter: Volumen V in der Strömung

Massen im Vol V

$$M = \iiint_V \rho \cdot dV$$

Massen die pro Zeiteinheit aus V hinausfließen

$$\dot{M}_{\text{out}} = \oint_{\partial V} \rho \vec{v} \cdot d\vec{f} = \iiint_V \text{div}(\rho \vec{v}) dV$$

Gaußsche Integralsatz

$$\oint_{\partial(V)} \vec{a} \cdot d\vec{f} = \iiint_V \text{div}(\vec{a}) \cdot dV =$$

$$\text{d.h. } \vec{a} = \frac{\partial a_1}{\partial x_1} + \frac{\partial a_2}{\partial x_2} + \frac{\partial a_3}{\partial x_3}$$

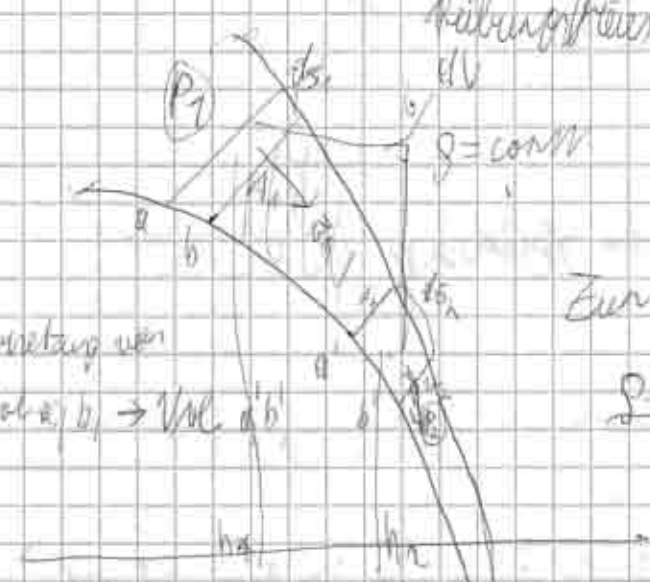
$$\frac{dM}{dt} = -\Phi_M \Rightarrow \frac{d}{dt} \iiint_V \rho dV = - \iiint_V \text{div}(\rho \vec{v}) dV$$

$$\iiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = - \iiint_V \text{div}(\rho \vec{v}) dV$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0$$

Kontinuitätsgleichung

Bernoulli-Gleichung: stationäre Strömung
inkompressibles Fluid
reibungsfreies Fluid



Verschiebung von
Vol. a, b1 → Vol. a'b'

Zunahme der kinet. Energie

$$\frac{\rho dV \cdot v_2^2}{2} - \frac{\rho dV \cdot v_1^2}{2}$$

Zunahme der pot. Energie

$$\rho dV \cdot g h_2 - \rho dV \cdot g h_1$$

Energieerhaltung

$$\frac{\rho}{2} (v_2^2 - v_1^2) + \rho g (h_2 - h_1) + p_2 - p_1 = 0$$

Zugeführte Volumenarbeit

$$p_1 A_1 ds_1 - p_2 A_2 ds_2$$

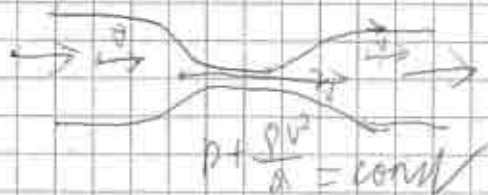
$$\frac{\rho}{2} v^2 + \rho g h + p = \frac{\rho}{2} v_1^2 + \rho g h_1 + p_1$$

Folgerung

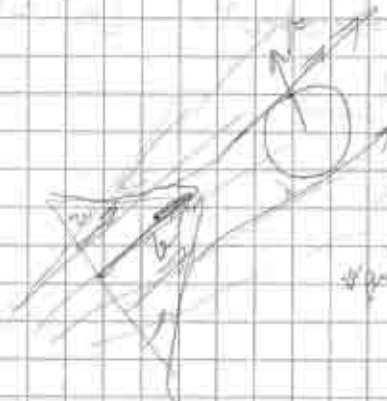
$$\boxed{\frac{\rho}{2} v^2 + \rho gh + p = \text{const.}}$$

Hydraulik-Gl.

Bsp. Unterschiedl. Gestalt

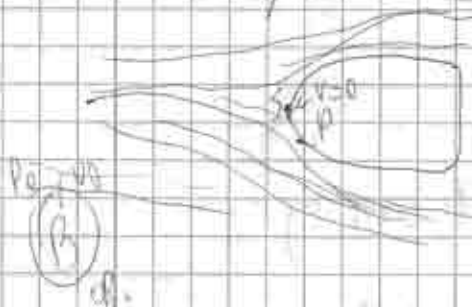


Hydrodynamisches Paradoxon



gleiches $\Rightarrow$ in kleinerer $\Rightarrow$ schneller

Umformung von Körpern



$$\frac{\rho}{2} v_0^2 + p_0 = p$$

$$\boxed{p - p_0 = \frac{\rho v_0^2}{2}}$$

v_0 stat. Druck
 p Druck am Strömungspunkt
 $(p - p_0)$ Staudruck

Prandtl-Kohäsion $\rightarrow$ Messen von v in Strömung über $(p - p_0)$

Zirkulation u. Wirbel

Def. Zirkulation



$$\boxed{\oint_C \vec{v} \cdot d\vec{s}}$$

Def.

Erhaltung der Zirkulation

$\Gamma = 0$ wirbelfrei

Strömung über einer Platte



$$\vec{F} = A \cdot \frac{dv}{dz} \cdot \eta$$

↑ Zähigkeit

$$[\eta] = [\text{Pa} \cdot \text{s}]$$

	η [mPa/s]
Wasser (H_2O)	1,002
Benzol	0,65
Glycerin	1480
Luft	0,017
H_2	0,0086

Temperaturabhängigkeit von η

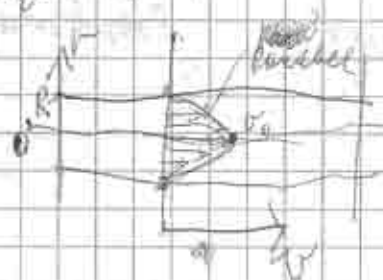
↑ T η ↓ Flüssigkeit

↑ T η ↑ Gase

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad \text{kinematische Zähigkeit}$$

Wichtige Strömungsvorgänge

• Zyl. Rohr



$$v(r) = \frac{\Delta P}{4\eta L} \cdot (R^2 - r^2)$$

$$Q = \frac{\pi R^4}{8\eta} \cdot \frac{\Delta P}{L}$$

$$\int -R \cdot R^3$$

Durchsatz (Volumen pro Zeit durch Querschnitt)
[m³s⁻¹]

• Strömungswiderstand einer Kugel

R... Kugelradius

η ... Zähigkeit des Fl.

η ... Zähigkeit des Fl.

$$F_w = 6\pi \eta R v_0$$

Stokes'sches Gesetz

Bestimmung von η an „Verformung von Partikel“

Ähnliche Strömungen

• typ. dimensionslos L

• typ. Geschwindigkeit v_0

• kinematische Zähigkeit ν

$$Re = \frac{L v_0}{\nu} = \frac{L v_0 \rho}{\eta} = \frac{\text{Trägheitskräfte}}{\text{Reibungskräfte}}$$

← (Reynoldszahl)

$Re < 1$ laminare Strömung

$Re \gg 1$ turbulente Strömung

$Re < 1$ Kugel
Robtman $Re < 300$

Wird vom Objekt ab

Kräfte auf angehängte Hindernisse

$$F_w = A \frac{\rho v^2}{2} \cdot C_w$$

angew.
Fläche

Widerstands-
koeffizient

Widerstandsbeiwert.
(hängt von Form und Form)

hohl Kugel = $F_w = \frac{12}{Re} \cdot A \frac{\rho v^2}{2}$ f. $Re < 1$

Form	C_w
Winkel	1,2
Kugel	0,4
Stromlinienprofil	0,06

Auftrieb (hydrodynamisch)

$$F_A = C_A \cdot A \frac{\rho v^2}{2}$$

Auftriebsbeiwert

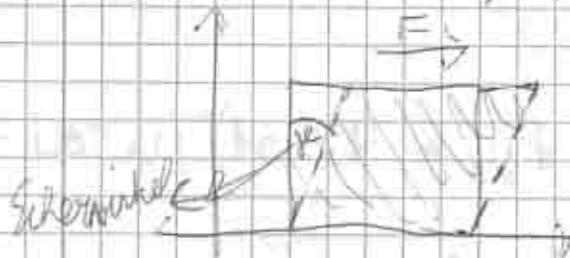
FESTKÖRPER

Äußere Kraft $\rightarrow$ Deformation
(kurze Zeitweil $\rightarrow$ Oberflächenkräfte)

- Gestalt bleibt gleich $\rightarrow$ Volumen ändert sich!

$$\phi = \frac{\Delta V}{V}$$


~~Deformation~~ Gestaltänderung ohne Volumenänderung



Spannung — Normalspannung — Druckspannung
 Zugspannung σ [Pa]

Transversalspannung
(Schnittspannung)
 τ [Pa]

Einseitige Dehnung (Kompression)
 (Zugspannung, Gestaltänderung, Volumenänd. (mindest))

$$\phi = \frac{\Delta V}{V}$$

relativ. Volumenänderung



$$\frac{\Delta L}{L_0} = \epsilon$$

rel. Längenänderung

$$\frac{E_Q}{\sigma} = \mu = \text{Poissonzahl}$$

relativ. Querschnittsänderung Δ

$$E_Q = - \frac{\sigma d}{d_0}$$

annähernde Berechnung (Kompression)
von homogenen, isotropen Festk.

$$\Phi = \frac{\Delta V}{V_0}$$

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{(L - L_0)}{L_0}$$

$$\epsilon_q = - \frac{\Delta d}{d_0} = - \frac{(d - d_0)}{d_0}$$

$$\mu = \epsilon_q / \epsilon \quad \text{Poissonzahl}$$

$$\Phi = \frac{\Delta V}{V_0} = \frac{(V - V_0)}{V}$$

$$V - V_0 = d^2 \cdot \frac{L}{4} - d_0^2 \cdot \frac{L_0}{4} = (d_0 + \Delta d)^2 (L_0 + \Delta L) - d_0^2 L_0$$

$$= d_0^2 L_0 + d_0^2 \Delta L + \overset{\text{klein}}{2 d_0 \Delta d} L_0 + \overset{\text{klein}}{2 d_0 \Delta d} \Delta L + 2 \Delta d^2 L_0 + 2 \Delta d^2 \Delta L - d_0^2 L_0 \approx d_0^2 \Delta L + 2 d_0 \Delta d L_0$$

$$\Phi \approx \frac{\Delta L}{L_0} + 2 \frac{\Delta d}{d_0} \quad \text{mit } \epsilon = \frac{\Delta L}{L_0} \text{ und } \epsilon_q = - \frac{\Delta d}{d_0}$$

$$\Phi \approx \epsilon - 2 \epsilon_q = \epsilon - 2 \epsilon \mu = \epsilon \cdot (1 - 2\mu) = \Phi$$

$$\Phi > 0 \quad 0 < \mu < 0,5$$

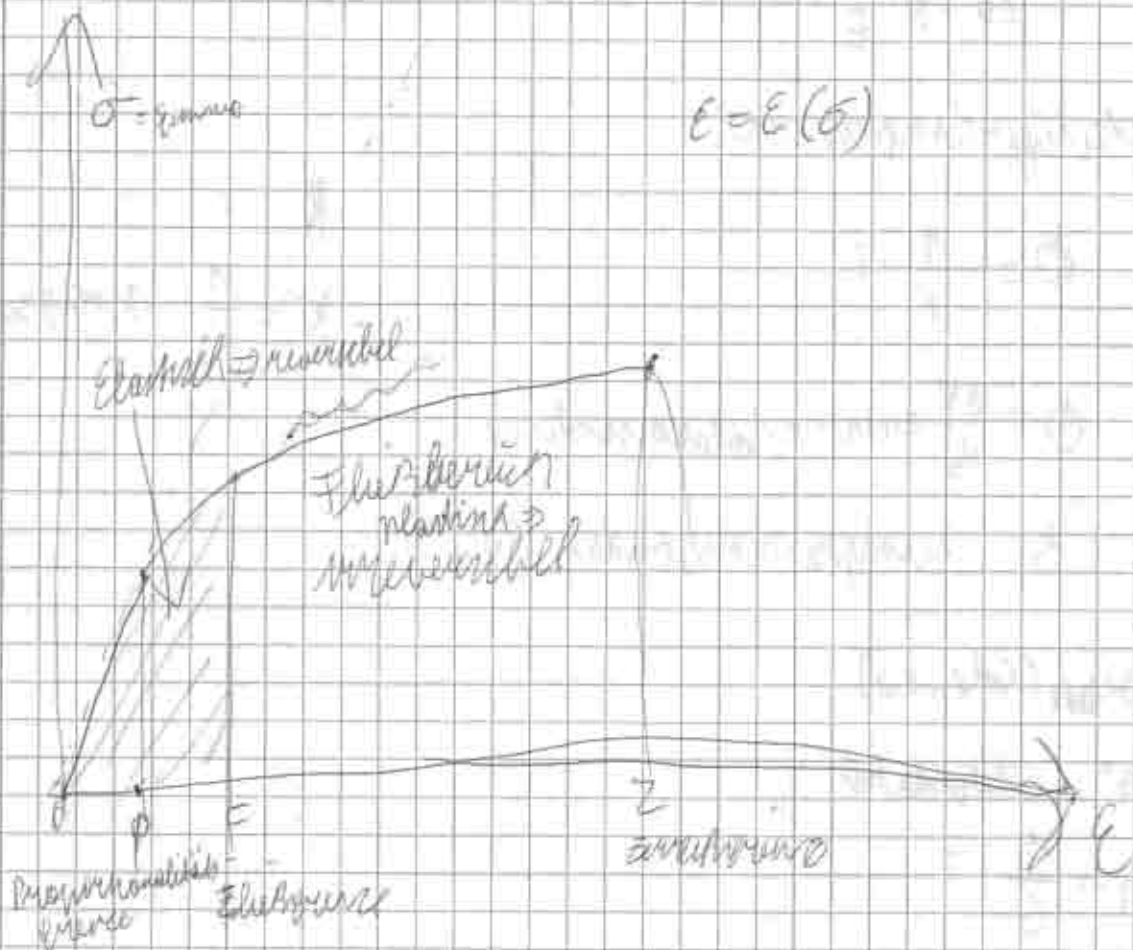
Näherung aufgrund einer Zugspannung

① Stahlblech unter Zugspannung $\Rightarrow$ Längenänderung proportional zur ~~elastischen~~ Spannung

Näherung reversibel

Blech mit Kupferdraht

Beijing als eine gewisse Belastung zu
fließen (dehnt sich unter der Last)
→ plastisches Verhalten (geht nicht mehr
zurück)



Spannung - Dehnungsdiagramm

Einschieben Dehnung

$\overline{OP}$ Proportionalitätsbereich

$$\epsilon = \frac{1}{E} \sigma$$

ϵ ... rel. Längenänderung

σ ... Zugspannung

E ... Dehnungsmodul (Elastizitätsmodul)

$\left(\frac{1}{E} = \alpha \right)$... Dehnungsgröße

$$\Phi = \epsilon (2\mu - 2\mu)$$

$$\Phi = \frac{1}{E} \sigma (1 - 2\mu)$$

$$\epsilon_0 = \mu \cdot \frac{1}{E} \cdot \sigma$$

Hydrostatische Kompression

$$\Phi = -\frac{1}{K} \cdot p$$

$$K = \frac{1}{\kappa} \quad \text{Kompressibilität}$$

$$\Phi = \frac{\Delta V}{V_0} \quad \text{relative Volumenänderung}$$

K... Kompressionsmodul (N m^{-2})

Torsion (Schubung)

γ ... Scherwinkel

$$\gamma = \frac{1}{G} \cdot \tau$$

G... Torsionsmodul (Schermodul) (N m^{-2})

τ ... Schubspannung

$$\beta = \frac{1}{G} \quad \text{Schubverform}$$

Typische Werte für E, K, μ u. G

	E [10^9 N/m^2]	K [10^9 N/m^2]	μ	G [10^9 N/m^2]
Pb (Pb)	19	53	0,44	7
Al	71	74	0,34	26
Stahl	108-212	82-161	0,29	42-83
Wolfram	407	323	0,29	158

Je größer die Module $\rightarrow$ desto kleiner die Verformungen bei
gleichen Belastungen.

Relationen zwischen E, K, μ, G
für homogene isotrope Festkörper

Relation zw. E, μ, G

$$E = 2 \cdot G \cdot (1 + \mu)$$

$$0 < \mu < 0,5 \Rightarrow$$

$$\frac{E}{3} < G < \frac{E}{2}$$

Relation zw. E, μ, K

$$E = 3K(1 - 2\mu)$$

$$\frac{E}{3K} = (1 - 2\mu)$$

$$K = \frac{G \cdot E}{3 \cdot (3G - E)}$$

Experimentelle Bestimmung von E u. G werden experimentell
bestimmt, weitere Größen daraus errechnet

Zusammenfassung: El. Verb. von homogenen isotropen Festkörpern

4 Module beschreiben

2 Relatoren

2 Module experimentelle Bestimmung ^{vorzugeben} (ϵ/g)

Kristalline Festkörper:

Triklin (~~alle~~ ^{keine} Achsenungleichheit): 21 Konstante nötig

Monoklin (gips): 13 Konst.

Rhombohedr (Topas): 9 Konst.

Trigonal (Quarz): 6 Konst.

Tetragonal (Zinn): 7 Konst.

Hexagonal (Beryll): 5 Konst.

Kubisch (Kunststoff): 3 Konst.

Bei Flüssigkeit reicht 1 Konst.

Reibung & Festigkeiten

Oberflächeneigenschaften

- Reibung & Festigkeiten

empir. Härtekalor nach Mohr

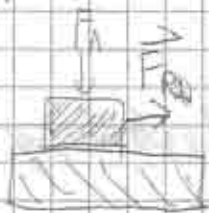
1. Talk

10. Diamant

- Verfahren nach Brinell:



Reibung & Festigkeiten



$|F| \propto \text{Anpressdruck}$
 $\propto \text{Kontaktfläche}$

$$F_G = \mu_G \cdot F_N \quad \text{Gleitreibung}$$

μ_G Gleitreibungskoeffizient

$$F_H = \mu_H \cdot F_N \quad \text{Haftreibung}$$

$$F_R = \mu_R \cdot F_N \quad \text{Rollreibung}$$

μ_R

Stahl/ Stahl	μ_{st} 0,7	μ_{st} 0,4	μ_{st}/μ 0,605
Alu/Alu	1,1	0,4	
Drumml/ Drumml	0,1	0,08	
gummi/holz	1,2	1,05	0,3

III Schwingungen und Wellen

Schwingungen: Zeitl. period.

Wellen: Zeitl. + Räumliche period.

1) Schwingungen

harmon. Oszillator: Rückbr. Kraft $\propto$ Auslenkung

$$m \ddot{x} = -kx$$

harmon.
schwingende
Bewegung

→ Rückstellkraft
(Federkonst.)

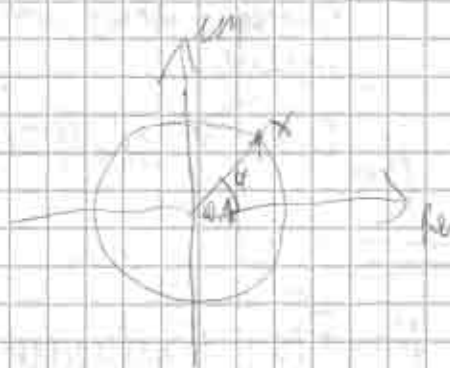
komplexen Lösungsansatz

$$x = a_0 e^{i\omega t}$$

$$\dot{x} = a_1 \omega e^{i\omega t}$$

$$\ddot{x} = a_1 i \omega^2 e^{i\omega t}$$

$$-m a_1 \omega^2 e^{i\omega t} = k a_0 e^{i\omega t}$$



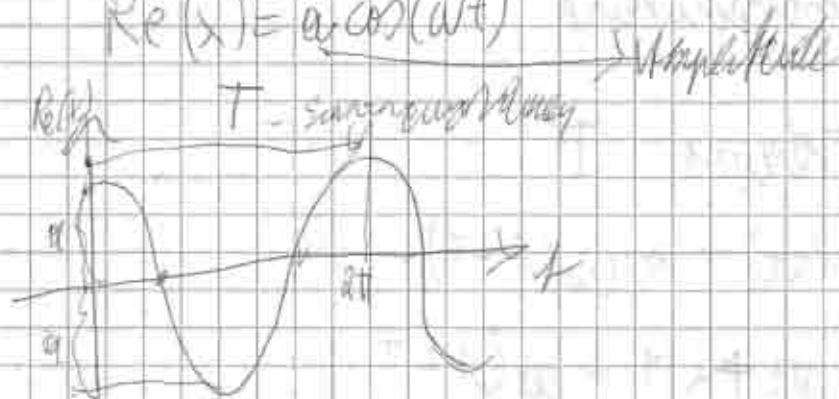
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Best. man

$$e^{i\omega t} = \cos(\omega t) + i \sin(\omega t)$$

$$\operatorname{Re}(e^{i\omega t}) = \cos(\omega t)$$

$$\operatorname{Re}(x) = a \cos(\omega t)$$

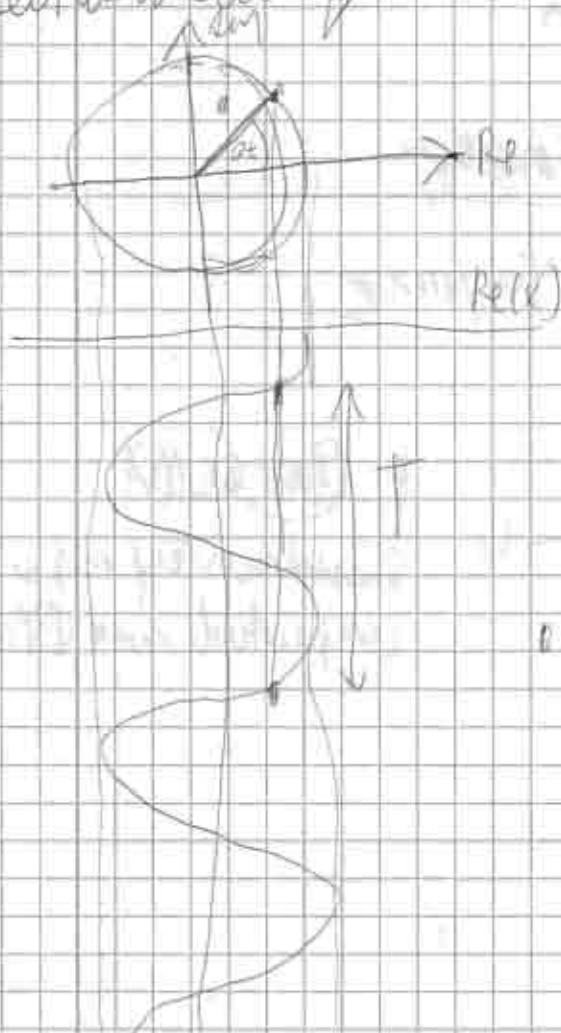


$\operatorname{Re}(x)$ Auslenkung

a ... Amplitude ... maximal Auslenkung

ω ... Kreisfrequenz

Zeitdarstellung



ω = Winkelgeschw. des Zeigers

Zeitnullpunkt ändern

$$\operatorname{Re}(x) = a \cdot \cos(\omega(t + t_0)) = a \cdot \cos(\underbrace{\omega t + \varphi}_{\text{Phase}})$$

z.B. Phasenverschiebung

Schwingungsdauern: T

$$\cos(\omega t) = \cos(\omega(t + T))$$

$$\omega t + 2\pi = \omega(t + T)$$

$$\omega t + 2\pi + \cancel{\omega t} - \omega t$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Frequenz: ν :

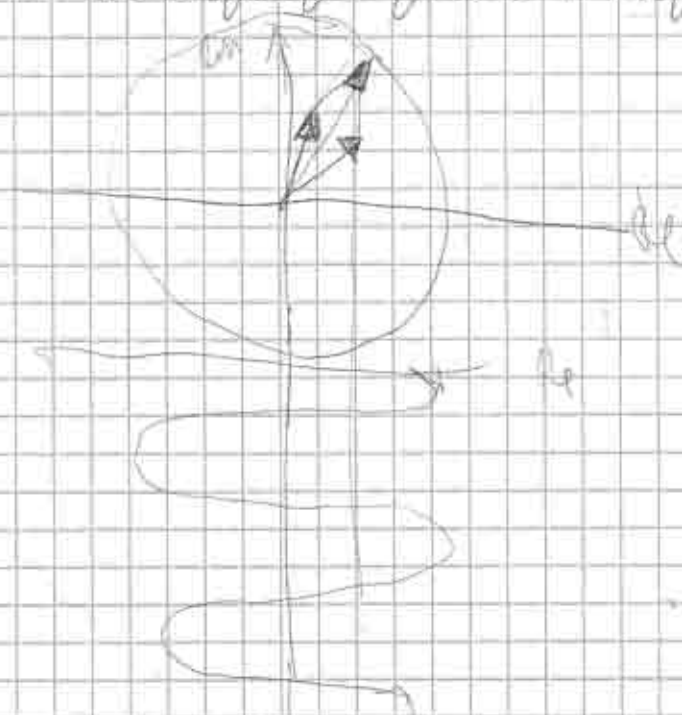
$$\boxed{\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}}$$

$$[\nu] = [s^{-1}] = [Hz]$$

$$\nu = 1 Hz \Rightarrow \omega = 2\pi s^{-1}$$

Überlagerung v. 2 Schwingungen

2. Schwingungen gleicher Frequenz:



Phasenaddition

Sinusschwingung mit anderen Amplituden und Phase

2. Schwingungen mit ähnlichen Frequenzen

Frequenzunterschieds

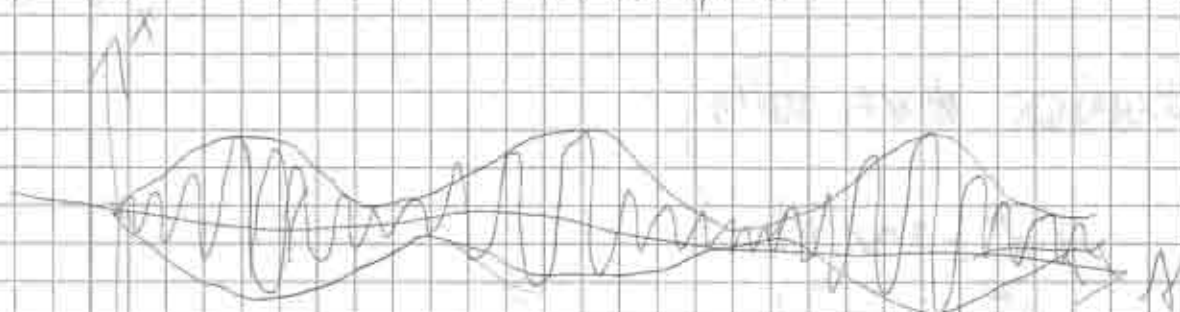
klein im Vergleich zur Frequenz

$$x_1 = a \cos(\omega_1 t)$$

$$x_2 = a \cos(\omega_2 t)$$

$$x = x_1 + x_2 = 2a \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \cdot \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right)$$

langsame Änderung
der Amplitude



N-Schwingungen unterschiedlichen Frequenzen

$$x = \sum_{n=1}^N a_n \cos(\omega_n t + \varphi_n)$$

2. Dimensional Überlagerung

Schwingungen gleicher Frequenz

$$x = a \sin(\omega t)$$

$$\frac{x}{a} = \sin(\omega t)$$

$$y = b \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\frac{y}{b} = \sin(\omega t + \varphi) = \sin(\omega t) \cos(\varphi) + \cos(\omega t) \sin(\varphi)$$

$$\frac{x}{a} = \frac{x}{a} \cos(\varphi) + \cos(\omega t) \sin(\varphi)$$

$$\cos(\omega t) \sin(\varphi) = \frac{x}{a} \cos(\varphi) - \frac{y}{b}$$



$$\sin(\omega t) \sin(\varphi) = \frac{\lambda}{a} \sin(\varphi) \quad \text{aus (*)}$$

$$\cos^2(\omega t) \cdot \sin^2(\varphi) + \sin^2(\omega t) \cdot \sin^2(\varphi) = \frac{x^2}{a^2} \cos^2(\varphi) + \frac{y^2}{b^2} - 2 \frac{x}{a} \frac{y}{b} \cos(\varphi) + \frac{x^2}{a^2} \sin^2(\varphi)$$

$$(**) \sin^2(\varphi) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 2 \frac{x}{a} \frac{y}{b} \cos(\varphi)$$

Gegeben: Ellipse in (x, y) Ebene um einen Winkel φ gedreht

Drehung durch $\sin^2(\varphi)$

$$a^* = a \sin(\varphi)$$

$$b^* = b \sin(\varphi)$$

$$(**) \left(\frac{x^2}{a^{*2}} + \frac{y^2}{b^{*2}} - 2 \frac{x}{a^*} \frac{y}{b^*} \cos(\varphi) \right) = 1$$

ell. gl.

Speziell

$$\varphi = 0$$

$$\left(\frac{x}{a} - \frac{y}{b} \right)^2 = 0 \quad \text{aus (*)}$$

$$\boxed{y = \frac{b}{a} x} \quad \text{Gerade}$$

$\varphi = \frac{\pi}{2}$: Ell. mit Achsen $\parallel x, y$

$\varphi = \frac{\pi}{2}, a = b$: Kreis mit Radius $a = b$

2. ungedämpfte Schwingung

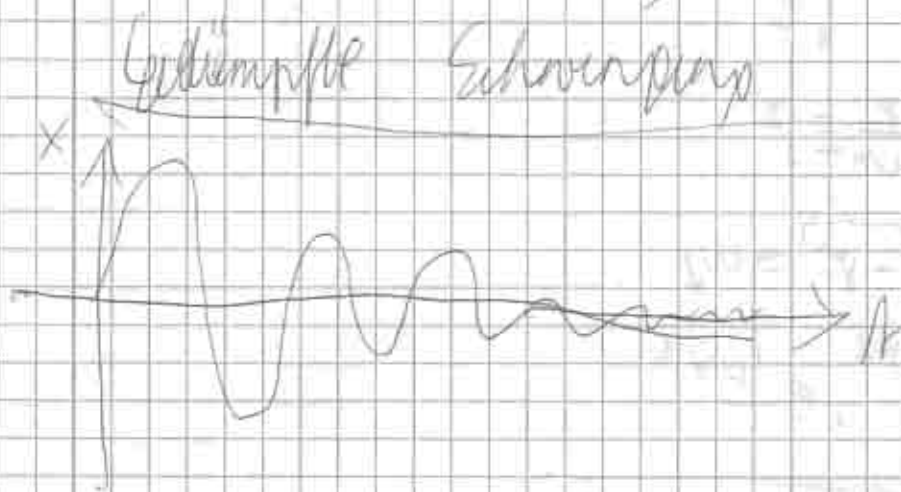
rationales Frequenzverhältnis

Knotenpunkt-Figuren $\rightarrow$ statisch konstr. (praktisch leicht verarbeitbar aus techn. Gründen)

2. ungedämpfte Schwingung

irrationaler Frequenzverhältnisse

Rahmen füllt die Bautechfläche aus



$$m \ddot{x} = -kx - r \dot{x}$$

$$m \ddot{x} + r \dot{x} + kx = 0$$

r ... Reibungskoeff.

k ... Federhärte

Komplexer Lösungssatz

$$x = a \cdot e^{i\omega t}$$

$$\dot{x} = a i \omega e^{i\omega t}$$

$$\ddot{x} = -a \omega^2 e^{i\omega t}$$

$$-m a \omega^2 e^{i\omega t} = r a i \omega e^{i\omega t} + k a e^{i\omega t} = 0$$

$$\omega^2 - \frac{i r}{m} \omega - \frac{k}{m} = 0$$

Ungefähr $r=0$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_0$$

$\Rightarrow$

gedämpft: $\Gamma \neq 0$

$$\omega = i \frac{\Gamma}{2m} \pm \sqrt{-\frac{\Gamma^2}{4m^2} + \frac{k}{m}} = \omega_0^2$$

komplexe Kreisfrequenz

Fall 1: überdämpfte Dämpfung

$$\frac{\Gamma}{2m} < \omega_0$$

$$(*) \quad \omega = i \frac{\Gamma}{2m} \pm \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\Gamma^2}{4m^2}} \Rightarrow$$

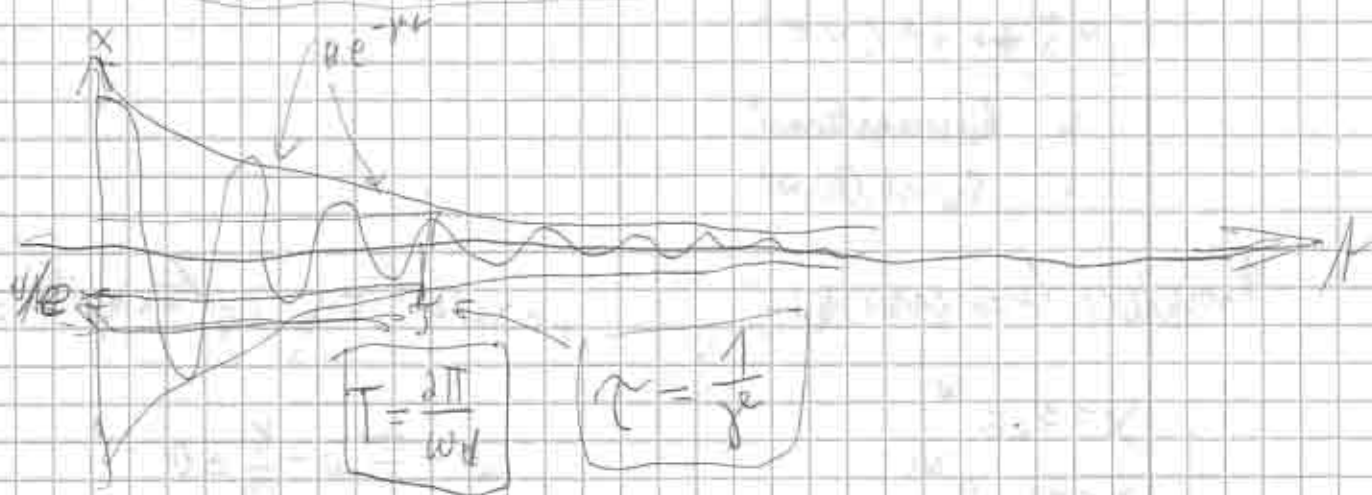
$$X = a \cdot e^{-\frac{\Gamma}{2m}t} \cdot e^{\pm i \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\Gamma^2}{4m^2}}t}$$

$$\text{ReZ} \quad \frac{\Gamma}{2m} = \gamma$$

$$\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} = \omega_d$$

$$X = a \cdot e^{-\gamma t} \cdot e^{\pm i \omega_d t}$$

$$\text{Re}(X) = a e^{-\gamma t} \cdot \cos(\omega_d t)$$



Fall 2: Starke Dämpfung:

$$\sqrt{1-\xi^2} = \sqrt{\xi^2}$$

$$\frac{M}{2m} > \omega_0$$

$$x = a \cdot e^{-\gamma t}$$

$$\omega = 1 \pm i \sqrt{\frac{M}{4m} - \omega_0^2}$$

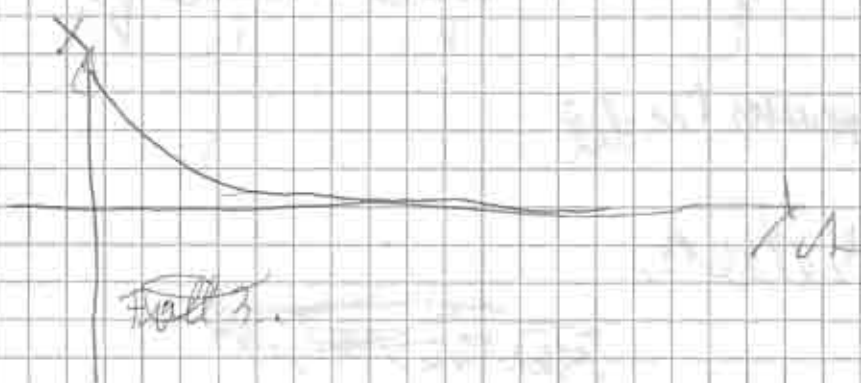
$$x = a \cdot e^{-\gamma t} \left(e^{-\sqrt{\frac{M}{4m} - \omega_0^2} t} + e^{\sqrt{\frac{M}{4m} - \omega_0^2} t} \right)$$

$$\alpha = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$$

$$x = a \cdot e^{-\gamma t} \cdot (e^{\alpha t} + e^{-\alpha t})$$

aperiod. Rückfall

Wohl
essentlich
aperiod.
Rückfall
als Grenzfall



Fall 3: Unveränderte Grenzfall

$$\frac{M}{2m} = \omega_0 \Rightarrow \alpha = 0$$

$$x = a \cdot e^{-\gamma t}$$

schleuest mögliche Einstellung des Rückfalls

Erzwungene Schwingung

Bewegungsgleichung: $m \ddot{x} + r \dot{x} + k x = F \cdot e^{i \omega t}$

Spezielle Lösung der homogen. Gl.

$$x = a e^{i \omega t}$$

~~Ergebnis~~ $|a| = \frac{F}{k}$

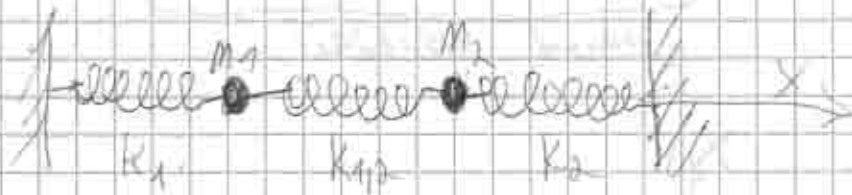
nach a wird a umgekehrt

Ergebnis $|a| = \frac{F/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\gamma\omega)^2}}$

$\text{Arg}(a) = \frac{\text{Im}(a)}{\text{Re}(a)} = \frac{2\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$

Phasenverschiebungswinkel weil $R \in \mathbb{C}$

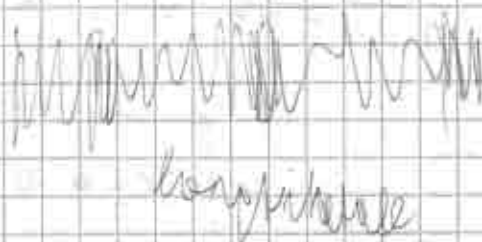
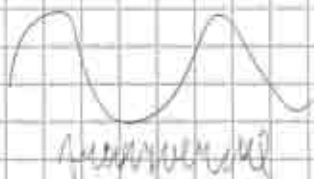
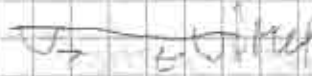
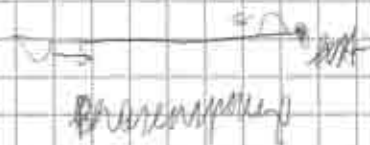
gekoppelte Schwingungen



gekoppelter Resonator

2) Wellen

~~Transversalwellen~~



↓
Polarisation
Schwingungsrichtung

komplexförmig
Schall (Luft, Wasser)
↓
keine Polarisation

stehende Wellen



Beschreibung:

$$u(x, t) = u_0 \cdot \cos(\omega t - kx)$$

momentane Auslenkung

Winkelgeschwindigkeit

Wellenzahl

maximale Auslenkung (Amplitude)

• Schwingungsperiode: ($x=0$):

$$\cos(\omega(t+T)) = \cos(\omega t)$$

$$\omega(t+T) = \omega t + 2\pi$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{Schwingungsperiode}$$

$$\text{Schwingungsdauer} / \text{Wellenlänge} \quad \boxed{v = \frac{1}{T}} \quad \text{Frequenz}$$

• Wellenlänge λ ($t=0$)

$$\cos(k(x+\lambda)) = \cos(kx)$$

$$k(x+\lambda) = kx + 2\pi$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} \quad \text{Wellenlänge}$$

Umkehr der Wellengleichung:

$$\boxed{\frac{1}{\lambda} = \frac{k}{2\pi}}$$

Wellengleichung:

• Punkte gleicher Phase

$$\frac{d}{dt}(\omega t - kx) = 0$$

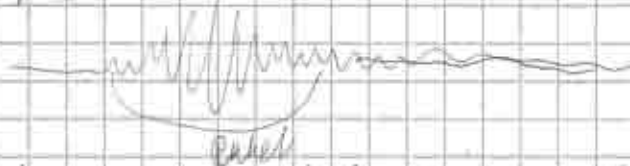


ad 2

$$\omega - k \underbrace{\frac{dx}{dt}}_{v_{ph}} = 0$$

$$\boxed{v_{ph}} = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = \boxed{\lambda v}$$

• Ausbreitung von Wellengruppen



2 Wellen mit geringfügigen Unterschieden der Frequenz

Gleiche Phasen: $kx - \omega t = (k + \Delta k)x - (\omega + \Delta \omega) \cdot t$

$$kx - \omega t = kx + \Delta k \cdot x - \omega t - \Delta \omega \cdot t$$

$$t \cdot \Delta \omega = x \cdot \Delta k$$

$$\frac{x}{t} = v_{gruppe} = \frac{\Delta \omega}{\Delta k} \Rightarrow \boxed{v_{gruppe} = \frac{d\omega}{dk}}$$

$$v_{gruppe} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(k v_{ph})}{dk}$$

$$\boxed{v_{gruppe} = v_{ph} + k \frac{dv_{ph}}{dk}}$$

Umformung mittels $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$v_{gruppe} = v_{ph} + \frac{2\pi}{\lambda} \frac{dv_{ph}}{d\lambda} \frac{d\lambda}{dk}$$

$$\boxed{\frac{dx}{dk} = \frac{d\left(\frac{2\pi}{k}\right)}{dk} = \frac{-2\pi}{k^2} = -\frac{\lambda^2}{2\pi}}$$

$$v_{gr} = v_{ph} + \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{dv_{ph}}{dk} \cdot \left(-\frac{\lambda^2}{2\pi} \right) = v_{ph} - \lambda \frac{dv_{ph}}{d\lambda} = v_{group}$$

$$y(x, t) = U_0 \cdot \cos(\omega t - kx)$$

Wellengleichung:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = U_0 (-\sin(\omega t - kx)) \cdot (-k)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = U_0 k^2 \cos(\omega t - kx)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = U_0 \cdot (-\sin(\omega t - kx)) \cdot \omega$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -U_0 \omega^2 (\cos(\omega t - kx))$$

$$\frac{1}{k^2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{\omega^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \underbrace{\frac{k^2}{\omega^2}}_{\frac{1}{v_{ph}^2}} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$



$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{v_{ph}^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$



$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

Wellengleichung (3D)

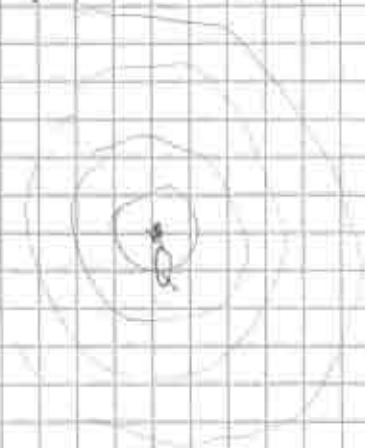
Δu

laplace Differentialgleichung

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial (v_{phas}/k)^2} = 0$$

Wellengleichung

Doppler-Effekt



Empfänger bewegt sich

$$v = v_0 \left(1 + \frac{v_B}{v_{ph}} \right)$$

Empfänger bewegt sich

$$v = v_0 \cdot \frac{1}{1 - \frac{v_B}{v_{ph}}}$$

Thermodynamik



Wärme = kinetische Energie von Atome, Moleküle
(ungeordnete)

~~Temperatur~~ Temperatur: Maß für die kinet. Energie

Thermometer: jede ~~Temperatur~~ temperaturabhängige Eigenschaft
(im Prinzip)

Ideal: lineare Eigenschaften

Fixpunkte: $t_c = 0^\circ\text{C}$ Gefrierpunkt von H_2O

Äther-Skala $t_c = 100^\circ\text{C}$ Siedepunkt
von H_2O

bei $p = 1 \text{ atm}$

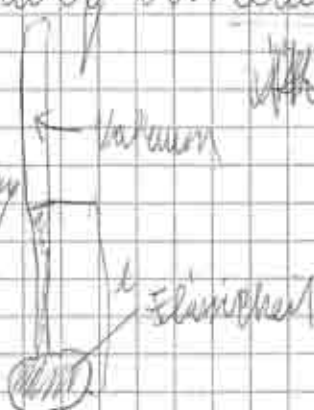
Wasser-Festkörperskala $t_c = 0^\circ\text{C}$ Eis-Wasser-Mischung

$t_c = 100^\circ\text{C}$ Wasser-Dampf-Mischung

Herstellung von Quecksilber in Kapillare

Äther, Alkohol

Längenänderung $\propto$ Temperaturänderung



L_0 = Länge bei $t_c = 0^\circ\text{C}$

L_{t_c} = Länge bei t_c

L_{100} = Länge bei $t_c = 100^\circ$

$$\frac{L_{100} - L_0}{100 K_C} = \frac{L_{100} - L_0}{100}$$

$$K_C = \frac{L_{100} - L_0}{L_{100} - L_0} \cdot 100$$

Erwartung

$K_F = 0^\circ F$ Gelmik - reines Wasser

$$\hat{K}_C = -17,8^\circ C$$

$K_F = 100^\circ F \hat{=}$ Körpertemperatur $-32^\circ C$

$$K_C = \frac{5}{9} \cdot (K_F - 32)$$

Absoluter Temperatur

Absoluter Nullpunkt

keine Wärmebewegung

$$T = 0 K$$

Heisenbergsche Unschärferelation

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{2}$$

↓ ↓
Ordnung Impulsunsicherheit

$$h = \frac{h}{2\pi} \downarrow$$

(Wirkung)
Ordnung
Impuls. Wert
= Energie Zeit
= Wirkungsquantum

$$h = 6,6 \cdot 10^{-34} Js$$

$$\text{Nullpunktbewegung} = T/0 K$$

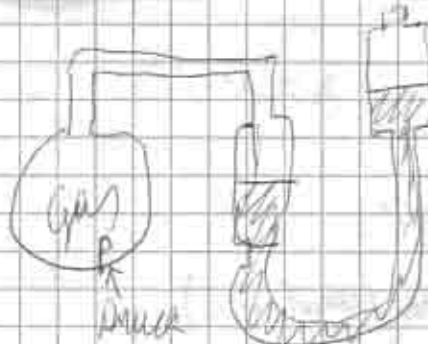
$$\text{Nullpunktenergie} = \frac{1}{2} h \nu$$

$$T = 0 K \hat{=} -273,15^\circ C$$

$$T = 273,15 K \hat{=} 0,01^\circ C$$

Trippelpunkt
von H_2O
Koexistenz
von fest, flüssig, gasförmig

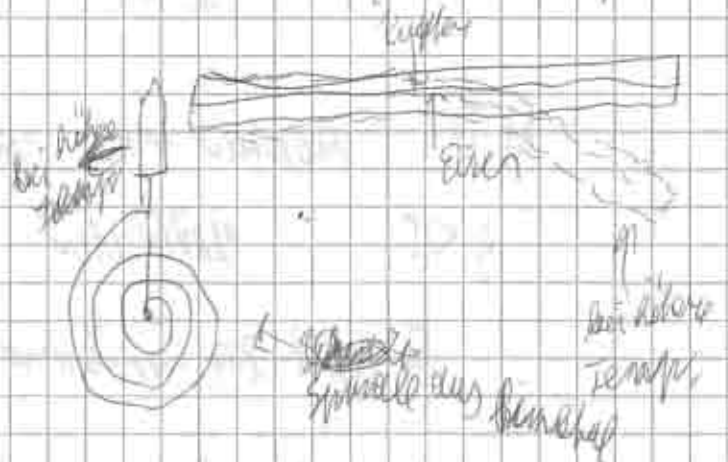
Gas thermometer



Technische Temperaturmessung

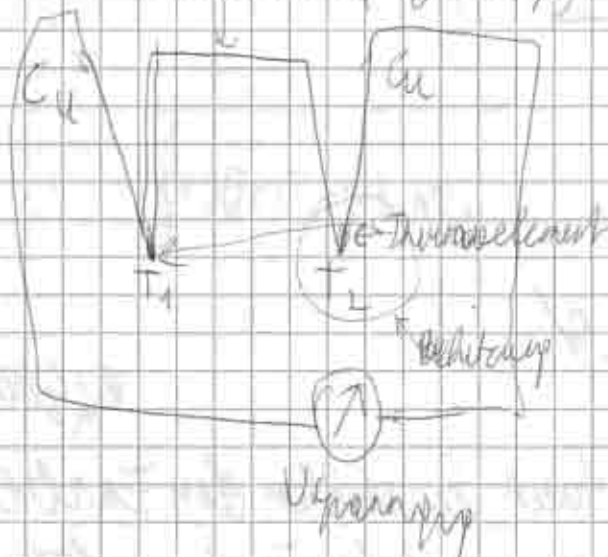
Werkstofftemperatur

Thermische Ausdehnung



Thermoelemente (elektr.)

Konstantan (Legierung)



$$U = e_n (T_2 - T_1)$$

Thermokraft
Materialkoeffizient

Widerstands-thermometer

$$U = I \cdot R$$

$$R_T = R_0 \cdot (1 + \underbrace{A T}_{\text{lineär}} + \underbrace{B T^2}_{\text{höhere Ordnung}})$$

$B \ll A$

lineär

höhere Ordnung



Konstantan (Legierung) $\alpha \approx 0$

Platinthermometer:

(sehr linear abhängig von T)
(Edelmetall $\rightarrow$ sehr rein)

Pt100 $\otimes$

Platin $\downarrow$
100 Ω bei 0°
(10°C)

PTC

$\downarrow$
positiver Temperaturkoeffizient

gehen bis ca. 1500°C

$\alpha > 0$

NTC (negativer Temp. coeff.)

$\alpha < 0$ Halbleiter

R fällt bei Erwärmung

wird zum Dämpfung von Schaltströmen verwendet



kommt an Grenze der Belastbarkeit

Strahlungsthermometer

für hohe Temp.

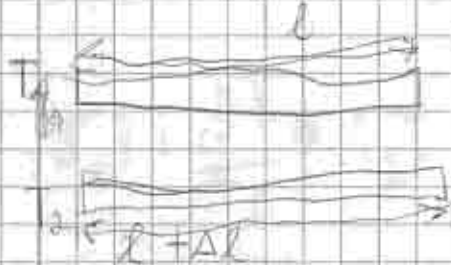
gehen bis 3500°C

Strahlungsmessung

des Glühens

Grundrecht im Infrarot, durch Einstellen der Farbe (durch Strom) kann auf die T des anderen heißen Objektes zurückgeführt werden (abgelesen)

Thermische Ausdehnung



$$T_2 = T_1 + \Delta T$$

$$\Delta l = \alpha \cdot l \cdot \Delta T$$

$\downarrow$
 Längenausdehnungskoeffizient & Längenausdehnungskoeffizienten } Materialkonstante

$$\alpha = \frac{\Delta l / l}{\Delta T} \quad [K^{-1}]$$

Al $24 \cdot 10^{-6} K^{-1}$ (meist größerer Wertung 10^{-5})

Stahl $11 \cdot 10^{-6} K^{-1}$

Graphit $7,9 \cdot 10^{-6} K^{-1}$

$$\alpha = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta l / l}{\Delta T} = \frac{1}{l} \frac{dl}{dT}$$

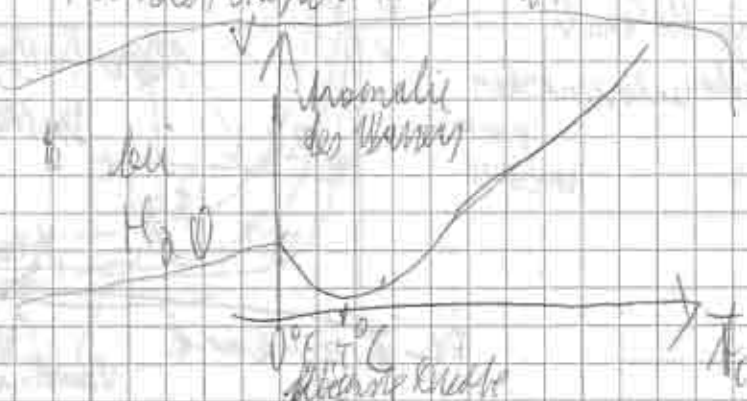
Volumenausdehnung

$$\gamma = \frac{\Delta V / V}{\Delta T} \quad \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta V / V}{\Delta T} = \gamma = \frac{1}{V} \frac{dV}{dT}$$

V - Volumen

Volumenausdehnungskoeffizient & kubischen Ausdehnungskoeffizient

größerer Wertung 10^{-3}



bei $20^\circ C$

Luft

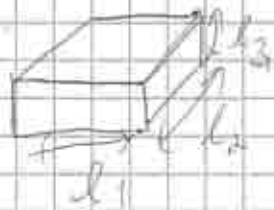
Wasser

Alkohol

$35,7 \cdot 10^{-3} K^{-1}$

$0,21 \cdot 10^{-3} K^{-1}$

$1,1 \cdot 10^{-3} K^{-1}$



$$V = l_1 \cdot l_2 \cdot l_3$$

$$\alpha = \frac{1}{l} = \frac{dl}{dT}$$

$$\frac{dV}{dT} = l_1 l_2 \underbrace{\frac{dl_3}{dT}}_{\alpha \cdot l_3} + l_1 l_3 \underbrace{\frac{dl_2}{dT}}_{\alpha \cdot l_2} + l_2 l_3 \underbrace{\frac{dl_1}{dT}}_{\alpha \cdot l_1}$$

$$\frac{dV}{dT} = V \cdot \alpha + V \cdot \alpha + V \cdot \alpha$$

$$\frac{1}{V} \frac{dV}{dT} = 3\alpha = \gamma$$

$$\boxed{\gamma = 3\alpha}$$

Zustandsgleichung idealen Gases

Zustandsgrößen ^{Temperatur, Druck, Volumen} T, P, V

Boyle-Mariotte



$$\boxed{P_1 V_1 = P_2 V_2}$$

$T = \text{const}$

für jedes ideale Gas

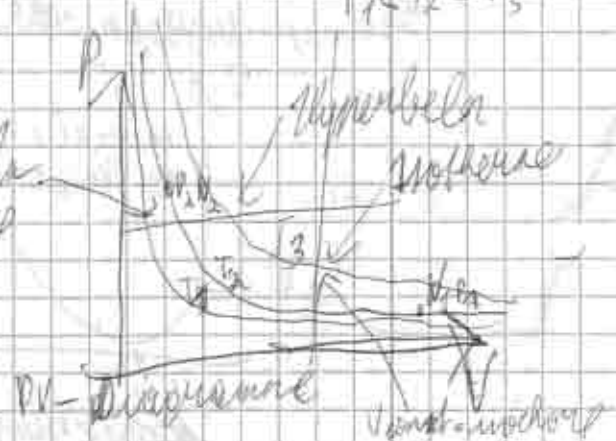
Partikelförmige Moleküle

Keine Kräfte untereinander

gleich
molekulare

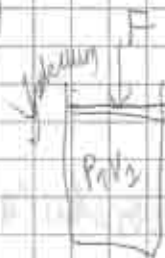
$$P \cdot V = \text{const} (T)$$

$T_1 < T_2 < T_3$



Boyle-Mariotte

$$P \cdot V = \text{const}(T)$$



$$P = \frac{F}{A}$$

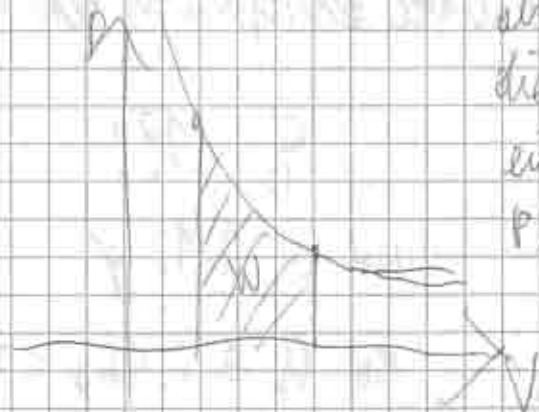
$$F = P \cdot A$$

$$P \cdot V =$$

mit Dimensionen

N · m

also versteht ist die Fläche unter einer Kurve im P-V-Diagramm



Gay-Lussac



$P = \text{const}$



$$T_2 > T_1$$

$$V_T = V_0 \cdot \frac{T}{273,15}$$

$$V_0 = V \text{ bei } 0^\circ\text{C}$$

$$T = 273,15$$

Real Gas

$$\text{CO}_2: V_T = V_0 \cdot \frac{T}{208,6}$$

$$P \cdot V = \text{const}$$

$$V = V_0 \cdot \frac{1}{273,15} \cdot T$$

$$P \cdot V = c \cdot T$$

konst

proport. Gasmenge

Zahl der Moleküle

$$c = k_B \cdot N$$

Proport. Mann konst



$$k_B = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

$$P \cdot V = K_B \cdot N \cdot T$$

allgemeines Gasgesetz (ideale Gase)

1 Mol $\Rightarrow$ Masse entspricht dem Molekulargewicht in Gramm

$$\begin{array}{l} \text{C} \quad 12\% \\ \text{O} \quad 16\% \end{array}$$

$$1 \text{ Mol C} \hat{=} 12 \text{ g}$$

$$1 \text{ Mol O}_2 \hat{=} 2 \cdot 16 \text{ g} = 32 \text{ g}$$

1 Mol enthält N_L Teilchen
(Menge Moleküle)

N_L Loschmidt-Zahl

N_A Avogadro-Zahl

$$N_L = 6,022 \cdot 10^{23}$$

allgemeines Gasgesetz

$$P \cdot V = K_B \cdot N \cdot T$$

$$N = n N_L$$

$$P \cdot V = n R T$$

$$R = K_B N_L$$

allgemeine Gaskonstante

$$R = 8,3 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$$

für ideale Gase

2019年12月15日

2019年11月11日



$$\text{high frequency} \quad \frac{n}{v}$$

Zahl der Teilchen die
pro Zentimeter auf
Wand treffen pro s

Zahl der Teilchen die
pro Zentimeter auf
Wand treffen pro s

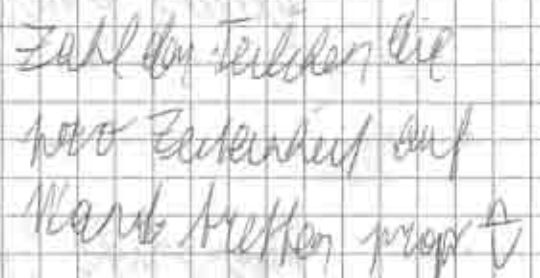
Zahl der Teilchen die
pro Zentimeter auf
Wand treffen pro s

Zahl der Teilchen die
pro Zentimeter auf
Wand treffen pro s

Zahl der Teilchen die
pro Zentimeter auf
Wand treffen pro s

Zahl der Teilchen die
pro Zentimeter auf
Wand treffen pro s

Zahl der Teilchen die
pro Zentimeter auf
Wand treffen pro s



Zahl der Teilchen die
pro Zentimeter auf
Wand treffen pro s

Zahl der Teilchen die
pro Zentimeter auf
Wand treffen pro s

EINSCHUB

Musik. Akustik

Frequenz einer Schallwelle $\hat{=}$ Höhe eines Tones

Abstand v. Tönen $\hat{=}$ Intervall

gleiche Intervall $\hat{=}$ Schallfrequenzen in gleichen Verhältnis

harmonische Intervalle: Frequenzverhältnis

Verk. ganzer Zahlen < 7

Oktave: $2:1$

Quint: $3:2$

Quart: $4:3$

große Terz: $5:4$

kleine Terz: $6:5$

$$\frac{\text{Quint}}{\text{Quart}} = \frac{3/2}{4/3} = \frac{9}{8} \quad \text{gr. Ganzton}$$

$$\frac{\text{Quint}}{\text{kle. Terz}} = \frac{3/2}{6/5} = \frac{5}{4} \quad \text{kl. Ganzton}$$

$$\frac{\text{Quint}}{\text{gr. Terz}} = \frac{3/2}{5/4} = \frac{6}{5} \quad \text{Kleinton}$$

Entdeckung d. Pythagoras:

12 Quinten $\cong$ 7 Oktaven

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{12}$$

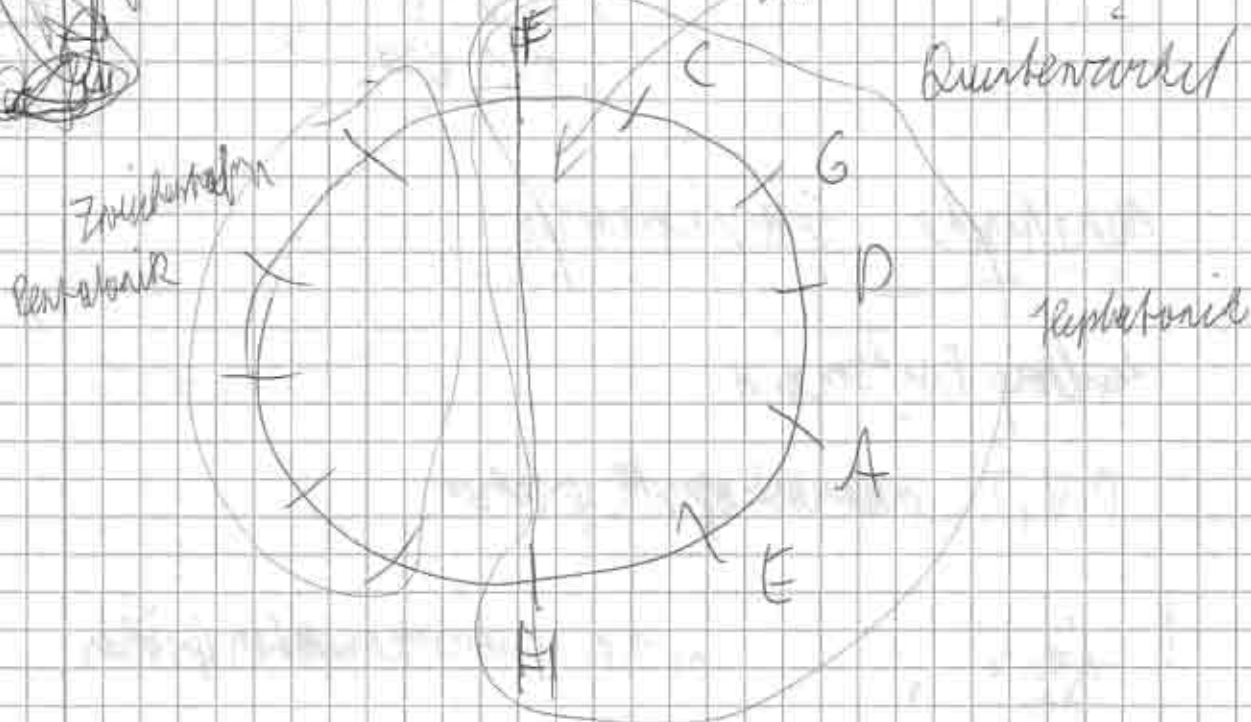
$$\left(\frac{2}{1}\right)^7$$

$$129,75 \cong 128$$

$$\frac{129,75}{128} = 1,01367$$

Faktor

mit Halbkreis wegen halber Fehler



Pyth. Tonleiter

C	d	e	f	g	a	b	C
$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{80}{81}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{16}{15}$
$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{80}{81}$

Näherung

Temperierte Stimmung mit Grund $\sqrt[12]{2} \approx 1,05946$ Fehler 0,11%

Kinetische Fluktuation (Flüssigkeit und Gas nicht mehr
^{Quasistationäres} ~~Charakter~~ ^{Angenäherte} ~~Charakter~~ (Flüssig → Gas))

z.B. Magnetismus

Leichter-Magnetismus

↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑
 ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑

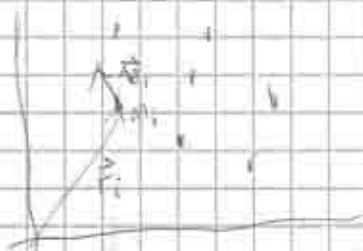
Paramagnetismus (ungeordnet)

↑ ↓ ↑ ↓
 ↓ ↑ ↑ ↓ ↓

Kinetische Gastheorie

Ludwig Boltzmann

P, V, T makroskopische Größen



$n_i, \vec{v}_i, \vec{r}_i$ mikroskopischen Größen

$\vec{p}_i, \vec{F}_i$

Druck



Stöße an der Behälterwand = Impulsübertrag

→ Kraft
 → Druck

$$P = \frac{F}{A}$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

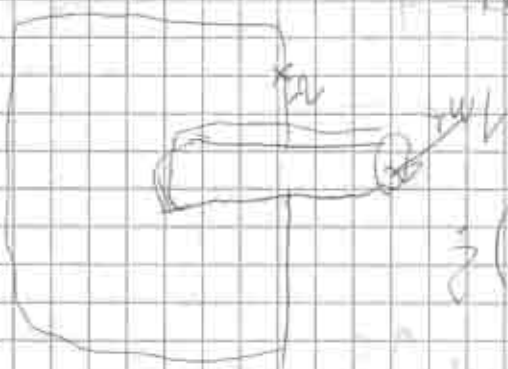


Impulsänderung

$$\Delta p = \Delta m \cdot v_x$$



Wasserstrahl-Motoren
in Fountains (etc.)
auf Entschäumer (1 m^2)



$$\frac{1}{2} N \cdot v_x$$

Wasserstrahl-Motoren
in Fountains (etc.)
auf Entschäumer (1 m^2)

$$P = \text{Gesamtarbeit / Zeitintervall} = \text{Impulsänderung / Zeitintervall}$$

$$P = \frac{1}{2} N \cdot v_x \cdot \Delta x = \Delta m v_x$$

$$P = \frac{1}{2} N m v_x^2$$

normale Teilchen gleich v_x haben

Verbreiterungseffekte

$$P = \frac{1}{2} N m \langle v_x^2 \rangle$$

Wirkung des Geschwindigkeits
quadrats

$$\langle v_x^2 \rangle \neq \langle v_x \rangle^2$$

$$\begin{aligned} \langle v_x^2 \rangle &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_{xi}^2 \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (v_{xi} - \bar{v}_x + \bar{v}_x)^2 \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (v_{xi} - \bar{v}_x)^2 + \bar{v}_x^2 \end{aligned}$$

$$\langle v_x^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_{xi}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (v_{xi} - \bar{v}_x + \bar{v}_x)^2$$

Freiheitsgrade f:

Translation f=3

per Freiheitsgrad $\langle E_{kin} \rangle = \frac{1}{2} k_B T$

mm. Jena-Klausurenbeispiel
(nicht Rotation + Schwingung)

Werte der Mittelwerte
aus Wikipedia

$$\langle E_{kin} \rangle = \frac{3}{2} k_B T$$

$$k_B T = \frac{2}{3} \langle E_{kin} \rangle$$

Wegener (2002)

$$P.V = \frac{2}{3} N \langle E_{kin} \rangle$$

$$P = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \langle E_{kin} \rangle$$

$$P = \frac{1}{3} \frac{N}{V} m \cdot \langle v^2 \rangle$$

$$m \langle v^2 \rangle = \langle m v^2 \rangle = \langle 2 E_{kin} \rangle = 2 \langle E_{kin} \rangle$$

$$\langle v^2 \rangle = 3 \langle v_x^2 \rangle$$

$$\langle v_x^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle$$

$$\langle v_x^4 \rangle = \langle v_y^4 \rangle = \langle v_z^4 \rangle$$

= isotrop

Rückfragen und Verständnis

Gesamte kinet. Energie im Gas

$$E_{kin} = N \langle E_{kin} \rangle = \frac{3}{2} N k_B T$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 Gesamt pro Molekül

$$N k_B = n R$$

$$E_{kin} = \frac{3}{2} n R T$$

innere Energie des Gases

$$\langle E \rangle = \frac{3}{2} k_B T$$

$$\langle v^2 \rangle = \frac{3}{m} k_B T$$

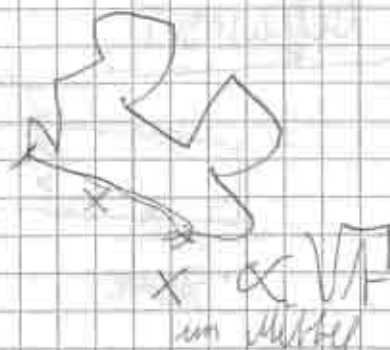
$$v_{rms} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3}{m} k_B T}$$

Freeman'sche Molekulartheorie

1828 an Blütenpollen beobachtet

$$v_{rms} = 3 \text{ mm s}^{-1} \text{ bei } m = 10^{-5} \text{ kg}$$

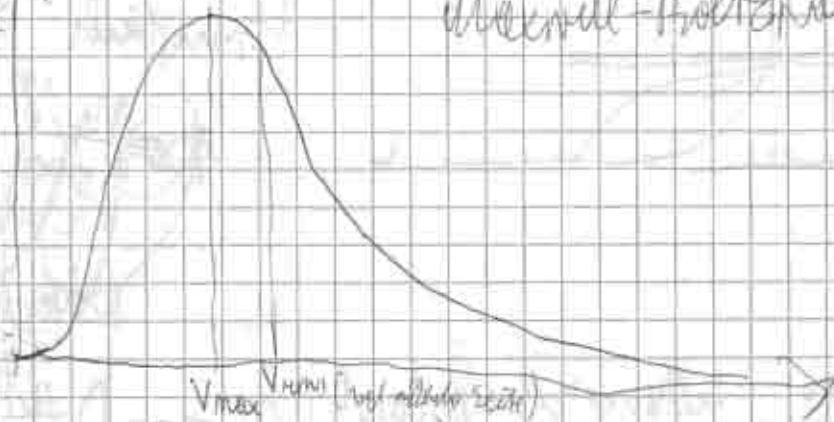
keine absolute Bewegung



Geschwindigkeitsverteilung von Molekülen

$N(v)$

Maxwell-Boltzmann-Spektrum



$$f(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot \left(\frac{m}{2 k_B T} \right)^{3/2} \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{m v^2}{2 k_B T}}$$

$$N(v) = N \cdot f(v)$$

kleine v $f(v) \propto v^2$

große v $f(v) \propto e^{-\frac{E_{kin}}{k_B T}}$

Maxwell-Boltzmann-Funktion

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$$

$$\frac{m v_{max}^2}{2} = k_B T$$

$$\sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}} = v_{rms}$$

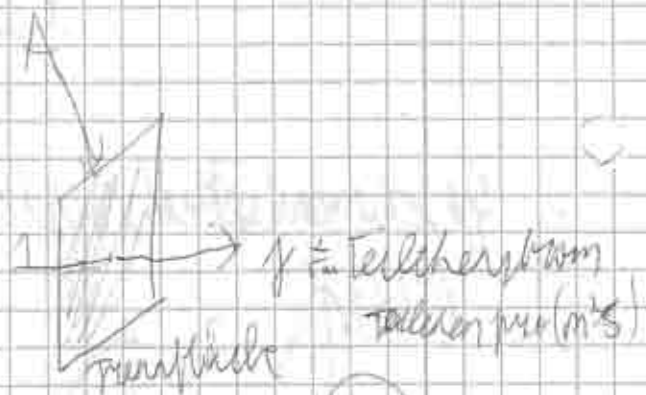
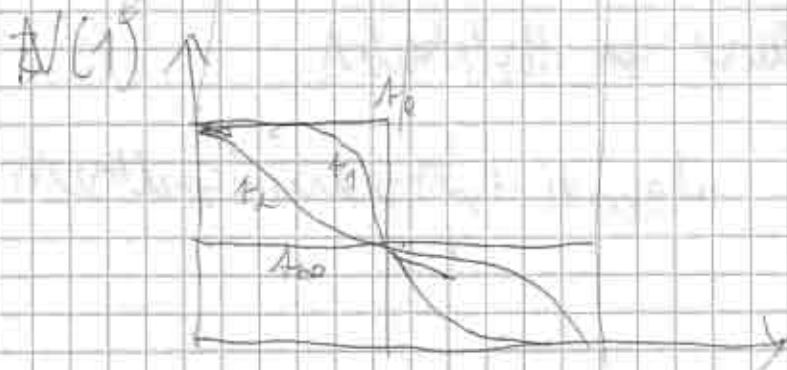
$$\langle \frac{1}{2} m v^2 \rangle = \frac{3}{2} k_B T$$

mittlere kinetische Energie

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3}{2}} v_{max}$$

Diffusion

Wahlentfernung einer Teilung



D - Diffusionskoeffizient
[m²/s]

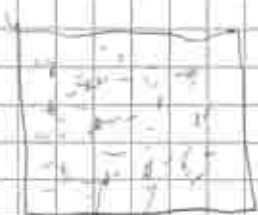
Fick'sches Gesetz

$$j = -D \frac{dA}{dx} \cdot \frac{1}{A}$$

Flächenstrom

Osmose:

Partialdruck



2 Gase

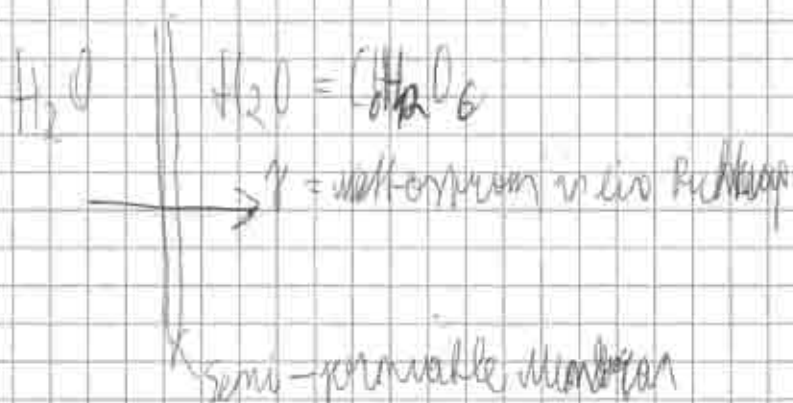
$$P = P_1 + P_2$$

Gesamtdruck

Partialdruck

~~Gesetz~~ Gesetz von Dalton

Partialdruck eines Gases ist unabhängig von den anderen Gasen



Vermindern des ~~osmotischen~~ osmotischen Drucks des höheren Partialdrucks, im gleichen Wert durch Teilchenstrom

$$P_{\text{osmot}} = P_{H_2O} - P_{\text{Lösung}}$$

Physiologisch

Reisablösung: 9 g/l NaCl

Wärme und Energie

Mech. Energie

im 17. Jhdt. Wärmestoff Caloricum

18. Jh. Benjamin Thompson (Lord Kelvin) ^{messen}

erbaute Präzisions-Waffenfabrik beim Kanonenbohren

Stempfen bohren verwendet $\rightarrow$ Rohr wird sehr heiß

Vermutung: Wärmenergie $\propto$ mech. Energie (Arbeit)



James Joule (1818-1889)



Mech. Energie
 $= mgh = W$

$\Delta T \propto mgh$

$\approx 4.18 \text{ J}$

1 g H_2O $\Delta T = 1 \text{ K}$

bei 15°C

Erster Hauptsatz der Wärmelehre

Interne Energie = kin. Energie der Wärme

zuzuführende Wärme

+ pot. Energie der Moleküle (untereinander)

$\Delta U = Q + W$

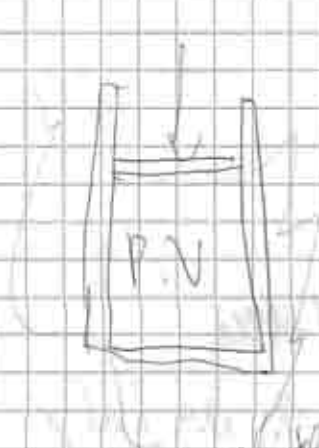
am System verrichtete Arbeit

Änderung innerer Energie

$$\Delta U = Q + W$$

Wärme mechan. Arbeit

Energieerhaltung



Wird in Arbeit



$$W = \int F \cdot ds$$

$$= \int P \cdot A \cdot \frac{ds}{dV}$$

$$W = - \int P \cdot dV$$

$$dW = -P \cdot dV$$

innere Energie erhöht sich

adiabatisch (kein Wärmeaustausch)

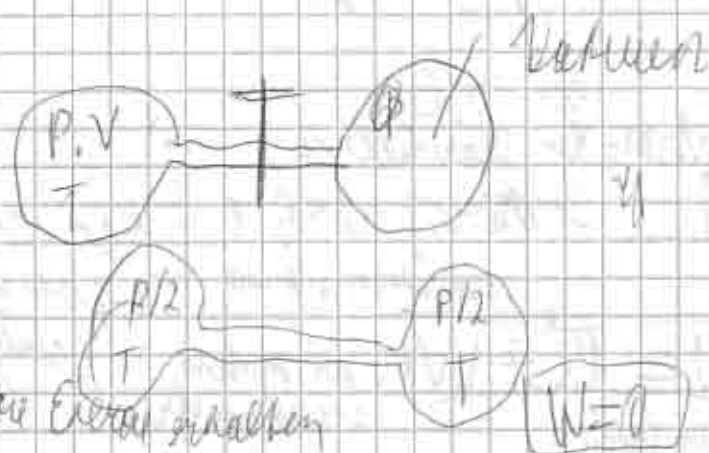
$$dQ = 0$$

$$\Delta U = Q + W$$

$$dU = dQ + dW$$

$$dU = +dW = -P \cdot dV$$

adiabatische Expansion $\Rightarrow$ Kälte
adiabatische Kompression $\Rightarrow$ Erwärmung



$\rightarrow$ Innere Energie sinken

$T = \text{konst}$
 Ideales Gas

Reelles Gas
 Abkühlung wegen Wechselwirkung
 der Moleküle untereinander

Pauli-Thomson-Effekt

Kühlmaschine $dU = 0$

Innere Energie = Bewegungsenergie + Potentiell. Energie

Spezifische Wärme

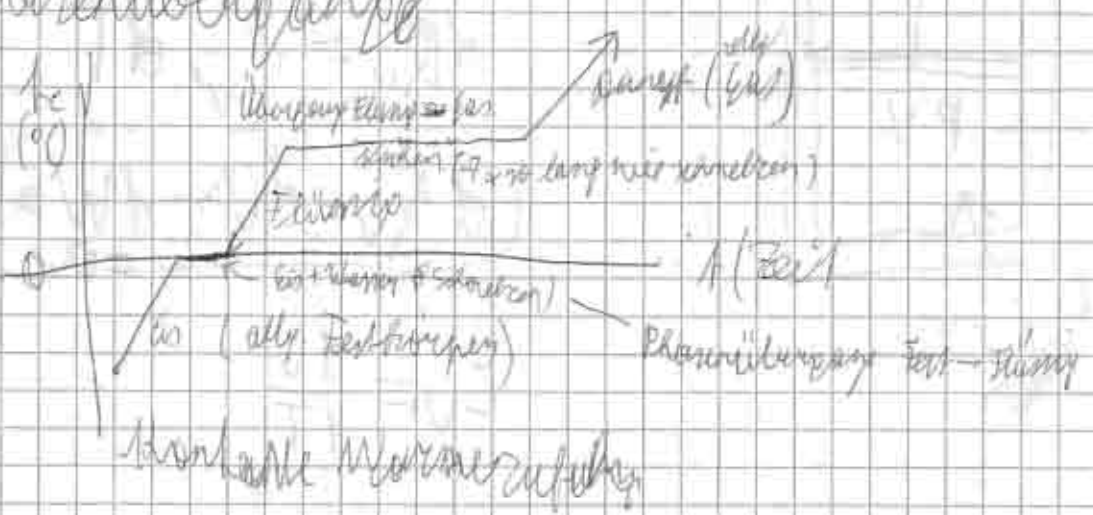
$$Q = C \cdot \Delta T = m \cdot c \cdot \Delta T$$

zugeführte
Wärmemenge

Temperaturveränderung

Wärmekapazität (substanzabhängig)
 Materialkenngröße

Phasenübergänge



latente Wärme

Q_s

Schmelzwärme

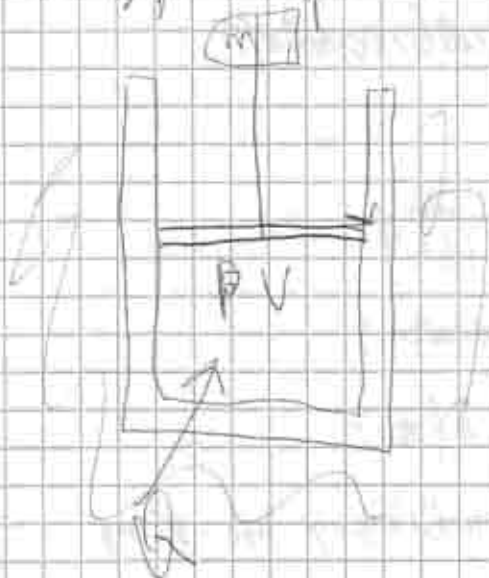
Q_v

Verdampfungswärme



Substanz	c (kJ/kg·K)	Schmelzpunkt (K)	Q_s (kJ/kg)	Siedepunkt (K)	Q_v (kJ/kg)
Wasser H_2O	4180	273,15	333	373,15	2257
Äthanol	159	159	109	351	879
Blei		600	25	2023	858
Gold		1336	63	3081	1707

Spezifische Wärme ideale Gase



$V = \text{konst}$

$dQ_v = C_v dT$

$dQ_v = dU - dW_{\text{ext}} = dU$
 $= 0$

$C_v = \frac{dU}{dT}$

konst. Druck:

$$dQ_p = C_p \cdot dT$$

Wärme zuzuführen bei konst. Druck

$$dQ_p = dU - dW$$

$$-dW = p \cdot dV$$

$$dQ_p = dU + p \cdot dV$$

$$dQ_p = dQ_v + p \cdot dV$$

$$C_p \cdot dT = C_v \cdot dT + p \cdot dV$$

$$p \cdot V = n R T$$

$$p \cdot dV = n R \cdot dT$$

$$C_p = C_v + n R$$

Pro Mol: molare Wärmekapazität $C_p = \frac{C_p}{n}$

$$C_p = C_v + R$$

spezifische Wärmekapazität

$$dQ = dU - dW$$

$$V = \text{konst.} \quad dW = 0$$

$$dQ_v = dU$$

$$Q = C \Delta T$$

$$\Delta Q_v = n c_v \Delta T$$

pro Mol

$$c_v = \frac{dQ}{dT} = \frac{dU}{dT}$$

$$U = \frac{3}{2} n R T$$

pro Mol

$$U = \frac{3}{2} R T$$

$$c_v = \frac{dU}{dT} = \frac{3}{2} R$$

$$C_v = \frac{3}{2} n R$$

pro Freiheitsgrad

$$C_v = \frac{f}{2} n R$$

$$C_p = C_v + R$$

$$C_p = \frac{3}{2} R + R$$

$$C_p = \frac{5}{2} R = \frac{f+2}{2} R$$

$$\boxed{\begin{aligned} C_v &= \frac{f}{2} R \\ C_p &= \frac{f+2}{2} R \end{aligned}}$$

Freiheitsgrade

Translation: $f=3$

Rotation:

2-atomig



3-atomig

$f_R = 2$

$$C_v = \frac{5}{2} R$$

3-atomig

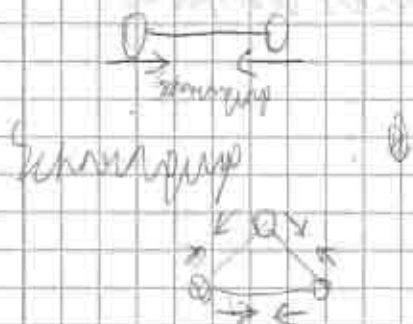


$f_R = 3$

$$C_v = \frac{6}{2} R$$



Translation + Rotation: Äußere Freiheitsgrade



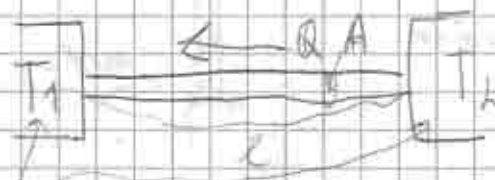
Wärmeübertragung

Wärmeleitung:

$$T_2 > T_1$$

$$\Delta T = T_2 - T_1$$

$$\Delta x = l$$



Wärmeleiter
(Dien (T = const (isotherm)))

Wärmestrom

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

$$I = \lambda A \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

Gradzahl der Temperatur

Flächeninhalt

$$I = \frac{dQ}{dt} = \lambda A \frac{dT}{dx}$$

Wärmeleitfähigkeit

λ - Wärmeleitkoeffizient
(Materialkoeffizient)

Dulong - Petit'sches Gesetz:

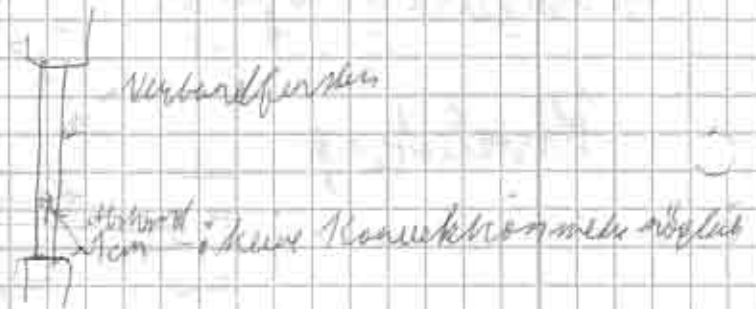
Wärmeleitfähigkeit ist
proportional zur elektr. Leitfähigkeit
(in Näherung)

Konvektion

Wärmeübertragung durch Materialtransport



Wärmeübertragung bei Körpern



Wärmestrahlung

Elektromagnetische Wellen

Sichtbares Licht

$\lambda \approx 400 - 700 \text{ nm}$

$\lambda \approx 1 \mu\text{m} - 10 \mu\text{m}$ Infrarot, "Wärmestrahlung"

Stefan-Boltzmann-Gesetz:
$$\frac{P}{A} = \epsilon \cdot \sigma \cdot T^4$$

Labels: P/A (Wärmeleistung pro Fläche), ϵ (Emissionskoeffizient / Oberflächenemissivität), σ (Stefan-Boltzmann-Konst.), T (Temperatur).

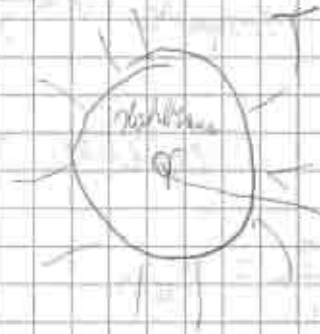
Notes: ϵ (Emissionskoeffizient / Oberflächenemissivität), $0 \leq \epsilon \leq 1$, $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$.

$$\frac{P}{A} = \epsilon \sigma T^4$$

$$\sigma = \frac{\pi^2 K_B^4}{60 \cdot 2 \cdot 15}$$

$\epsilon = 1$ für schwarzen Körper

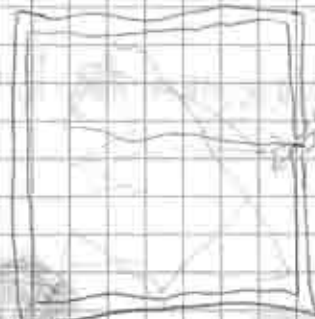
Gleichgewichtsreaktion



ausstrahlen bis Gleichgewicht

Emission = Absorption

Kohlraum (idealer schwarzer Körper)



Ideal Schwarzer

"Ideal Strahler"

Schwarzer Körper

Kohlraum (mit Loch)

(Kohlraumstrahlung)

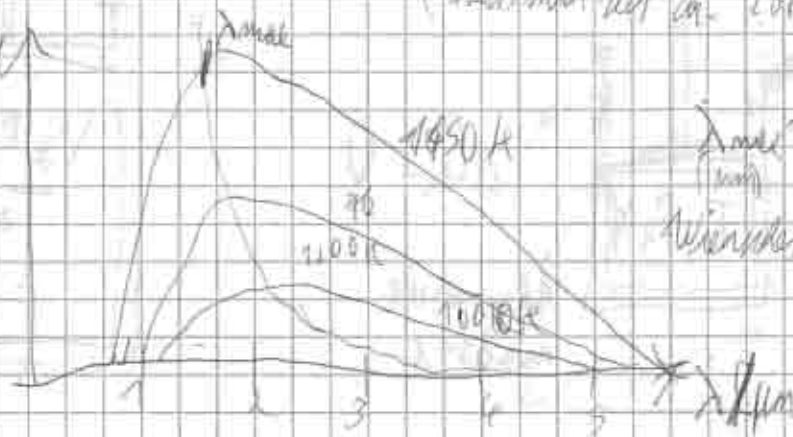


2

Strahlung NUR von T abhängig

(entwickelt erst um 1860-1870) (2,450)

Strahlung



$\lambda_{max} \sim \frac{3}{T_K}$
Wiensches Verschiebungsgesetz

Max Planck 1900 fand Formel dafür

$$E = h \nu \quad \text{frequenz} \quad \nu = \frac{c}{\lambda}$$

Einstein 1905 Teilchen $\rightarrow$ Photonen

Körper $\lambda_{\max} \approx \frac{3}{300} \approx 10 \mu\text{m}$

Infrarot $\rightarrow$ Nachtsichtgeräte

3K - Hintergrundstrahlung:

Urknall: Expansion des Universums $\rightarrow$ Abkühlung
(adiabatisch)

$$\lambda_{\max} \sim 1 \text{ mm}$$

Penzance, Wilson

Umwandlung von Wärme in mech. Energie

900%
Reibung

Adiabatische Zustandsänderung



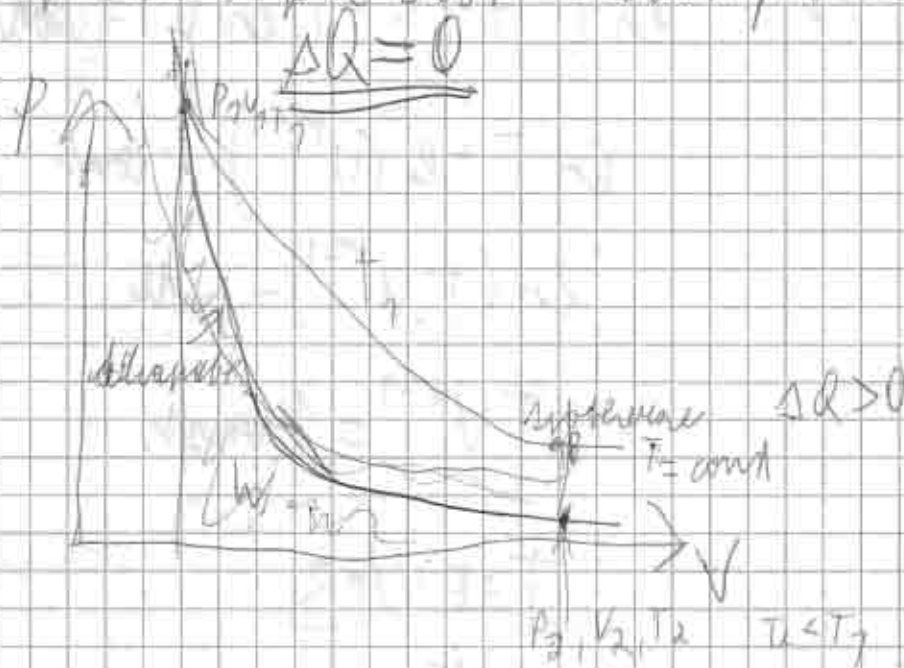
$$\Delta Q = 0$$

Adiabatische
Veränderung



$$T_2 < T_1$$

adiabatisch: alle Zustandsänderung ohne Wärmeaustausch



$$dQ = dU - dW \quad (dU = dQ + dW)$$

$$dW = -P \cdot dV$$

$$dQ = dU + P dV$$

adiabatisch
 $dQ = 0$

$$dU + P dV = 0$$

$$PV = nRT$$

$$P dV = nR \frac{dT}{T}$$

$$P = \frac{nRT}{V}$$

$$\Delta U = C_v \cdot \Delta T$$

Werk Energie kann nur an T übertragen

$$\text{Nullpunkt } U=0, T=0$$

$$U = C_v \cdot T$$

$$dU = C_v dT$$

$$C_v dT + nRT \frac{dV}{V} = 0$$

$$\frac{dT}{T} + \frac{nR}{C_v} \cdot \frac{dV}{V} = 0$$

$$K = \frac{C_p}{C_v} = \frac{C_p}{C_v} = \frac{f+2}{f}$$

$$nR = C_p - C_v$$

$$\frac{nR}{C_v} = \frac{C_p - C_v}{C_v} = K - 1$$

$$\frac{dT}{T} + (K-1) \frac{dV}{V} = 0$$

$$\ln(T) + (K-1) \ln(V) = \text{const}$$

$$\ln T + \ln(V^{K-1}) = \text{const}$$

$$\ln(T \cdot V^{K-1}) = \text{const}$$

$$T \cdot V^{K-1} = \text{const.}$$

$$T = pV/nR$$

$$p \cdot V = \text{const.}$$

Isotermengleichung

$$p \cdot V^K = \text{const.}$$

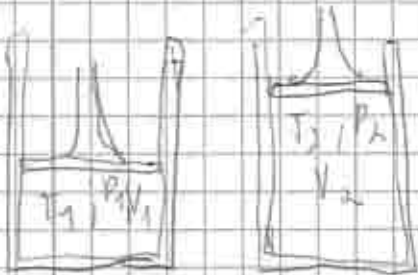
Adiabatangleichung

$$\text{Einatomiges Gas } K = \frac{5}{3}$$

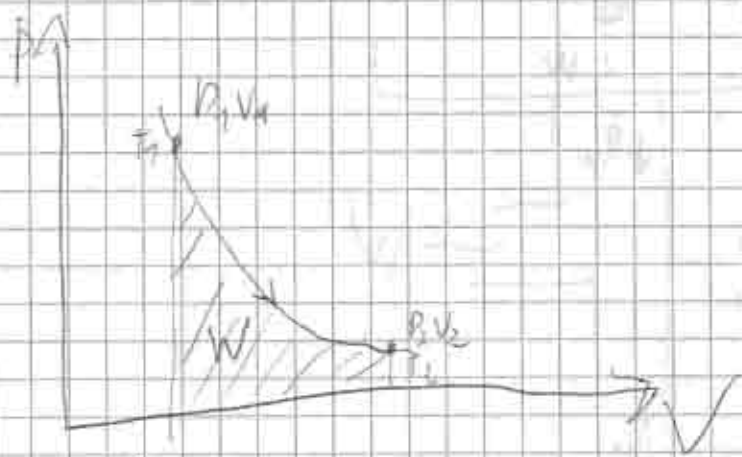
Gleichverteilungssatz: ^{auf jedes Freiheitsgrad} ~~energie~~ verhält sich gleich
viel Energie

adiab. Expansion $\rightarrow$ Abkühlung

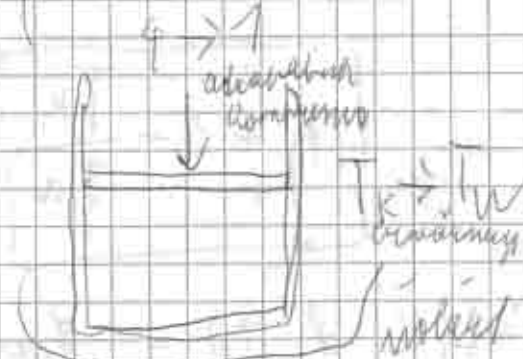
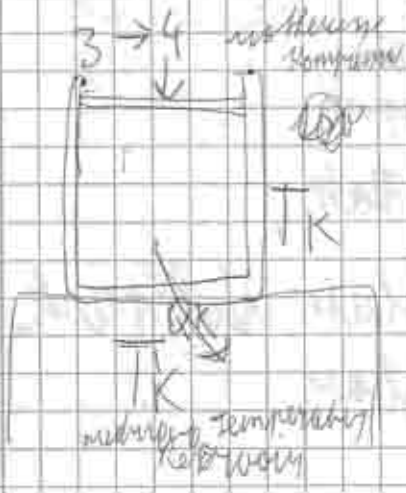
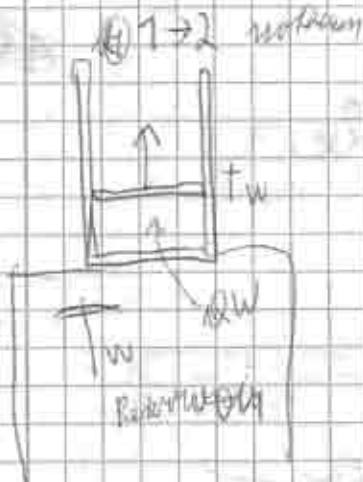
adiab. Kompression $\rightarrow$ Erwärmung



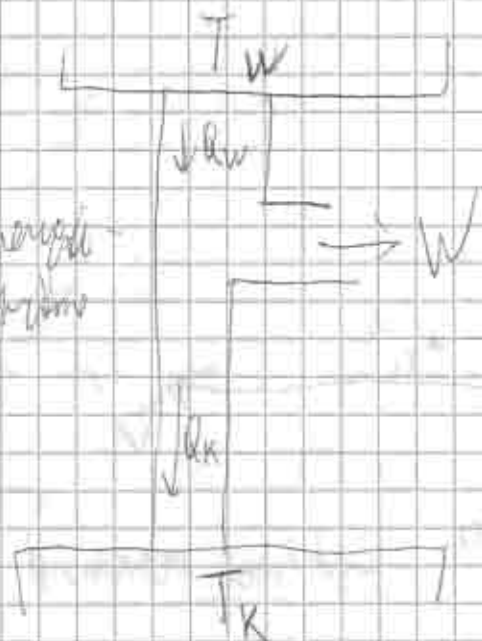
$$T_2 < T_1$$



Gewöhnlicher Kreisprozess



Energy
system



II. Hauptsatz:
(Kelvin 1851)



geht nicht!

Wirkungsgrad: $\eta = \frac{W}{Q_w}$

Energieerhaltung: $W = Q_w - Q_k$

Carnot:

$$\frac{Q_k}{Q_w} = \frac{T_k}{T_w}$$

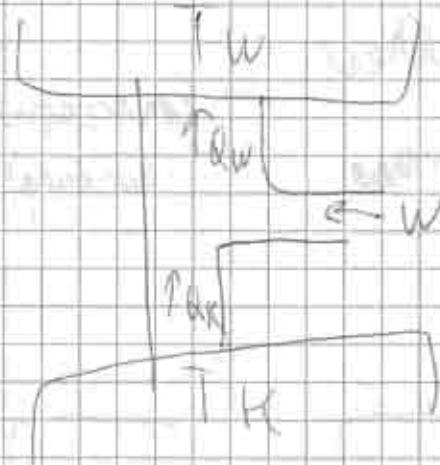
$$\eta = 1 - \frac{T_k}{T_w}$$

Maximaler
Wirkungsgrad
idealer Zelle

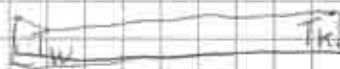
III. HS d. 70: Der absolute Nullpunkt ist
Energiequelle.

$\eta < 1!$

Reversible Zyklen-Maschine
Wärmepumpe

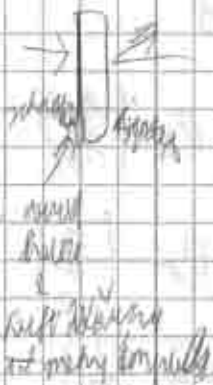


Irreversibilität: Reibung
Wärmeleitung bei Temperaturdifferenz



quasi-Metall
(sehr gute Wärmeleiter)
~ wandelt sich langsam

mittlerer freier Weglänge



Strecke von ~~Weg~~ Moleküll zu Molekül

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot n \cdot \sigma}$$

in m

$p = 1 \text{ atm}$ in Luft
in 300 km Höhe

$$\lambda = 10^{-7} \text{ m}$$

$$\lambda = 10^{-6} \text{ km}$$

Stoßung-Mechanismus

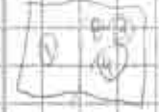
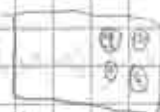
Heck Energie in Wärme Leitung

Wahrscheinlichkeit
Profilzmann

→ Entropie S
(Unordnung)

$$S = -k \log(w)$$

$$S = -k_B \ln(p)$$



$$p_{0,4} = \frac{1}{16}$$

$$p_{1,3} = \frac{4}{16}$$

$$p_{2,2} = \frac{6}{16}$$

$$p_{3,1} = \frac{4}{16}$$

$$p_{4,0} = \frac{1}{16}$$

$$2k - 2k \quad 4k$$

$$S_{0,4} = -k_B \ln\left(\frac{1}{16}\right)$$

$$S_{1,3} = -k_B \ln\left(\frac{4}{16}\right)$$

$$S_{2,2} = -k_B \ln\left(\frac{6}{16}\right)$$

Bei reversiblen Kreisprozessen bleibt S erhalten

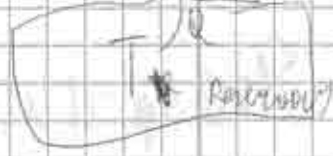
Def: $dS = \frac{dQ}{T}$

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T}$$



S ist eine Zustandsfunktion

$$\Delta S_{\text{obj}} + \Delta S_{\text{umgebung}} = 0$$



mmw, Prozess

$S=0$

$T=0K$

3. Hauptstz

als Nullpunkt m. un-~~erreichbar~~erlichkeit

Leidenfrost



FORMELN

①

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

gewählter Mittelwert

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Standardabweichung (positiv)

$$\sigma_{rel} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

relativer Standardabweichung

Standardabweichung ($n > 1$)

gewählter Standardabweichung

$$\sigma_R \leq \left| \frac{\partial R}{\partial x} \right| \cdot \sigma_x + \left| \frac{\partial R}{\partial y} \right| \cdot \sigma_y + \dots$$

Ergebniswerte - Füllung

$$\sigma_R = \sqrt{\left(\left(\frac{\partial R}{\partial x} \right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial y} \right)^2 \sigma_y^2 + \dots}$$

Ergebniswerte nach genau

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{\tau}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{\tau}$$

$$M = F_0 + \frac{1}{2} \rho v_0^2 A + \frac{1}{2} \rho v^2 A^2$$

Druckvergrößerung

$$\left| \frac{d\omega}{dt} \right| = \frac{1}{\tau} \quad \text{Winkelgeschwindigkeit}$$

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

$$\vec{a}_n = \vec{\omega} \times \vec{v}$$

$$|\vec{a}_n| = \omega^2 R = \frac{v^2}{R}$$

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

Druckmoment

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{F} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Druckmoment

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \cdot r_i^2}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

Massenmoment

$$\frac{d}{dt} \left(\sum_{i=1}^n m_i \cdot \vec{r}_i \right) = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

Impuls des Systems

$$E = E_{kin} + E_{pot}$$

Heraklith

Heraklith

ARBEIT
UND
ENERGIE

$$A = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad \text{Arbeit}$$

$$P = \frac{dA}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad \text{Leistung}$$

$$E_{kin} = \frac{m v^2}{2}$$

$$A = E_{kin,2} - E_{kin,1}$$

$$\oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0 \quad \text{konservative Kräfte}$$

$$E_{pot} = - \int_{P_0}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$E_{pot (büh)} = m g h$$

$$E_{ges} = E_{kin} + E_{pot}$$

$$A = E_{pot,1} - E_{pot,2}$$

KRAFT

$$m \cdot \ddot{\vec{r}} = \vec{G} = m \cdot \vec{g} \quad \text{Gravitationskraft auf Erde}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{mathematisches Pendel}$$

$$|\vec{F}| = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad \text{Gravitationskraft}$$

$$\vec{F} = - \text{grad}(V) \quad V = -G \frac{m_1 m_2}{r} \quad \text{pot Energie}$$

$$\mu \cdot \frac{d\vec{v}_{12}}{dt} = \vec{F}_{12} \quad \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad \text{Zweikörperproblem auf Einkörperproblem zurückföhr}$$

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3} \quad \text{3. Keplersches Gesetz}$$

$$\vec{F} = - \text{grad}(V) \stackrel{1D}{=} -kx$$

$$m \ddot{x} = -kx \quad \text{harmonischer Oszillator}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad v = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{5}{m}}$$

FORMELN (3)

B E W E G U N G	$\vec{F}^* = \vec{F} - \vec{R}$	$\frac{d\vec{R}}{dt} = \vec{v}$	
	$\vec{F}^* = \vec{F} - \vec{v}$	$R = \vec{v} \cdot t$	
	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	$\vec{v}_{rel} = -\vec{u} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	$\frac{d^2 R}{dt^2} = \vec{a}$
	$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{a}$		
B E Z U G	$\vec{F} = m \vec{a}$	Trägheitskraft	
	$F = m \vec{a}$	Eingeführte Kraft (Führungskraft)	
	$\vec{F}_c = -2m \cdot \vec{\omega} \times \vec{v}_{rel}$	Corioliskraft	
	$\vec{F}_z = -m \cdot \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$	Zentrifugalkraft	
S T A T I K	$\tan(\varphi_L) = \frac{\tan(\varphi_S)}{\cos(\varphi_S) + \frac{m_1}{m_2}}$	Umrechnung des Steuwinkel zwischen Labor- und Schwerpunktsystemen	
	$\vec{N}_B = \sum (\vec{r}_i - \vec{R}_B) \times \vec{F}_i$	Drehmomenten bezogen auf B	Wenn $B = MHP$ $\vec{R}_B = \vec{0}$
	$\vec{R}_B = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{M}$	Massenmittelpunkt = Schwerpunkt	
	$\vec{L} = \vec{I} \vec{\omega} = \vec{r} \times \vec{p}$	Drehimpuls	
K U R P E R	$E_{kin} = \frac{1}{2} I_{ij} \omega_i \omega_j$		
	$N_3 = -k \varphi$	Rückstellkraft bei harmon. Oszillator	
	$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_{33}}{K \varphi}}$	Schwingenperiode	
F L U S I D E	$\Delta W = \sigma \cdot \Delta A$		
	σ Oberflächenspannung	$[\sigma] = [N m^{-2}] = [N m^{-1}]$	
	$p = \frac{F}{A}$	$p = p_0 + \rho g h$ Drücke	
	$p = p_0 e^{-\frac{\rho_0}{p_0} g h}$	Barometrische Höhenformel	
F L U S I D E	$F_A = m g$	Auftrieb	

FORMELN (4)

F
L
V
I
D
E
U
N
D
S
T
R
Ü
M
U
N
G
E
N

$$\Phi_V = \iint_A \vec{v} \cdot d\vec{f} \quad \text{Volumenfluss}$$

$$\Phi_M = \iint_A \rho \vec{v} \cdot d\vec{f} \quad \text{Massenfluss}$$

$$\vec{\rho} = \rho \vec{v} \quad \text{Impulsdichte}$$

$$M = \iiint_V \rho \cdot dV$$

$$\Phi_M = \iint_{dV} \rho \vec{v} \cdot d\vec{f} = \iiint_V \operatorname{div}(\rho \vec{v}) \cdot dV$$

Massenerhaltung

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0 \quad \text{Kontinuitätsgleichung}$$

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = \text{const.} \quad \text{Bernoulli-Gleichung}$$

$$Z = \frac{d}{dt} \int_C \vec{v} \cdot d\vec{s} \quad \text{Zirkulation}$$

$$Q = \frac{\pi R^4}{8 \eta} \frac{\Delta p}{L} \quad \text{Zylinderströmung}$$

Durchsatz [m³/s]

$$v = \frac{\eta}{\rho} \quad \text{kinematische Zähigkeit}$$

$$Re = \frac{\rho v_0 L}{\eta} = \frac{\rho v_0}{\nu}$$

$$F_w = A \frac{\rho v^2}{2} c_w \quad \text{Widerstand angeströmten Kreiszylinders}$$

$$F_A = A \frac{\rho v^2}{2} c_A \quad \text{Hydrodynamischer Auftrieb}$$

F
E
S
T
K
Ö
R
P
E
R

$$\mu = \frac{E_g}{E} \quad \text{Poissonzahl}$$

$$\epsilon = \frac{1}{E} \sigma = \alpha \sigma \quad \text{Dehnung}$$

$$\Phi = \frac{\Delta V}{V_0} = \epsilon \cdot (1 - 2\mu)$$

$$E = [N/m^2] = [kN/m^2] = [GPa]$$

$$E_g = \mu \frac{1}{E} \sigma$$

$$\Phi = -\frac{1}{K} \cdot p = -Kp \quad \text{Kompression}$$

$$\gamma = \frac{1}{G} \tau = \beta \tau \quad \text{Torsion}$$

$$\sigma, p, \tau = \text{gemessene Kräfte}$$

$$E = 2G(1 + \mu)$$

$$E = 3K(1 - 2\mu)$$

Relationen

REIBUNG

$$\begin{aligned} F_G &= \mu_0 F_N && \text{Gleitreibung} \\ F_H &= \mu_H F_N && \text{Haftreibung} \\ N_R &= \mu_R \cdot F_N && \text{Rollreibung} \end{aligned}$$

SCHWINGEN

$$\begin{aligned} x &= a \cos(\omega t) \dots \text{ungedämpfte Schwingung} && \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \\ T &= \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} \\ m\ddot{x} + r\dot{x} + kx &= 0 && \text{gedämpfte Schwingungsgleichung} \\ x &= a e^{-\gamma t} \cos(\omega_d t) && \gamma = \frac{r}{2m} \\ &&& \omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \\ &&& \alpha = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} \\ x &= a \cdot e^{-\gamma t} \cdot (e^{\alpha t} + e^{-\alpha t}) && \text{stark gedämpfte Schwingung} \\ x &= a \cdot e^{-\gamma t} && \text{aperiodischer Grenzfall} \end{aligned}$$

WELLEN

$$\begin{aligned} u(x, t) &= u_0 \cos(\omega t - kx) && \text{Welle} \\ v &= \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} && \text{Frequenz} \\ \lambda &= \frac{2\pi}{k} && \text{Wellenlänge} \\ v_{\text{phase}} &= \lambda v && \text{Phasengeschwindigkeit} \\ v_{\text{group}} &= \frac{d\omega}{dk} && \text{Gruppengeschwindigkeit} \\ v_{\text{ph}} &= \lambda \frac{dv_{\text{ph}}}{d\lambda} = v_{\text{group}} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{1}{v_{\text{ph}}^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= 0 = \Delta u - \frac{\partial^2 u}{\partial (v_{\text{phase}} t)^2} && \text{Wellengleichung} \end{aligned}$$

$$\lambda_L = \frac{5}{9} (\lambda_F - 32)$$

Gelung - Fahrenheit

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{2}$$

Heisenberg'sche Unschärferelation

~~$$\alpha = \frac{1}{l} \cdot \frac{dl}{dT}$$~~

[K⁻¹]

Thermische Ausdehnung

$$\alpha = \frac{1}{l} \cdot \frac{dl}{dT}$$

linear

$$\gamma = \frac{1}{V} \cdot \frac{dV}{dT}$$

Volumen

$$\gamma = 3\alpha$$

$$pV = \text{const}$$

$$p \cdot V = k_B N \cdot T$$

$$p \cdot V = n R \cdot T$$

allgemeines Gasgesetz

$$\left(p + a \frac{n^2}{V^2}\right) \cdot (V - b \cdot n) = n R T$$

Van der Waals Gleichung

~~$$E_{\text{kin}} = \frac{3}{2} n R T$$~~

innere Energie eines Gases

$$f(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot \left(\frac{m}{2 k_B T}\right)^{3/2} \cdot v^2 e^{-\frac{m v^2}{2 k_B T}}$$

$$v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2 k_B T}{m}}$$

$$\Delta U = Q + W$$

Änderung der inneren Energie

Wärme

Arbeit

thermische Energie

$$\eta = 1 - \frac{T_K}{T_W}$$

max. Wirkungsgrad von Wärmemaschinen

$$Q = C \cdot \Delta T = m c \Delta T$$

Wärmekapazität

spezifische Wärmekapazität

$$c_v = \frac{f}{2} R$$

~~$$C_p = C_v + R$$~~

$$C_p = C_v + R$$

$$C_p = \frac{f+2}{2} R$$

$$I = \frac{dQ}{dt} = \lambda \cdot A \frac{dT}{dx}$$

Wärmestrom

Wärmeleitungsprozess

$$TV^{K-1} = \text{const}$$

$$PV^K = \text{const}$$

Konstante

$$\frac{P}{A} = \epsilon \cdot \sigma T^4$$

Wärmestrahlung

Koeffizient $0 < \epsilon < 1$

$$K = \frac{f+2}{f}$$

adipante Gleichungen

$$S = -k_B \ln(P)$$

Entropie

Einführung in die Physik I
G. Reischl, P. Wagner
Prüfungsfragen (mündlich)

1. Messung physikalischer Größen, Einheiten, Basiseinheiten
2. Einheitensysteme, universelle Konstanten
3. Meßgenauigkeit, Meßfehler, Mittelwert, Streuungsmaße
4. Fehlerfortpflanzung
5. Definition von Geschwindigkeit und Beschleunigung
6. Unbeschleunigte Bewegung, gleichförmig beschleunigte Bewegung
7. Kreisbewegung: Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung
8. Richtung und Orientierung des Winkelgeschwindigkeitsvektors
9. Kreisbewegung: Normalbeschleunigung, Bahnbeschleunigung
10. Newtonsche Axiome, träge Masse
11. Begriff des Inertialsystems
12. Zusammenhang von Kraft und Impuls
13. Exp. Nachweis der Impulserhaltung, Anwendungen
14. Zusammenhang von Drehmoment und Drehimpuls
15. Exp. Demonstration der Drehimpulserhaltung, Anwendungen
16. Massenmittelpunkt, Massenmittelpunktsatz
17. Arbeit und Leistung
18. Kinetische Energie
19. Konservative und nichtkonservative Kräfte
20. Potentielle Energie
21. Zusammenhang von Kraft und potentieller Energie 144, 147
22. Exp. Nachweise der Erhaltung der mechanischen Gesamtenergie 150,
23. Erhaltungssätze der Mechanik, Anwendungen $\rightarrow ?$
24. Begriff des Kraftfeldes $\rightarrow ?$ 22
25. Grundlegende Wechselwirkungskräfte Schwerkraft 1427 / Grav. 1429 82
26. Gravitationskraft, Gewicht, schwere Masse, Schwerefeldstärke 14, 303, 327 80
27. Exp. Nachweise der Proportionalität von träger und schwerer Masse 311
28. Äquivalenzprinzip, Schwerefeldstärke und Fallbeschleunigung 31, 76, 94, 307, 327
29. Methoden zur Messung der Fallbeschleunigung 141
30. Mathematisches Pendel 394
31. Newtonsches Gravitationsgesetz 303, 304, 327
32. Exp. Evidenz für das Newtonsche Gravitationsgesetz $\rightarrow 8$ Fragen
33. Messung der Gravitationskonstanten 309, 311 (303, 327 $\rightarrow$ Erklärung)
34. Bestimmung der Masse der Erde $\rightarrow ?$
35. Potentielle Energie im Gravitationsfeld, Gravitationspotential 344, 328
36. Zweikörperproblem, reduzierte Masse 323, 331 304 (327)
37. Planetenbewegung, Keplersetze, physikal. Bedeutung des Flächensatzes 328, 301, 404 (1006)
38. Harmonischer Oszillator und seine Bedeutung
39. Bewegte Bezugssysteme, Galilei-Transformation 1152

40. Eingeprägte Kräfte, Trägheitskräfte, Führungskräfte
41. Trägheitskräfte und Führungskräfte in rotierenden Bezugssystemen 75, 83, 84
42. Definition von Streuwinkel und Stoßparameter 209
43. Streuwinkel in Labor- und Schwerpunktsystem
44. Physikalische Bedeutung des (totalen) Wirkungsquerschnittes
45. Freiheitsgrade des starren Körpers 50
46. Drehmoment eines Kräftepaars 111, 112
47. Drehimpuls eines starren Körpers, Trägheitsmomente
48. Messung von Trägheitsmomenten
49. Trägheitsmomente bezügl. paralleler Drehachsen (Steinerscher Satz)
50. Rotation starrer Körper um freie Achsen, Hauptachsen
51. Präzession und Nutation rotierender starrer Körper
52. Funktionsweise des Kreiselkompasses
53. Spannungs- Dehnungs- Diagramm für Festkörper
54. Hookesches Gesetz
55. Elastische Konstanten und ihre experimentelle Bestimmung
56. Elastische Konstanten isotroper Festkörper, Zusammenhänge
57. Bestimmung der Härte von Festkörpern
58. Verschiedene Arten von Reibung
59. Reibungskoeffizient und Reibungswinkel $\rightarrow$ nachgefragt
60. Hydrostatischer Schweredruck und hydrostatisches Paradoxon
61. Auftriebskraft, Archimedisches Prinzip
62. Schweredruck in Gasen und physikalische Interpretation
63. Einteilung von Fluiden und Strömungsformen
64. Bernoulli-Gleichung, Geltungsbereich, Anwendungen
65. Hydrodynamisches Paradoxon
66. Zirkulation und Wirbel, Thomsonscher Satz
67. Zähigkeit und kinematische Zähigkeit von Fluiden
68. Geschwindigkeitsprofil bei Strömung durch zylindrisches Rohr
69. Widerstandskräfte auf angeströmte Körper (Hagen-Poiseuille, Stokes)
70. Messung von Zähigkeiten $\rightarrow$ abgefragt
71. Ähnlichkeit von Strömungen, physikalische Bedeutung der Reynoldszahl
72. Messung von Widerstand und dynamischem Auftrieb, Beiwerte
73. Magnus-Effekt
74. Schwingungsvorgänge, Wellen
75. Bedeutung von Wellen in der Physik
76. Ungedämpfte Schwingung (Rückstellkonstante, Kreisfrequenz)
77. Schwach gedämpfte Schwingung (Reibungskonstante, log. Dekrement)
78. Stark gedämpfte Schwingung, aperiodischer Grenzfall
79. Zeigerdarstellung harmonischer Schwingungen
80. Überlagerung von Schwingungen (Schwebungen, Lissajous-Figuren)
81. Grund- und Oberschwingungen, Fourier-Analyse
82. Erzwungene Schwingung (Dämpfung, Resonanz)

83. Verhalten gekoppelter Oszillatoren
84. Verschiedene Typen von Wellenvorgängen
85. Kreisfrequenz, Frequenz und Schwingungsdauer
86. Wellenzahl und Wellenlänge
87. Ausbreitungsgeschw. (Phasengeschw., Gruppengeschw., Dispersion)
88. Brownsche Bewegung, Brownsche Verschiebung
89. Zustandsgleichung idealer Gase, Boyle-Mariotte, Gay-Lussac
90. Definition der absoluten Temperatur, Temperaturskalen
91. Maxwell-Boltzmann Geschwindigkeitsverteilung
92. Mittlere freie Weglänge
93. Wärmekapazität von Gasen, Quanteneffekte
94. Def. der Oberflächenspannung, Meßmethoden
95. Thermische Ausdehnung von Festkörpern
96. Wärmeleitfähigkeit, Wärmekapazität fester Körper
97. Begriff der Zustandsgröße
98. Extensive - intensive Größen
99. Reversible - irreversible Zustandsänderung
100. Erster Hauptsatz (perpetuum mobile erster Art)
101. Zweiter Hauptsatz (Clausius, Kelvin, perpetuum mobile zweiter Art)
102. Carnot-Prozeß, Wirkungsgrad, Entropie
103. Joule-Versuch - statistische Interpretation der Entropie
104. Zustandsgleichung realer Gase (van der Waals)
105. Phasenübergänge, kritischer Punkt, kritische Opaleszenz

1. Messung physikalischer Größen, Einheiten, Präzisionen

Größe = Maßzahl · Einheit

Beschreibung eines Zustands durch Zustandsgleichung

absolute Basiseinheiten = willkürlich definiert, unabhängig von anderen Einheiten

abgeleitete Basiseinheiten = definiert durch physikalisches Relativ v. Basiseinheiten und willkürlich universelle Konstanten

Messung: innerer Einfluss auf System
makroskopisch: unverändert
mikroskopisch: signifikant

2. Einheitensysteme, universelle Konstanten

C ... univers. Konst.

A ... absolute Basiseinheiten

L ... abgeleitete Basiseinheiten

M ... — — Basiseinheit

inkohärente Einheit: Unterschied von Konstant

kohärente Einheit: willkürliche Wahl von Basiseinheiten
SI-System

3. Messgenauigkeit, Messfehler, Mittelwert, Streuungsmaß

arithm. Mittelwert $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$

Streuung $\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$

Näherung für $n \gg 1$
 $\sigma^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2$
 $\downarrow$
 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2$

relative Standardabweichung $\frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow$ dann in % angeben

Normalverteilung $\frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}$

3 σ -Regel $\rightarrow$ Ausreißer

4. Fehlerfortpflanzung

$\sigma_R \leq \left| \frac{\partial R}{\partial x} \right| \sigma_x + \left| \frac{\partial R}{\partial y} \right| \sigma_y + \dots$ abs. Wertfehler

für $R = A x^a y^b \dots$

$\frac{\sigma_R}{R} \leq |a| \frac{\sigma_x}{x} + |b| \frac{\sigma_y}{y} + \dots$ Relativgenauigkeit

$\sigma_R = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial x} \right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial y} \right)^2 \sigma_y^2 + \dots}$

Quadratisches Fehlerfortpflanzungsgesetz

5. Definition von Geschwindigkeit und Beschleunigung

$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t}$

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t}$

$\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N$

6. Unbeschleunigte Bewegung, gleichförmig beschleunigte Bewegung

unbeschl. Bewegung

$$\vec{a} = \vec{v} = \text{const}$$

$$\vec{F} = 0$$

o

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t$$

gleichförm. beschl. Bew.

$$\vec{a} = \text{const}$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}_0}{2} t^2$$

Frei Fall, Wurf

7. Kreisbewegung; Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung

Winkelgeschw. $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$

$$s = R \varphi$$

Geschw.

$$|\vec{v}| = \frac{ds}{dt} = R \frac{d\varphi}{dt} = \omega R$$

Winkelbeschw. $\dot{\omega} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} \quad [s^{-2}]$

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

8. Richtung und Orientierung des Winkelgeschwindigkeitsvektors

$\vec{\omega} \parallel$ Drehachse, Rechtshandregel



9. Kreisbewegung: Normalbeschleunigung, Bahnbeschleunigung

$$\vec{a} = \vec{v} = (\vec{\omega} \times \vec{r}) + (\vec{\omega} \times \frac{\vec{v}}{\omega})$$

$$\vec{a}_t = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

Tangentiel

$$\vec{a}_n = \vec{\omega} \times \vec{v} = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

Normalbeschleunigung
Zentripetal

$$|\vec{a}_n| = \omega^2 R = \frac{v^2}{R}$$

10. Newtonsche Axiome, Trägheitsgesetz

1. Kräftefreier Körper bewegt sich gleichförmig geradlinig ($\Rightarrow$ Trägheitsgesetz)
2. Impulsänderung eines Körpers werden hervorgerufen durch eine Kraft: $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ (Voraussetzung Massenpunkt mit konstanter Masse)
- 3.) Kräfte auf Wechselwirkende Kräfte,
 $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ action est reaction
 (Kräfte werden ~~als~~ Vektoren zusammengefasst)

11. Begriff des Inertialsystems

Bezugssystem in dem Trägheitsgesetz (Körperkräfte) gilt

12) Zusammenhang von Kraft u. Impuls

Impuls $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \cdot \vec{a}$$

13. Exp Nachweis der Impulserhaltung, Anwendung

dicke Leiste → Stößel

keine äußere Kraft: Impuls erhalten folgt aus

Impuls unabhängig von Zeit

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} = \vec{0}$$

14. ~~Beispiel des Drehimpulssystems~~ Zusammenhang von Drehmoment, Drehimpuls

Drehimpuls $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ $[\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}]$

Drehmoment $\vec{N} = \vec{r} \times \vec{F}$ $[\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}]$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}$$

$\vec{L}$ und $\vec{N}$ sind axiale Pseudovektoren

keins äußeres Drehmoment $\rightarrow \vec{L}$ erhalten

15) Exp Demonstration der Drehimpulserhaltung

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N} \stackrel{\text{null}}{=} \vec{0} \rightarrow \text{Erhaltung}$$

Pyrrh Drehstuhl, 

16. Massenmittelpunkt, MMP - Satz

$$\text{MMP: } \vec{R} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$$

Impuls des MMP erhalten
wenn keine äußeren Kräfte

vgl. 2NA

MMP bewegt sich so, wie die wenn die äußere Kraft die gesamte Masse im MMP angreift

17. Arbeit u. Leistung

Arbeit = Weg $\times$ Kraftkomponente in Wegrichtung

$$A = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

Kurvenintegral

$$[A] = [Nm] = [J]$$

$$P = \frac{dA}{dt} \text{ Leistung} = \frac{\text{Arbeit}}{\text{Zeitpunkt}}$$

$$[P] = [Nm s^{-1}] = [Js^{-1}]$$

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

18. Kinetische Energie

$$E_{kin} = \frac{mv^2}{2}$$

Arbeit die nötig ist um Masse aus Ruhelage zu beschleunigen auf v

Berechnung der Energiegröße

$$E_{kin} = A = \int_{P_0}^{P_1} \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

19. Konservative u nichtkonservative Kräfte

$$\oint \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0$$

↑
Ringintegral

Konservative Kraft: längs eines geschlossenen Weges wird keine Arbeit geleistet

nicht-Konservative Kraft z.B. Reibungskraft
unabhängig von

Arbeit längs Bahnkurve hängt nur vom Endpunkt ab

20. Zusammenhang von Kraft und Epot. Potentiell Energie

negative Kraft längs eines Weges vom Bezugspunkt

Möglichkeit Systemarbeit zu berechnen

$$E_{\text{pot}} = - \int_{P_0}^{P_1} \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

$$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h \quad (\text{Erdschwerkraft})$$

21. Zusammenhang von Kraft und Epot

$$\vec{F} = - \text{grad}(V) = \begin{pmatrix} -\frac{\partial V}{\partial x} \\ -\frac{\partial V}{\partial y} \\ -\frac{\partial V}{\partial z} \end{pmatrix}$$



Epot nur Sinn in konservativen Kraftfeldern
Bezugspunkt nötig für Epot

$$E_{\text{pot}} = \vec{F} \cdot \vec{s} \quad (\text{bei welcher Pkt Änderung der Kraft bewirkt})$$

22. Expt. Nachweis der Erhaltung der mech. Gesamtenergie

$$E_{\text{out}} = E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}}$$

Expt. i. Pendel

Energieerhaltung im System
im konservativen Kraftfeld

23. Erhaltungssätze der Mechanik Anwendung

$\vec{p}$: 3 Gp.
 $\vec{L}$: 3 Gp. | *vektoriell*
HMP : 3 Gp.
 E : 1 Gp. | *skalare*

Erhaltungssätze sind Folge
von Erhaltungseigenschaften
inputs

invariant bei Transformation *in Raum*
Invarianten der Zeit *in Zeit*
invariant

24. Begriff des Kraftfelds

Kräfte, die vom Raum abhängen

Zentralkräfte : $\vec{F} \parallel \vec{r}$
homogenes KF : F unabhängig von r , also $\vec{F} = \text{const}$
Statische Kräfte : F unabhängig von t

25. Grundlegende Wechselwirkungskräfte

Starke WW	$1 \dots 10$	$RW \sim 10^{-35} \text{ m}$	Schwache WW	10^{-16}
Elektromagnetische WW	$\frac{1}{137}$	$RW \sim \infty$	Gravitative WW	10^{-47}
				$RW \sim \infty$

B-Zahl $RW \sim 10^{-12} \text{ m}$

26. Gravitationskonstante, Gewicht, schwerer Masse, Schwerfeldstärke

Gewicht $\vec{G} \propto m_s$ $|\vec{G}| = m_s \cdot |\vec{g}|$ $|\vec{g}| = 9,81 \text{ N/kg}$

Schwerkraft = Kraft auf die Einheit von m_s

27. exp. Nachweis d. Proportionalität von m_s u. m_g

Bewegungsgleichung $m \cdot \ddot{r} = \vec{G}$ $m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -m_g \vec{g}$

$m = m_g$

$m \frac{d^2 r}{dt^2} = -m_g g r$

$m \ddot{r} = -\frac{m_g g r}{r}$

$\ddot{r} = -r$

$T_m = \sqrt{\frac{2\pi}{g} \frac{m}{m_g}}$

Exp. Fehler

$m_g = G_s m_s$

$G_s = 1$

$G_s = 1$

Exp. Fehler

28. Äquivalenzprinzip, Schwerfeldstärke u. Fallbesch.

$\Rightarrow \vec{G} = m_s \cdot \vec{g}$

$m \ddot{r} = m_g \vec{g}$

m_s : Eigenschaft ~~gegen~~ auf die die Gravitationskraft

m_g : Eigenschaft gegen Besch. zu wirken

29. Methoden zu Messung der Fallbeschleunigung

Pendel

$\vec{F}$

$|\vec{F}| \propto \frac{1}{R_{\text{Pendel}}}$

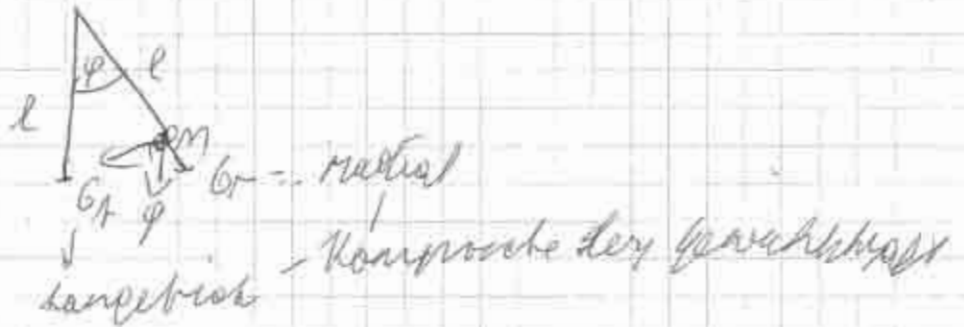
$g = \cos 11 = 9,81 \text{ m/s}^2$

$\vec{F} = \vec{g}$

$|\vec{F}| \propto M_{\text{Pendel}}$

30.) Mathematisches Pendel

$$F = m \cdot g$$



Bewegungsgleichung

$$m \cdot l \cdot \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -m \cdot g \cdot \varphi$$

Lösung $\frac{d\varphi}{dt} = \omega \cdot \cos(\omega t)$

$$G_t = m \cdot g \cdot \sin(\varphi)$$

φ ist klein wenn $\varphi \ll 1$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

(P. 311)

31.) Newton'sches Gravitationsgesetz

$$|\vec{F}| = G_0 \frac{m \cdot M}{r^2}$$

$$G_0 = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$

$$\vec{F} = G_0 \frac{m \cdot M}{r^3} \vec{r}$$

$$\vec{F} = -\text{grad}(U)$$

32.) Existenzbeweis für das Newton'sche Gravitationsgesetz

Drehung

$$\vec{F} = -\text{grad}(U)$$

$$\text{grad}\left(\frac{1}{r}\right) = -\frac{\vec{r}}{r^2}$$

→ Gravitationsfeld = konservativ (weil man
Epot berechnen kann) → Elektrofeld →
Bezugspunkt in ∞

33. Messung der Gravitationskonstante

Prezisionswaage + Metallkugeln

34. Bestimmung der Masse der Erde

$$m \cdot g = G \frac{m \cdot M}{r^2} \rightarrow M = \frac{g r^2}{G} \sim 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{Dichte } \rho = \frac{M}{V} = 5,51 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

35. Epot im Gravitationsfeld, Gravitationspotential

$$E_{\text{pot}} = -G \frac{m \cdot M}{r} \quad \text{grad}\left(\frac{1}{r}\right) = -\frac{\vec{r}}{r^3}$$

Gravitationsfeld ist konservativ

$$\text{Gravitationsfeldstärke} = \text{Kraft/Massenanteil} \quad \vec{g} = \frac{\vec{F}}{M} = -G \frac{M}{r^2} \vec{r}$$

Potential = Epot / Massenanteil

$$\Phi = \frac{E_{\text{pot}}}{M} \Rightarrow \vec{g} = -\text{grad}(\Phi) \quad \Phi = -G \frac{M}{r}$$

36. Zweikörperproblem

Planketenbewegung

2 WW Körper
Masse

$$\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$$

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

$$\frac{d\vec{v}_1}{dt} = \frac{1}{m} \vec{F}_{21}$$

$$\frac{d}{dt}(\vec{v}_1 - \vec{v}_2) = \vec{F}_{21} \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) \Rightarrow \mu \frac{d\vec{v}_{12}}{dt} = \vec{F}_{21}$$

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad \vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$$

$$\frac{d\vec{v}_2}{dt} = \frac{1}{m} \vec{F}_{12}$$

37. Planetenbewegung, Kepler'sche Gesetze, physikal. Bedeutung & Flächenwsg.

1. KG: Planetenbahnen = Ellipsen, in einem Brennpunkt Sonne

2. KG: Flächensatz: Radiusvektor in gleicher Zeit gleicht Fläche

3. KG: Für ^{alle} Planeten gilt $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$

38. Harmonische Erzwibration u. freie Schwingung

$$m\ddot{x} = -kx$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$x(t) = A e^{i\omega t} = \cos(\omega t) + i \sin(\omega t)$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{\omega} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Zeit u. Zeitdauer
bedeutung

Rückstellkraft $\propto$ Größe der Auslenkung

Beschleunigung $\propto$ Rückstellkraft

Energie quadratisch abhängig von Auslenkung

39. Bewegte Bezugssysteme, Galilei-Transformation

festen Dreiecksnetz auf
rotierendem Koordinaten

gleichförmig bewegte Bezugssysteme

rotierendes Koordinaten
orthonormales Vektorsystem

Galilei-Trans.

$$\vec{r}^* = \vec{r} - \vec{v} \cdot t$$

$S: 0, \hat{e}_x, \hat{e}_y, \hat{e}_z$ Inertialsystem

$S^*: 0^*, \hat{e}_x^*, \hat{e}_y^*, \hat{e}_z^*$ Inertialsystem
Bezugssystem

stehen in relativistischer / kinematischer
Bewegung zueinander

$$\vec{r}^* = \vec{r} - \vec{v} \cdot t$$

$$\frac{d\vec{r}^*}{dt} = -\vec{v}$$

40) Eingewirkte Kräfte, Trägheitskräfte, Führungskräfte

$$\vec{F}_T = -m\vec{a} \quad (\text{keine real } F) \quad \text{Trägheit}$$

Um MP in Bezug auf S^* unterhalten zu halten ist eine Kraft erforderlich: $\vec{F}_F = m\vec{a}$

Führungskraft (Eingewirkte Kraft)

$\vec{F}$ kompensiert $\vec{F}_T$

41) Trägheitskräfte u. Führungskräfte in rotierenden Bezugssystemen

Corioliskraft $\vec{F}_C = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}_{rel}$

tritt nur bei Bewegung
relativ zu rotierendem
System auf

richtet auf Beobachter

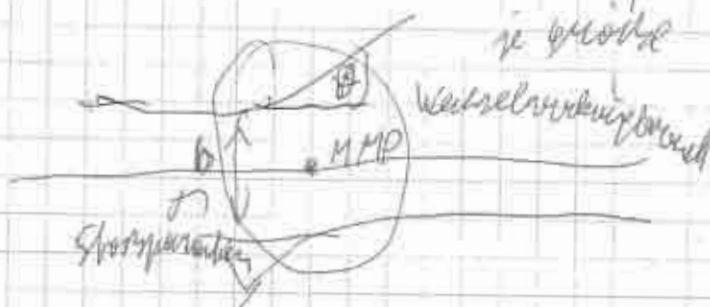
Zentrifugalkraft $\vec{F}_Z = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$

richtet immer auf
radial nach außen

Trägheitskräfte $\ominus$

Führungskräfte $\oplus$

42) Def. von Streu u. Stoßparameter

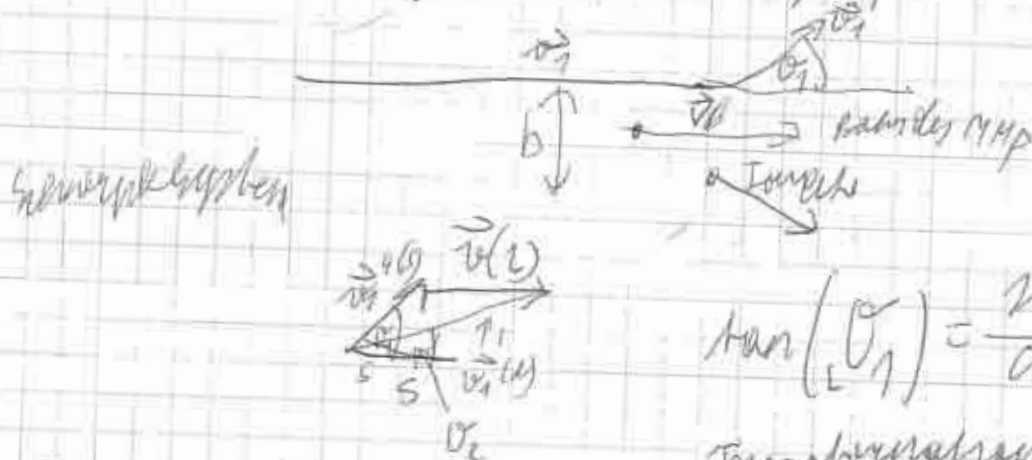


je größer E_{kin} , desto kleiner Winkel

hängt vom Bezugssystem
und Stoßparameter ab

43) streu & im Labor-Schwerpunktsystem

Laborssystem: Target vor der Messung in Ruhe



$$\tan(\theta_1) = \frac{\sin(\theta_1)}{\cos(\theta_1) + \frac{m_1}{m_2}}$$

Transformationsgleichung

45) ~~Physische~~ Bestimmung des Freiheitsgrads des starren Körpers

Kein ~~starrer Körper~~ starrer Körper 6 Freiheitsgrade

~~der Schwerpunkt~~ $\leftarrow$ 3 Translationen

Translation des Schwerpunkts mit $\vec{v}$ 3 Rotationen

Rotation um Schwerpunkt mit $\vec{\omega}$

46) Drehmoment eines Kräftepaars

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_p \quad \vec{F}_2 = -\vec{F}_p$$

$$\vec{N}_B = (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \times \vec{F}_p$$



47. Drehimpuls eines starren Körpers, Freiheitsgrad

$$\vec{L} = \vec{r} \times (m \vec{v}) \quad \text{Drehimpuls}$$

$$L_i = I_{ij} \omega_j \quad \text{Drehimpuls}$$

$\leftarrow$ Trägheitsmoment

$$I_{11}, I_{22}, I_{33} \quad \text{Trägheitsmomente}$$

$$I_{12} = I_{21}$$

Trägheitsprodukte

48. Messung von Trägheitsmomenten

Kleineres Trägheitsmoment $\Rightarrow$ größere Rotations $\rightarrow$
(Drehimpulserhaltung)

49. Trägheitsmoment bzgl. // Drehachse

feste Drehachse durch Schwerpunkt

$\rightarrow$ Ursprung O in S , x_3 -Achse = Drehachse durch S

$\rightarrow$ // Drehachse ^{durch} neuer Bezugspunkt P

$\bar{x}_3$ -Achse = parallele Drehachse

$$I_{SS} = (I_{33})_S + MA^2$$

50. Rotationstheorem für Körper um freie Achse, Hauptachse

Hauptachse rotiert um $S \rightarrow$ Steiner

$$\vec{L} = \tilde{I} \vec{\omega}$$

$$I_{ij} = \begin{pmatrix} I_A & 0 & 0 \\ 0 & I_B & 0 \\ 0 & 0 & I_C \end{pmatrix}$$

beliebiges Koordinatensystem $\rightarrow$

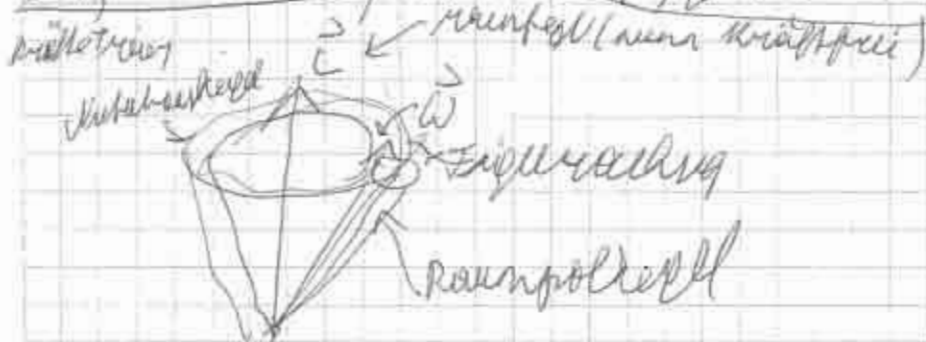
$$I_A \leq I_B \leq I_C$$

Hauptachsentransformation $\rightarrow$ Trägheitstensor ist Diagonalmatrix

3 gleich $\rightarrow$ Kugelsymmetrie

2 gleich $\rightarrow$ zylinderförmige Körper

51. Präzession, Nutations rotierender starrer Körper

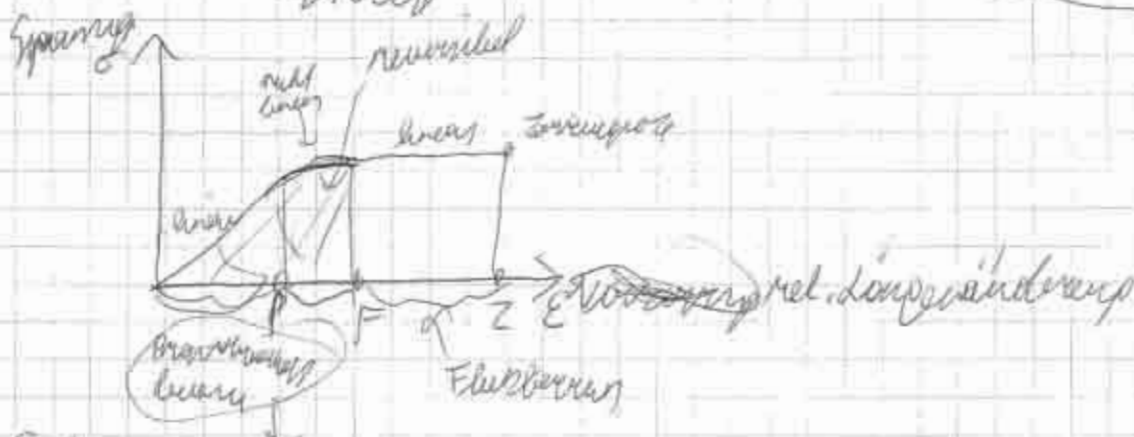


bei Präzession $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\Omega} \neq 0$

Echse präzessiert



52. Festhalten 53. Spannung-Dehnungs-Druckspannung bei Festhalten



54. Hookesches Gesetz

einseitige Dehnung/Kompression

$$\sigma = E \epsilon$$

Dehnungsmodul $[E] = [N/m^2]$

55. Elastische Konstanten und ihre geg. Bestimmung

- ① E - Elastizitätsmodul
- K - Kompressionsmodul
- μ - Biegemodul
- G - Torsionsmodul

von einander abhängig
E und G experimentell
bestimmbar
ausgewertet
(aus nur 3 Werten)

56. Elastische Konstanten von festen Festkörpern, Zugversuch

μ - Poissonzahl

4 Module

bei Kristallkörpern 2 Relaxationen
zu 21 Konstanten

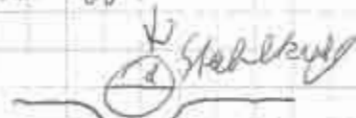
bei Flüssigkeiten 1 Konstante
(Kompressibilität)

57. Bestimmung des Vakuums von Festkörpern

Vakuum = Oberflächeneigenschaft

• Ritzwurf: empfindliche Skala nach Mohr
1. Teil - 10. Parameter

• Verfahren nach Boullé:



unterhalb gibt Vakuum an

58. Verschiedene Arten der Reibung

Haftreibung

$$F_H = \mu_H \cdot F_N$$

$F \propto$ Dicke des Kontaktpunktes

Gleitreibung

$$F_G = \mu_G \cdot F_N$$

$F \propto$ Kontaktfläche

Rollreibung

$$M_R = \mu_R \cdot F_N$$

Widerstand $\uparrow$ [m]

59.60. Hydrostatische Seitenwirkung u. Hydrostatisches Paradoxon

$$p(h) = p_0 + \rho \cdot g \cdot h$$

Druck hängt linear von Tiefe ab

Paradoxon: Bodendruck unabhängig von Gefäßform
gleiche Tiefe $\Rightarrow$ gleicher Druck

61. Auftriebskraft, Archimedisches Prinzip

$$F = F_u - F_o$$

$$= \rho \cdot g \cdot V$$

Durch den
Flussigkeit



Auftriebskraft =
Gewicht der verdrängten Flüssigkeit

62. Schweredruck in Gasen u. physikalische Interpretation

$$p \cdot V = \text{const}$$

$$\frac{p}{\rho} = \frac{p_0}{\rho_0} \rightarrow \rho = \rho_0 \frac{p}{p_0}$$

Dichte Druckabhängig

$$p = p_0 \cdot e^{\frac{-\rho_0 \cdot g \cdot h}{p_0}}$$

Barometrische Höhenformel

Druck ändert sich mit Höhe nicht linear

63. Einteilung von Flüssigkeiten und Strömungsformen

Strömung Zähes Fluide $\vec{F} = A \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \eta$

η = Zähigkeit ist abhängig von $T \Rightarrow$ $T \uparrow \eta \downarrow$ Flüssigkeit
 $T \uparrow \eta \uparrow$ Gase

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \text{ kinematische Zähigkeit}$$

zylindrisches Rohr



Stokesches Gesetz

$$F_w = 6\pi \eta R v$$

$$Re = \frac{\rho v_e}{\eta} = \frac{\rho v_0 g}{\eta} = \frac{\text{Trägheitskräfte}}{\text{Reibungskräfte}}$$

Strömungsformen

stationär - nicht stationär
wirbelfrei - wirbelströmung

Re < 1 laminar: strömung ist stabil $\rightarrow$ Stokesches Gesetz
Re > 1 turbulenz: nicht stabil

64. Bernoulli-Gleichung, Geltungsbereich, Anwendungen

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = \text{const} \quad \text{Bernoulli-Gleichung}$$

stationär, inkompressibel, reibungsfrei



$$v_1 < v_2 \Rightarrow p_1 > p_2$$

65. Hydrodynamische Parameter

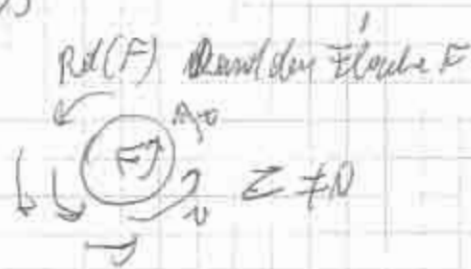
$$v_0 \uparrow \quad p \downarrow$$

hydrodynamisches Verhalten

ist größer als der Wert
des Luftstroms $\Rightarrow$
 ρ kleiner dort $\Rightarrow$ mehr

66. Zirkulation u. Wirbel, Thomson'scher Satz

Zirkulation $Z = \oint \vec{v} \cdot d\vec{s}$



$$\frac{d}{dt} \oint \vec{v} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \text{Thomson'scher Satz}$$

reibungsfrei - Erhaltung der Zirkulation

67. Zähigkeit u. kinematische Zähigkeit von Fluiden

Zähigkeit η - TT $\eta \downarrow$ Fluide
TT $\eta \uparrow$ Gase

$$[\eta] = [\text{Pa} \cdot \text{s}]$$

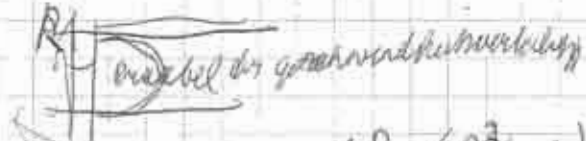
kinematische Zähigkeit $\nu = \frac{\eta}{\rho}$

68. Geschwindigkeitstempwibel bei Strömung durch Zylinderrohr

Der Zylinder wird es bei $Re > 23$ turbulent

$$Q = \frac{\pi R^4}{8 \eta} \cdot \frac{\Delta p}{L}$$

↑ Durchgang $[m^3/s]$



$$v(r) = \frac{\Delta p}{4 \eta L} \cdot (R^2 - r^2)$$

↑ $[-R; R]$

69. Widerstandskraft auf angeströmten Körper

Stokes's Gesetz $F = 6 \pi \eta R v$ bei Kugel

$$F_w = A \frac{\rho v^2}{2} c_w \text{ Widerstandskoeffizient}$$

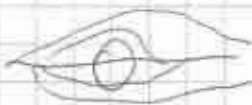
hängt von Turbulenz und Form ab

70. Ähnlichkeit von Strömungen, physikal. Bedeutung des Reynoldszahls

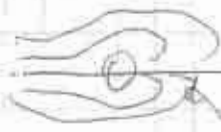
$$Re = \frac{\rho v L}{\eta} = \frac{L v}{\nu} = \frac{\text{Trägheitskräfte}}{\text{Reibungskräfte}}$$

$Re < 1$

$Re > 1$



hier gilt Stokes's Gesetz



Kurvenbildung, Wirbelström

Re = Kenngröße, für die Art der Strömungsvorgänge

72. Abmang von Widerstand u. dynamischen Druck

$$|\vec{F}_w| = c_w \cdot A \frac{\rho v^2}{2}$$

↑ Widerstandskoeffizient

$$|\vec{F}_d| = c_d \cdot A \frac{\rho v^2}{2}$$

↑ dynamischer Druck

Druckdifferenz Bereich Auftriebs

73. Magnus Effekt

Hydrodynamische Paradoxie

Kraft nach oben



bei Zylinder →
rot. rotierende
Strömung um
Zylinder der
dann auch hebt

74. Schwingungsformen, Wellen

Schwingung: zeitlich period.

Wellen: zeitlich + räumlich period.

Wegpunkt

75. Bedeutung der Wellen in der Physik

Modell für ~~well~~ für zeitl. + räumlich period. Vorgänge
~~wie Lichtschall~~

76. Ungedämpfte Schwingung (Rückstellkraft, Kreisfrequenz)

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

$$x = a \sin(\omega t)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$Re(x) = a \cos(\omega t) \rightarrow \text{Frequenz}$$

Amplitude

77. Schwach gedämpfte Schwingung (Reibungskoeff., Log. Dekrement)

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + kx = 0$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{4m^2}} = \omega_0^2$$

$$\gamma = \frac{r}{2m} < \omega_0$$

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$$

$$Re(x) = a \cdot e^{-\gamma t} \cos(\omega_d t)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_d}$$

78. Stark gedämpfte Schwingung, aperiodischer Grenzfall

$$\frac{M}{2m} > \omega_0$$

starker Dämpfung

$$x = a \cdot e^{-\gamma t} (e^{\alpha t} + e^{-\alpha t})$$

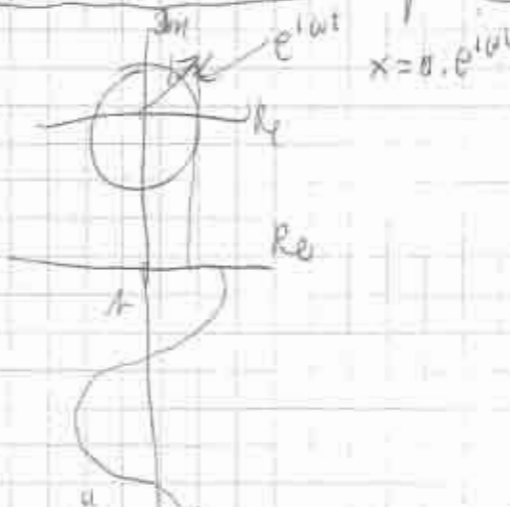
$$\alpha = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$$

$$\frac{M}{2m} = \omega_0$$

$$\Rightarrow x = a e^{-\gamma t}$$

aperiodischer Grenzfall
schnellstmögliche Ruhelage

79. Zeigendarstellung harmonischer Schwingung



80. Überlagerung von Schwingungen (Schwebung, Lissajous-Figuren)

- 2 Schwingungen gleicher Frequenz: Addition mit evtl. Phasenverschiebung
- 2 Schwingungen ähnlicher Frequenz: Schwebung



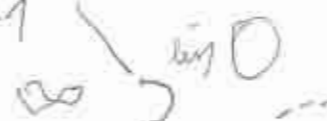
1-Schwingungen unterschiedlicher Frequenzen $\rightarrow$ Fourierreanalyse
Fourierformel

2 vertikal zueinander stehenden Schwingungen:

Lissajous-Figuren
bei rationalen Verhältnissen

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = 1$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{2}$$

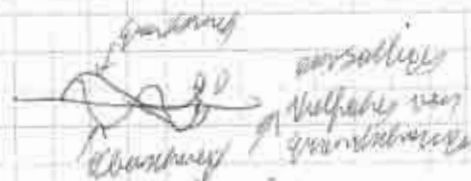


81. Grund- & Oberschwingung, Fourier-Analyse

N-Schwingung mit unbek. Frequenz

Fourieranalyse $\rightarrow$ Fourier-Reihe

$\rightarrow$ Zerlegung der periodischen Fkt in ihre harmonischen Schwingungskomponenten



82. Erzwungene Schwingung (Dämpfung, Resonanz)

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + kx = F \cdot e^{i\omega t}$$

$x = 0$

$$|a| = \frac{F/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (r\omega)^2}}$$

$$\tan(\varphi) = \frac{\operatorname{Im}(a)}{\operatorname{Re}(a)} = \frac{r\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

$\omega_0 \approx \omega \Rightarrow$ Resonanzkatastrophe

83. Verhalten gekoppelter Oszillatoren



~~gekoppelte~~ Systeme tauschen Energie aus

84. Verschiedene Typen von Wellen

transversal Welle: Polarisierbar; Licht

longitudinal Welle: ~~schall~~ nicht polarisierbar; Schall

oberfläch Welle: flächig schwingend

1D, 2D, 3D - Wellen

ebene Wellen, Kugelwellen

$v = \frac{c}{n}$ Phasengeschwindigkeit

frei

85. Kreisfrequenz, Frequenz & Schwingenperiode

ω - Kreisfrequenz
 K - Wellenzahl

T - Schwingenperiode $T = \frac{2\pi}{\omega}$

$$u(x, t) = u_0 \cos(\omega t - Kx)$$

u - momentane Auslenkung
 u_0 - maximale Auslenkung

ν - Frequenz Schwingung pro Zeiteinheit
 $\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$

86. Wellenzahl & Wellenlänge

$$\lambda = \frac{2\pi}{K}$$

λ - Wellenlänge
 K - Wellenzahl

Wellen / Längeneinheit $\frac{1}{\lambda} = \frac{K}{2\pi}$

87. Ausbreitungsgeschwindigkeit (Phasengeschw., Gruppengeschw., Ausbreitung)

$\vec{v}_{ph}$ - Ausbreitung Punkt gleicher Phase

$$v_{ph} = \frac{\omega}{K} \Rightarrow v_{ph} = \frac{1}{T} \lambda = \lambda \nu$$

$\vec{v}_{gr}$ - Ausbreitung von Gruppen

Wellenfalte

$$v_{gr} < v_{ph} \rightarrow \text{dispersion} \quad v_{gr} = v_{ph} - \lambda \frac{dv_{ph}}{d\lambda}$$

88. Brownsche Bewegung, Brownsche Verschiebung

$\overline{v_x^2}$ - Mittelwert der v_x^2



Anzahl Moleküle / Zeitintervall auf Fläche

$$P = \frac{N}{V} m v_x^2$$

$P \propto \text{Einheit der Druckkraft}$

$\tilde{N}$ - Dichtezahl / Vol

89. Zustandsgleichung idealen Gases

$$pV = \text{const}$$

$$pV = k_B N T$$

$$pV = n \cdot R \cdot T$$

allgemein anwendbar

90. Def der absoluten T, Temperaturskala

Celsius: 0°C (Eis-Wasser) / 100°C (Siedewasser) Fixpunkte

Fahrenheit: $0^\circ\text{F} = -17.8^\circ\text{C}$ (Salzwasser-Schmelzpunkt) / $100^\circ\text{F} = 37.7^\circ\text{C}$ (Körpertemperatur Mensch)

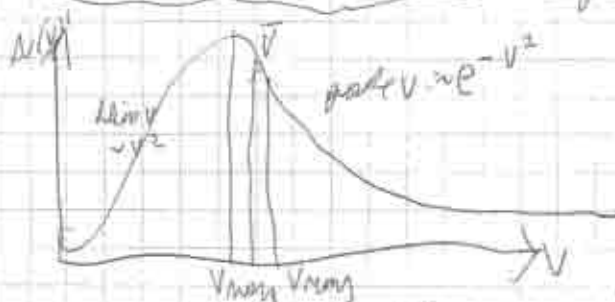
Kelvin: $T: 0\text{K} = -273,15^\circ\text{C}$ (absoluter Nullpunkt)

$$\Delta t_C = \Delta t_K$$

$273,16\text{K} \rightarrow$ Tripelpunkt von H_2O

$$t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32)$$

91. Maxwell-Boltzmann Geschwindigkeitsverteilung



$$v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2 k_B T}{m}}$$

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3}{2}} v_{\text{max}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}$$

92. Mittlere freie Weglänge

$$\lambda = \frac{\text{zurückgelegter Weg}}{\text{Zahl der Stöße}}$$

Weg der zwischen 2 Stößen von einem Teilchen zurückgelegt werden kann

93. Wärmekapazität von Gasen / Quanteneffekte

spezifische Wärme = Zusammenhang zwischen spezifischer Wärme und Temperatur

$$Q = C \Delta T$$

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

C... Wärmekapazität

c... spezifische Wärmekapazität

94. Def. der Oberflächenstrahlung, Messmethode

σ - Oberflächenstrahlung $\rightarrow$ Energie / Flächeneinheit

$$[\sigma] = [J m^{-2}] = [N m^{-1}]$$

~~bestimmt~~ Messung vgl. Methoden

95. Thermische Ausdehnung von Festkörpern

Längenausdehnung $\propto l, \Delta T$

$$\Delta l = \alpha l \Delta T$$

$$\Delta l = \alpha l \Delta T$$

α auch Temperaturkoeffizient

linearer Ausdehnungskoeffizient

96. Wärmeleitfähigkeit, Wärmekapazität fester Körper

λ - Wärmeleitfähigkeitskoeffizient

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \lambda A \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

elektr. Leitfähigkeit / Wärmekapazität = WNT

β Wärmeübertragung

Wärmeleitung - direkt

Wärmestrahlung: elektr. Strahlung

Konvektion: wird an Wärmeübertragung mit Mischung

97. Begriff des Zustandsgrößen

$V, p, T \rightarrow$ Gleichgewichtszustand eines Systems in einem Zustand

98. Reversible - irreversible Zustandsänderungen

reversibel

Entropieänderung = 0

irreversibel

Entropie nimmt zu

$$S = -k_B \ln(p)$$

100. Erster Hauptsatz (per volumen mobile erster satz)

$E_{\text{mech}} \propto E_{\text{wärme}} \Rightarrow \text{äquivalent}$

$$Q = \Delta U - W_{\text{arbeit}}$$

$\uparrow$ Wärmeeintrag $\uparrow$ Innere Energie

per volumen mobile 1. satz
Es gibt keine Maschine die mehr
Energie liefert als zugeführt wird

101. Zweiter Hauptsatz (per volumen mobile 2. satz)

1. keine Wärmemengen aus der Umgebung gezogen
und vollständig in Arbeit umwandeln

unmögliches Ereignis
von kalten Reservoir
in warmes Reservoir
ohne äußere Arbeit zu fließen

102. Carnot-Prozess, Wirkungsgrad, Entropie

reversible Maschinen haben höchsten Wirkungsgrad

$$\eta = 1 - \frac{Q_K}{Q_W} \quad \text{Wärmemaximal}$$

Entropie: Maß der Unordnung

$\uparrow$ S kann nur zunehmen $dS = \frac{dQ}{T}$

103. Joule-Vermehr-Experimente Entsprechung zu Entropie

$$E_{\text{mech}} = m \cdot g \cdot h$$

$\propto E_{\text{warm}}$

Wohlgeordnetes Zusammenhängen zwischen
Wärme und E-mech bestehen
Experiment wo man Wärme und
Entropie gut messen kann
Arbeit über Reibung in Flüssigkeit
verleitet $\rightarrow$ Erwärmung

104. Zustandsgleichung realer Gase (van der Waals)

$$\left(p + a \frac{n^2}{V^2}\right) \cdot (V - n \cdot b) = n k T$$

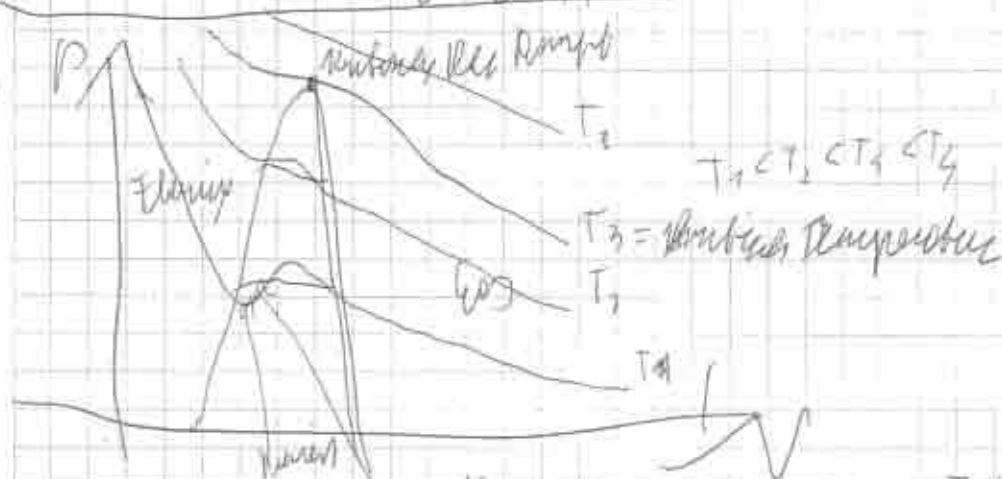
V_B

bei $pV = nRT$

a zu groß
 b zu klein

Kraft & Größe

105. Phasenübergänge, kritischer Pkt., kritische Eigenschaften



überkritisch (gasförmig aus Gas u. Flüssigkeit ohne Punkt)
Kritischer Pkt.: Gas u. Flüssigkeit keine Unterscheidung mehr möglich
kritische Eigenschaften: Vermischung von Gas u. Flüssigkeit

103. Joule-Versuch - statistische Interpretation d. Entropie

↓ möchte quantitativ Zusammenhang zw. Wärme & Emech bestimmen. → Exp, wo Wärme & Energie gut gemessen werden kann

$$\rightarrow E_{\text{mech}} = m \cdot g \cdot h$$

$E_{\text{mech}} \propto E_{\text{Wärme}} \rightarrow \text{Äquivalenz}$

104. Zustandsgleichung realer Gase (van der Waals)

$$\left(p + a \frac{n^2}{V^2}\right) (V - n \cdot b) = n \cdot R \cdot T$$

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

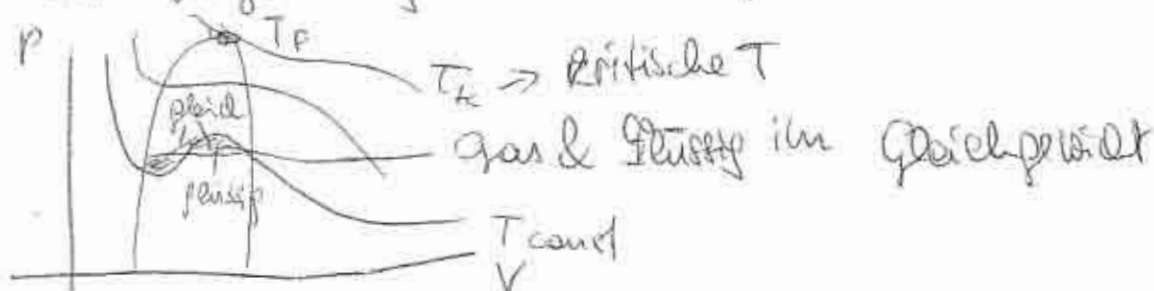
V zu groß $\rightarrow V - b \cdot n$
↓
konst.

p zu klein $\rightarrow p + a \frac{n^2}{V^2}$

n Kraft & Dichte = $\frac{n}{V}$ Dichte $\propto$ Zahl der Teilchen, die pro Zeiteinheit auf Oberfläche treten
 $\rightarrow$ daher n^2, V^2

105. Phasenübergänge, kritischer Punkt, kritische Opaleszenz

bei realer Gasgleichung, P-V-Diagramm



krit. Punkt $\rightarrow$ Gas & Flüssigkeit mehr & mehr ununterscheidbar
 $\rightarrow$ haben gleiche Dichte

krit. Opaleszenz $\rightarrow$ Vermischung v. Gas & Flüssigkeit

1. Messung physikalischer Größen, Einheiten, Basiseinheiten

$$\text{Größe} = \text{Maßzahl} \cdot \text{Einheit} \quad (\text{Maßeinheit})$$

$$m, s, v, a, F, p \quad (l = v \cdot t, \vec{F} = m \cdot \vec{a})$$

Beschreibung eines Zustandes durch Zustandsgleichungen
absolute Basiseinheiten = willkürlich definiert, unabhängig von anderen Einheiten

abgeleitete Basisgrößen = def. durch physikalische Relationen v. absoluten Basisgrößen & willkürlichen universellen Konstanten

2. Einheitensysteme, universelle Konstante

$$l = c_0 \cdot t$$

$$\hookrightarrow 299\,792\,458 \text{ m/s}$$

c_0 ... universelle Konstante

l ... absolute Basisgröße

t ... abgeleitete Basisgröße

m ... abgeleitete Basisgröße

inkohärente Einheiten

Einheiten die sich um best. Konstanten (Zehnerpotenzen)

von den Einheiten unterscheiden: $d \quad c \quad m \quad \mu \quad n \quad p \quad f \quad a$
 $da \quad h \quad k \quad M \quad G \quad T$

$$1 \text{ min} = 60 \text{ s}, \quad 1 \text{ kcal} = 4,18 \text{ kJ}$$

$$1 \text{ Lj} = 9,46 \cdot 10^{15} \text{ m}, \quad 1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

kohärente Einheiten: Anzahl & Auswahl d. Basisgrößen
= willkürlich $\rightarrow$ weniger universelle Konstanten

SI-System = kohärentes Einheitensystem

Schl. $\vec{a} = \vec{v} = \dot{\vec{r}} = \vec{a}_0$ Bewegungsgleichung
 $\rightarrow \vec{v} = \vec{r} = \vec{a}_0 t + \text{const}$

$$\vec{r} = \vec{a}_0 \frac{t^2}{2} + \vec{v}_0 t + \vec{r}_0$$

Fall $r = \frac{g}{2} t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2r}{g}}$

Winkel $\vec{v}$, Winkel beschl.

= Winkel, der pro Zeiteinheit überstrichen wird

$$[\omega] = [s^{-1}]$$

- || zur Drehachse
- Rechtsschraubenregel
- $|\vec{\omega}| = \omega = \frac{d\varphi}{dt}$

= axialer Vektor ($\vec{v}$ = tangential zur Bahnkurve)

l: $|\vec{\omega}| = \dot{\omega} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} \rightarrow$ 2te Änderung der Winkel $\vec{v}$ an

$$\vec{\omega} \parallel \vec{v}$$

$$|\vec{v}| = v = \omega \cdot R$$

Orientierung des Winkel $\vec{v}$ Vektors

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad \vec{v} \perp \vec{\omega}, \vec{v} \perp \vec{r}$$

ω wirkt nach oben

Normal beschl. Bahnbeschl. (= Tangential beschl.)

$$\vec{a}_t \parallel \vec{v} \quad |\vec{a}_t| = \frac{dv}{dt}$$

$$|\vec{a}_n| = \omega^2 R \quad |\vec{a}_n| = \frac{v^2}{R} \rightarrow \text{zum Zeit}$$

Umschneide
Winkelgeschwindigkeit

relative Stan-
 dardabweichung

$$\frac{\frac{\partial R}{\partial y}}{\sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial y}\right)^2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sigma_x$$

ist Einheit

ist Einheit

Beispiel Zeite

$$0) = \vec{r}_0$$

10. Newtonsche Axiome, Trägheitsmasse (NA)

Kraft = Ursache von Besch.

1. NA: Ein kräftefreier Körper bewegt sich geradlinig gleichförmig = Trägheitsatz $\rightarrow$ Inertialsysteme

2. NA: Änderung des Impulses eines Körpers wird hervorgerufen durch eine Kraft; $\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$

3. NA: Für Kräfte auf 2 wechselwirkende Körper gilt:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad \text{actio = reactio}$$

○ m... Trägheitsmasse

Trägheit $\rightarrow$ keine Kraft auf Körper $\rightarrow$ Kraft & Masse

$\hookrightarrow$ Größe, die charakteristisch für den Widerstand ist, die ein Körper einer Besch. entgegensetzt

$\hookrightarrow$ Grund für Trägheit

$\rightarrow$ Trägheitsmasse

11. Begriff des Inertialsystems

= Bezugssysteme, ~~in~~ in denen der ^{1. NA} Trägheitsatz gilt

12. Zusammenhang von Kraft & Impuls

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \quad \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$[kg \cdot ms^{-1}] \quad [kg \cdot ms^{-2}] = [N]$$

13. Exp. Nachweis der Impulserhaltung, Anwendungen

Wenn äußere Kraft verschwindet $\rightarrow$ Impuls zeitunabhängig, Impuls konstant = Impulserhaltung
Stoßvorgänge

14. Zusammenhang von Drehmoment, Drehimpuls

Drehmoment: $\vec{N} = \vec{r} \times \vec{F}$ $[kg m^2 s^{-2}] = [Nm]$

Drehimpuls: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ $[kg m^2 s^{-1}]$ $|\vec{L}| = m \omega R^2$

$\vec{L}$ & $\vec{N}$ sind axiale (=Pseudo) Vektoren $\rightarrow$ Änderung der Orientierung bei Spiegelung

15. Exp. Demonstration der Drehimpulserhaltung, Anwendungen

$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N} \rightarrow$ wenn äußeres Drehmoment verschwindet

$\rightarrow$ Drehimpuls = const. Exp: Drehtisch, Fahrradkreisel

16. Massenmittelpunkt, Massenmittelpunktsatz

MHP: $\vec{R} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$

Erhaltung d. MHP: Wenn gesamte äußere Kraft $= 0$

$\rightarrow$ Impuls der im MHP vereinigt geschauten Gesamtmasse = const.

(2. NP)

17. Arbeit & Leistung

Arbeit = Kraft $\cdot$ Weg

$W = F \cdot r$

Leistung = Arbeit / Zeiteinheit $P = F \cdot v$

18. Kinetische Energie

$E_{kin} = \frac{m v^2}{2}$

Arbeit, die benötigt wird, um Massepunkt aus anfänglicher Ruhe auf $\vec{v}$ zu beschleunigen

Beschreibung des Energiegehalts des Systems

19. Konservative & nichtkonservative Kräfte

konservative Kr. := Kraft, die längs eines geschlossenen Weges keine Arbeit leistet $\oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$

↓
wegunabhängig

nichtkons. Kraft: z.B. Reibungskraft $F_{\text{Reib}} = -c \cdot v$

↓
ortsabhängig, nicht zentrales Kraftfeld

20. Potentielle Energie

= negative Kraft längs eines Weges ~~von~~ Bezugspunkt P_0 zum bel. P_A
charakteristische Möglichkeit, einem System Arbeit zuzuführen

$$E_{\text{pot}} = \int_{P_0}^{P_A} \vec{F} \cdot d\vec{r} = -V_A \quad \vec{E}_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$$

21. Zusammenhang von Kraft & E_{pot}

E_{pot} hat nur Sinn in konservativen Kraftfeldern. Bei E_{pot} immer notwendig Bezugspunkt zu wählen

Bei nicht konservativen Punkten ändert sich Kraft kann

$$E_{\text{pot}} = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r}$$

22. Exp. Nachweis der Erhaltung der mechanischen Gesamtenergie

$$\text{Gesamtenergie} = E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}}$$

In einem System mit konservativen Kräften bleibt E_{mech} erhalten (Energieerhaltungssatz)

Exp. Pendel $\rightarrow$ Energieerhaltung

23. Erhaltungssätze der Mechanik, Anwendungen

Impuls: 3 Gleichungen
Drehimpuls: 3 Gleichungen
HMP: 3 Gleichungen
Energie: 1 Gleichung

} vektorielle Größe
→ skalare Größe

→ 10 1. Integrale der Bewegungsgleichungen

Erhaltungssätze = Folgen von Invarianzeigenschaften

Invarianz bei Translation (Homogenität d. Raumes) = Impulserh.

-/- Drehung im Raum (Isotropie) = Drehimpulserh.

-/- Translation der Zeit (Homogenität d. Zeit) = Energieerh.

24. Begriff des Kraftfeldes

KF = Kräfte, die vom Raum abhängen

homogenes KF: $\vec{F} = \text{const.}$

Zentralkräfte: $\vec{F} \parallel \vec{r}$

-/- skalare Kräfte: $\vec{F}$ zeitunabhängig

25. Grundlegende Wechselwirkungskräfte

Starke WW 1... 10

reichweise
Atomare $\sim 10^{-15} \text{ m}$

Elektromagnet. WW $\frac{1}{137}$

makroskop. $\rightarrow \infty$

Schwache WW 10^{-14}

β -Zerfall $\rightarrow < 10^{-17} \text{ m}$

Gravitations WW 10^{-41}

$\rightarrow \infty$

26. Gravitationskraft, Gewicht, schwere Masse, Schwerefeldstärke

$$\vec{G} = m_s \cdot \vec{g}$$

↓
Schwere M

Schwerefeldst. = Kraft auf die Einheit von m_s

27. Exp. Nachweise d. Proportionalität von m_s & m_t Masse

$\downarrow$ schwer $\downarrow$ träge

Exp. Federwaage, freier Fall

$$m_t \cdot \frac{\vec{v}}{t} = \vec{G} \Rightarrow \text{Jede Masse hat Trägheit}$$

$$m_s \cdot \vec{g} = \vec{G}$$

$$\Rightarrow m_t = \frac{\vec{G}}{\frac{\vec{v}}{t}} \quad m_s = \frac{\vec{G}}{\vec{g}}$$

1 N $\rightarrow$ träge Masse von 1 kg wird mit 1 m/s^2 beschleunigt

28. Äquivalenzprinzip, Schwerefeldstärke & Fallbeschl.

Annahme: m_t & m_s sind gleichartig

$m_s \rightarrow$ Eigenschaft, von Erde angezogen zu werden

$m_t \rightarrow$ Eigenschaft, sich einer Beschl. entgegenzusetzen

Exp. freier Fall

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r}{g}}$$

$$g = \frac{2H}{t_H^2} \Rightarrow \text{Schwerefeldst.}$$

29. Methoden zur Messung der Fallbeschleunigung

Pendel $|\vec{F}| \propto \frac{1}{R_{\text{Erde}}^2}$

$$\frac{\vec{v}}{t} = \vec{g}$$

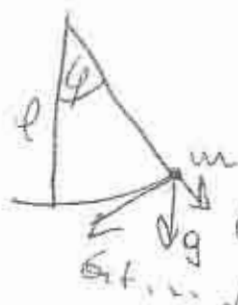
$$g = \text{const} = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$|\vec{F}| \propto M_{\text{Erde}}$$

30. Mathematisches Pendel

$$F = m \cdot g$$

= genaueste Bestimmung der Erdbeschleunigung



G_r ... radial Komponente d. Gewichtskraft
 G_t ... tangential Komponente - $\hookrightarrow$

$$m \cdot l \cdot \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -m \cdot g \cdot \varphi \quad \text{Bewegungsgleichung f. Pendel}$$

31. Newton'sches Gravitations G

$$|\vec{F}| = C_G \frac{m \cdot M_{\text{erde}}}{r^2}$$

Gravitationskonst.

$$G_G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg s}^2$$

32. Exp. Evidenz für das Newton'sche Grav G

→ Drehwaage

$$\text{für } E_{\text{pot}}: \vec{F} = - \text{grad } V$$

$$\text{grad} \left(\frac{1}{r} \right) = - \frac{\vec{r}}{r^3}$$

→ Gravitationsfeld = $\frac{1}{r^3}$ konservatives Kraftfeld (weil man E_{pot} einführen kann) → Zentralkräftefeld → Bezugspunkt im ∞

33. Messung der Gravitationskonstanten

Drehwaage

34. Bestimmung der Masse der Erde

$$m \cdot g = C_G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} \rightarrow M = \frac{g \cdot r^2}{C_G} \approx \underline{\underline{5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}}}$$

$$\text{Dichte: } \frac{M}{V} = \underline{\underline{5,51 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3}}$$

35. Epot im Gravitationsfeld, Gravitationspotential

$$E_{\text{pot}} = -C_G \cdot \frac{m \cdot M}{r} \quad \text{grad} \left(\frac{1}{r} \right) = -\frac{\vec{r}}{r^3}$$

$\Rightarrow$ Das Gravitationsfeld ist ein konservatives KF, weil

man Epot einführen kann $\Rightarrow$ Zentralkräftefeld

Bezugspunkt im ∞

$$\text{Gravitationsfeldstärke} = \text{Kraft/Masse einheit} \quad \vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} =$$
$$= C_G \cdot \frac{M}{r^2} \cdot \vec{r}$$

Potential = Epot / Masseinheit

$$\phi = \frac{E_{\text{pot}}}{m} \rightarrow \vec{g} = -\text{grad } \phi \quad \phi = g z$$

$$\rightarrow \phi = -C_G \frac{M}{r}$$

36. Zweikörperproblem, reduzierte Masse



Planetenbewegung

2 wechselwirkende Massen (angen. keine äußeren $\vec{F}$)

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

$$\text{reduzierte Masse } \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{F}_{21} = \mu \cdot \frac{d^2 \vec{r}_{12}}{dt^2}$$

37. Planetenbewegung, Kepler'sche Gesetze, physikal. Bedeutung d. Flächensatzes

1. KG: Planetenbahnen sind Ellipsen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht
2. KG: Flächensatz: Der Radiusvektor eines Planeten überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Fläche
3. KG: Für verschiedene Planeten gilt:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

T_i ... Umlaufzeiten

a_i ... große Halbachsen

38. Harmonischer Oszillator & seine Bedeutung

= harmonische Schwingung

Die Auslenkungen lassen sich in ihrer Zeitabhängigkeit durch $\sin$ - bzw $\cos$ -Funktionen beschreiben. Die Rückstellkraft ist proportional zur Größe der Auslenkung.

Epot ~~ist~~ hängt quadratisch von der Größe der Auslenkung ab. Beschleunigung $\propto$ Rückstellkraft

39. Bewegte Bezugssysteme, Galilei-Transformation

↓
kartesische Koordinaten,
orthonormale Vektorbasis

$S: 0, \hat{e}_x, \hat{e}_y, \hat{e}_z$ Inertialsystem

$S^*: 0^*, \hat{e}_x^*, \hat{e}_y^*, \hat{e}_z^*$ Transformiertes Bezugssystem

→ stehen in translatorischer / translationaler Bewegung zueinander

↓
bei gleichförmig bewegten Bezugssystemen

Gal. trans:

$$\vec{r}^* = \vec{r} - \vec{u} t$$

$$t^* = t$$

$$a = a^*$$

$$F = F^*$$

40. Eingeprägte Kräfte, Trägheitskräfte, Führungskräfte

$$\vec{F}_T = -m \cdot \vec{a} \quad (\text{keine echte } F)$$

Um HP in Bezug auf S^* unbeschleunigt zu halten ist eine F erforderlich: $\vec{F}_F = m \cdot \vec{a}$

F_T kann durch Wahl eines Bezugssystems zum Grav-Schwinden gebracht werden

$F_T = \text{eingeprägte } F$

41. Trägheitskräfte & Führungskräfte in rotierenden Bezugssystem

$$\left. \begin{aligned} \text{Corioliskraft } \vec{F}_C &= -2m\vec{\omega} \times \vec{v}_{\text{rel}} \\ \text{Zentrifugalkraft } \vec{F}_Z &= -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{Gesamtträgheits } \vec{F}_T$$

$\downarrow$
radial nach außen gerichtet

$\rightarrow$ tritt nur auf, wenn sich HP relativ zu dem rotierenden System bewegt. Sie ist quergerichtet $\rightarrow$ senkrecht $\perp$ auf

Beobachter in S^* beobachtet ~~Trägheitskräfte~~ Beschleunigung

$\rightarrow$ Trägheitskräfte $\rightarrow \ominus$

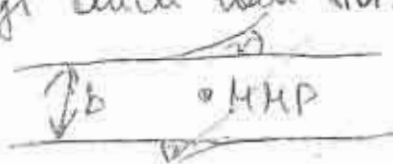
unbeschleunigter HP $\rightarrow$ Führungskräfte $\rightarrow \oplus$

$$\vec{F}_C = 2m \cdot \vec{\omega} \times \vec{v}_{\text{rel}}$$

$$\vec{F}_{ZP} = m \cdot \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

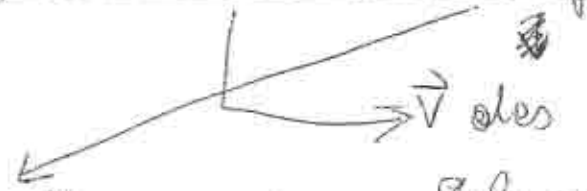
42. Def. von Streu ϕ & Stoßparameter

$\checkmark$ - Streu ϕ zw. den Bewegungsrichtungen vor & nach dem Stoß eines Teilchens, abhängig von Wahl d. Bezugssyst.
 $\rightarrow$ hängt auch vom Stoßparameter b ab

$\downarrow b$  ϕ MHP

Je größer Energie, desto kleiner ϕ
 $b =$ Abstand zw. 2 Geraden

43. Streuung im Labor- & Schwerpunktsystem



 Bezugssystem, in dem der MHP ruht Stoß = 0

Θ im Schwerpunktsystem = $\neq$ zu Relativvektoren r_{12}' & r_{12}'' .
 → hängt von b ab

$$\Theta = (v_1)_S \neq (v_1)_L$$

wenn $m_1 \ll m_2 \rightarrow S + L$ fallen zusammen $\rightarrow$ gleicher Streuung

$$\circ \quad (v_1)_S > (v_1)_L$$

44. Physikalische Bedeutung des (totalen) Wirkungsquerschnittes

Im Exp. hat man einfallenden Teilchenstrahl, daher kennt man Stoßparameter nicht genau $\rightarrow$ daher erhält man Wirkungsquerschnitte

I ... Einfallende Intensität [$m^{-2} s^{-1}$]

$\circ$ Anzahl der einfallenden Teilchen / Zeiteinheit & /

Querschnittflächeneinheit $\rightarrow \Phi$ = gestreuter Fluß [s^{-1}]

$$\text{totaler Wirkungsquerschnitt } \sigma_{\text{tot}} = \frac{\Phi}{I} \quad [m^2]$$

45. Freiheitsgrade des starren Körpers

Freier, starrer Körper hat 6 Freiheitsgrade der Bewegung

$\rightarrow$ 3 Ortskoordinaten $r_s(t) = \{x_s(t), y_s(t), z_s(t)\}$

3 Winkelkoordinaten

Translation des Schwerpunktes mit $\vec{v}$

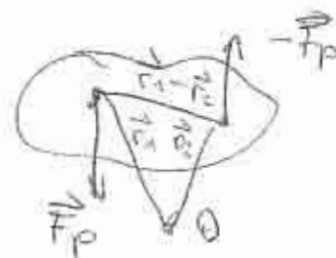
Rotation um Schwerpunkt mit $\vec{\omega}$

46. Drehmoment eines Kräftepaars

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_p \quad \vec{F}_2 = -\vec{F}_p$$

$$\vec{M}_B = \vec{r}_1 \times \vec{F}_p + \vec{r}_2 \times (-\vec{F}_p)$$

$$\vec{M}_B = (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \times \vec{F}_p$$



47. Drehimpuls eines starren Körpers, Trägheitsmomente

$\vec{\omega}$... ortsunabhängiger Vektor

L ... Drehimpuls $\vec{L} = \vec{r} \times (m\vec{v})$

$I_{11}, I_{22}, I_{33} \dots$ Trägheitsmomente

$$L_i = I_{ij} \omega_j$$

$I_{ij} \dots$ Trägheitstensor

48. Messung von Trägheitsmomenten

Trägheitsmoment $\downarrow$ Rotations $\uparrow$ (Drehimpuls muß erhalten bleiben)

49. Trägheitsmomente bez. // Drehachsen (Steiner'scher S.)

feste Drehachse durch Schwerpunkt $S \rightarrow$ Koordinatensystem

$\rightarrow$ Ursprung in $S \rightarrow x_3$ -Achse = Drehachse durch S

$\rightarrow$ // Drehachse durch neuen Bezugspunkt B

$\bar{x}_3$ -Achse = Parallele Drehachse

Steiner'scher S.: $I_{33} = (I_{33})_S + M \cdot d^2$

50. Rotation starrer Körper um freie Achsen, Hauptachsen

starrer Körper rotiert um Schwerpunkt $S \rightarrow S$ ruhig

$$\vec{L} = \hat{I} \cdot \vec{\omega}$$

4 Körperfestes Koordinatensystem

Beliebiges raumfestes Koordinatensystem $\rightarrow$ durch

Hauptachsentransformation $\rightarrow$ Trägheitstensor diagonal gestellt

$$I_{ij} = \begin{pmatrix} I_A & 0 & 0 \\ 0 & I_B & 0 \\ 0 & 0 & I_C \end{pmatrix}$$

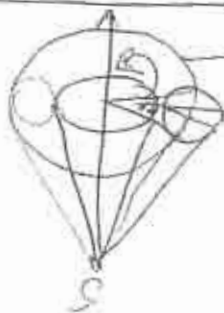
$I_A, I_B, I_C \dots$ Hauptträgheitsmomente

$I_A \leq I_B \leq I_C \rightarrow$ wenn 3 gleich $\rightarrow$ Kugelhüfisel

2 gleich $\rightarrow$ symmetrischer Hüfisel

wenn alle ungleich $\rightarrow$ unsymmetrischer Hüfisel

51. Präzession & Rotation rotierender starrer Körper



Rotationskegel

Präzessionswinkel β

$$\Omega = \frac{m \cdot g \cdot r}{I \cdot \omega}$$

1 Präzessionsumkehrung dauert 26 000 Jahre

Präzession

Drehimpulsrichtung dreht sich mit Winkel β um Achse senkrecht zur Ebene = Präzession

Bei Überlagerung von Präzession & Rotation:

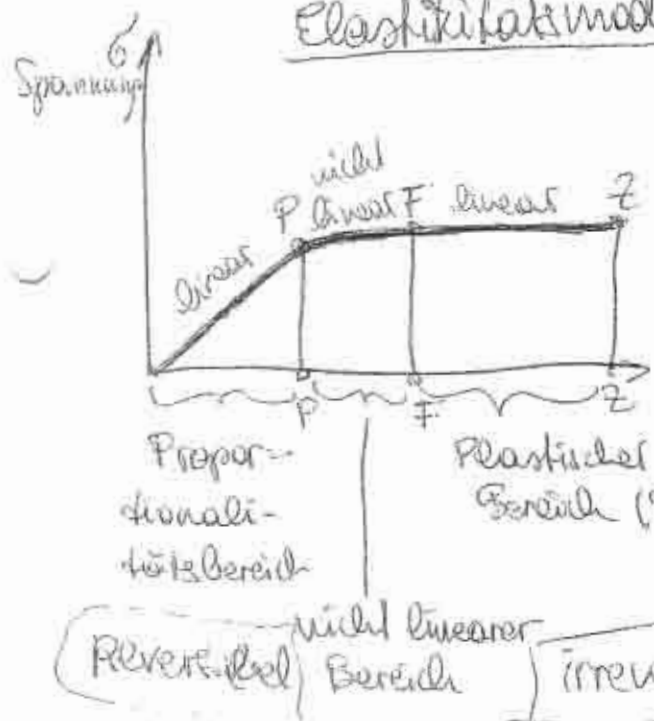


52. Funktionsweise des Kreiselkompasses

Präzession des Kreisel durch die Schwerkraft kann bei geeigneter Aufhängung des Kreisel zu Navigationskreisen verwendet werden $\Rightarrow$ Kreiselkompass

53. Spannungs-Dehnungs-Diagramm für Festkörper

Elastizitätsmodul



P... linearer geht in nicht linearen Bereich über

F... Fließgrenze

Z... Zerreißgrenze

ϵ Verzerrung

54. Hookesches G

Einseitige Dehnung/Kompression

$$\sigma = E \cdot \epsilon$$

↓
Dehnungsmodul

$$[E] = [\text{Nm}^{-2}]$$

55. Elastische Konstanten und ihre experimentelle Bestimmung

56. Elastische Konstanten isotroper Festkörper, Zusammenhänge
 μ ... Poissonzahl,

bei kristallinen Körpern (fest): 21 unabhängige Konstanten
Flüssigkeiten: 1 Konstante (Kompressibilität)

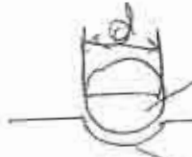
57. Bestimmung der Härte von Festkörpern

= Maß für den Widerstand, den ein Festkörper dem Eindringen eines anderen entgegensetzt.

Ritzung: Härteskala $1 \hat{=} \text{Talc}$ 10 Härtegrade
(mit Oberfläche) $10 \hat{=} \text{Diamant}$

Wenn man mit einem Körper anderen Körper ritzen kann = härter

Brinell-Verfahren

 Stahlkugeln
durch entstehenden d wird Härte von Körper bestimmt

58. Verschiedene Arten von Reibung

Reibung = Wechselwirkung ~~zu~~ von Festkörpern, deren Oberflächen sich berühren; ist unabhängig von Größe der Fl.

Haftreibung $F_H = \mu_H \cdot F_N$

F_N ... Normalkraft

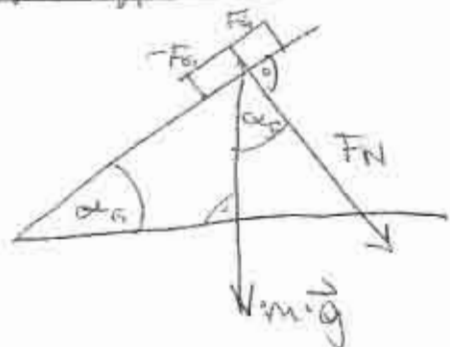
Gleitreibung $F_G = \mu_G \cdot F_N$

$\mu_{H,G}$... Haft/Gleitreibungskoeffizient

Rollreibung $N_R = \mu_R \cdot F_N$

Rollwiderstand

59. Reibungskoeffizient & Reibungswinkel



$$F_N = m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

$$F_R = m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

$$\rightarrow \frac{F_R}{F_N} \stackrel{!}{=} \mu_a = \tan \alpha$$

60. Hydrostatischer Schweredruck & Hydrostat. Paradoxon

$$p(h) = p_0 + \rho \cdot g \cdot h$$

Druck hängt nur von Tiefe ab $\rightarrow$ steigt linear

Hydrostat. Paradoxon: Bodendruck ist unabhängig von der Gefäßform



$\rightarrow$ gleiche Tiefe, gleicher Druck!

61. Auftriebskraft, Archimedesches Prinzip

$$F = F_u - F_G = \rho \cdot g \cdot \underbrace{H \cdot A}_V$$

Auftriebskraft = Gewicht der verdrängten Flüssigkeit

62. Einteilung von Fluiden und Strömungsformen

Beschreibung des Strömungszustandes durch 5 Parameter

$$\vec{v}, p, \rho, T$$

Strömungsformen: - stationär: Strömungsbild = zeitunabhängig

- nicht stationär $\rightarrow$ ändert sich mit Zeit

- wirbelfrei

- Wirbelströmung

- laminar $\rightarrow$ Strömungen können stationär od nicht stationär sein $\rightarrow$ hängt von $\vec{v}$ ab
- turbulent $\rightarrow$ benachbarte Stromfäden durchmischen sich mit der Zeit $\rightarrow$ nicht stationär

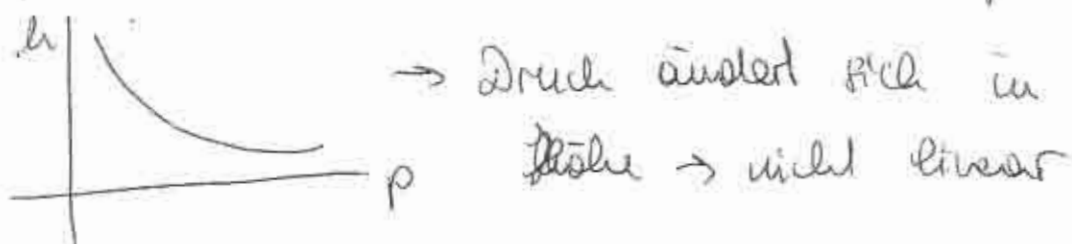
Fluide: - inkompressibel / kompressibel
 - reibungsfrei / Zäh

62. Schweresstrich in Gasen & Physikalische Interpretation

$p \cdot V = \text{const}$ Boyle-Mariotte-Gesetz

$$\frac{p}{p_0} = \frac{\rho_0}{\rho} \rightarrow \rho = \frac{p_0}{p} \cdot \rho_0 \rightarrow \text{Dichte ist Druckabhängig}$$

$$p = p_0 \cdot e^{-\frac{\rho_0 \cdot g \cdot h}{p_0}} \quad \text{Barometrische Höhenformel}$$



64. Bernoulli-Gleichung, Geltungsbereich, Anwendung per

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = \text{const}$$

stationär, inkompressibel, reibungsfrei



$\Rightarrow \vec{v}_2$ größer als $\vec{v}_1 \Rightarrow$ muss const bleiben, daher p_2 kleiner p_1

$$\vec{v} \uparrow p \downarrow$$

Anwendung in Aerodynamik

$\rightarrow$ Druck sinkt mit wachsender Strömungsgeschwindigkeit $\vec{v}$

65. Hydrodynamisches Paradoxon

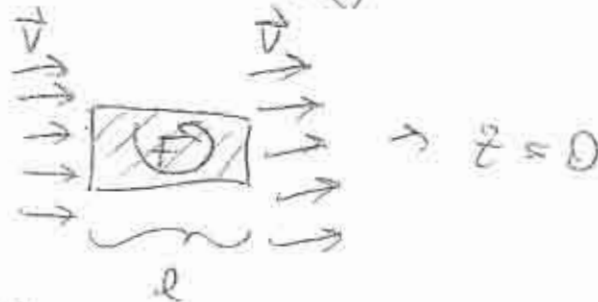
$$\vec{v} \uparrow \quad \rho \downarrow$$

66. Zirkulation & Wirbel, Thomsonscher Satz

Def. Zirkulation: $\Gamma = \oint_{Rd(F)} \vec{v} \cdot d\vec{s}$

$Rd(F)$ = Rand der Fläche F

Grund:



$$\Gamma \neq 0$$

Thomson'scher Satz:

$$\frac{d}{dt} \oint \vec{v} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \text{reibungsfrei}$$

→ Erhaltung der Zirkulation!

67. Zähigkeit & kinematische Zähigkeit von Fluiden

Zähigkeit ... η → wird kleiner bei steigender T (bei Fluiden)

$[\eta] = [\text{Pa} \cdot \text{s}]$ (bei Gasen $\eta \uparrow, T \uparrow$) → weil Wdh der Moleküle stärker wird

kinemat. ν : $\nu = \frac{\eta}{\rho}$

68. Geschwindigkeitsprofil bei Strömung durch zylindrisches Rohr

Dynamische Zähigkeit: $\nu = \frac{\eta}{\rho}$

Zylinder verengt
größere $Re > 2300$
Turbulenz

Zylindrisches Rohr: $Q = \frac{\pi R^4}{8 \eta L} \cdot \Delta p$ (Hagen-Poiseuille)

69. Widerstandskräfte auf ausströmte Körper (Hagen-Poiseuille)

Hagen-Poiseuille: Zylindr. Rohr: $Q = \frac{\pi R^4}{8\eta L} \cdot \Delta p$

Stokes'sches G: Kugel: $F = 6\pi \eta R v$

70. Messung von Zähigkeiten

$T \uparrow \rightarrow \eta \downarrow \rightarrow$ Fluiden

$T \uparrow \rightarrow \eta \uparrow \rightarrow$ Gase

71. Ähnlichkeit von Strömungen, physikal. Bedeutung d. Reynolds

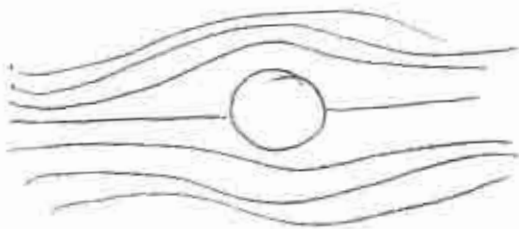
Winkelhaken: Länge l
Ausströmung $\vec{v}$ in (Rohrleitung bleibt nur wegen η haften)

kinematische η : $\nu = \frac{\eta}{\rho}$

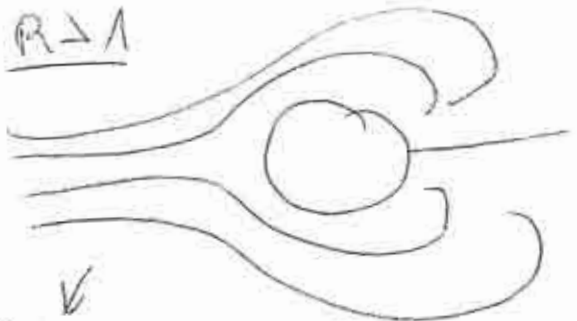
Reynoldszahl: $Re = \frac{l \cdot v}{\nu}$

$$Re = \frac{l \cdot \rho \cdot v}{\eta} \approx \frac{\text{Trägheitskräfte}}{\text{Reibungskräfte}}$$

$Re < 1$



$Re > 1$



Verwirbelung / Turbulenz wegen
größerer Trägheit $\Rightarrow$ Stokes'sches
GEL nicht mehr

Re-Zahl = Kenngröße, in welchem
Strömungsregime man sich
befindet

72. Messung von Widerstand & dynamischem Auftrieb; Beiwert

Ursache für Kräfte = - Reibung, - höherer p im Staupunkt

$$\text{Staudruck} = \frac{\rho v^2}{2}$$

F auf ausgeströmten Körper & F auf ausgeströmte Fläche A

Widerstand $\rightarrow |F_w| = c_w \cdot A \frac{\rho v^2}{2}$ c_w ... Widerstandsbeiwert

Stromlinien nah beieinander $\rightarrow$ größere $\vec{v}$

-||- weit auseinander $\rightarrow$ kleinere $\vec{v}$

$\rightarrow$ Druckdifferenz $\Rightarrow$ Auftriebskraft $|F_a| = c_a A \frac{\rho v^2}{2}$

c_a ... Auftriebsbeiwert
(empirische Größe)

73. Magnus-Effekt

wegen Bernoulli wird F nach oben = Magnus-Effekt



$\rightarrow$ bei Kreiszylinder $\rightarrow$ rotiert

$$\Delta F = F_1 - F_2$$

$\hookrightarrow$ laminare Strömung um Kreiszylinder

74. Schwingungsbegriffe, Wellen

Schwingung = zeitlich periodischer Vorgang

Welle = zeitlich & räumlich periodischer Vorgang

75. Bedeutung von Wellen in der Ph.

zeitlich & räumlich periodischer Vorgang

76. Ungedämpfte Schwingung (Rückstellkraft, Kreisfrequenz)

Rückstellkraft & Auslenkung

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

$$x = a \cdot e^{i\omega t}$$

$$e^{i\omega t} = \cos \omega t + i \sin \omega t$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\text{Re}(x) = a \cdot \cos \omega t$$

$\downarrow$ Auslenkung $\downarrow$ Amplitude $\downarrow$ Kreisfrequenz

77. Schwach gedämpfte Schwingung (Reibungskoeff. Kreisfrequenz)

$$\frac{r}{2m} < \omega_0$$

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + kx = 0$$

$\text{Auslenkung} \quad \text{Re}(x) = a \cdot e^{-\gamma t} \cdot \cos \omega t$

Amplitude = maximal mögliche Auslenkung

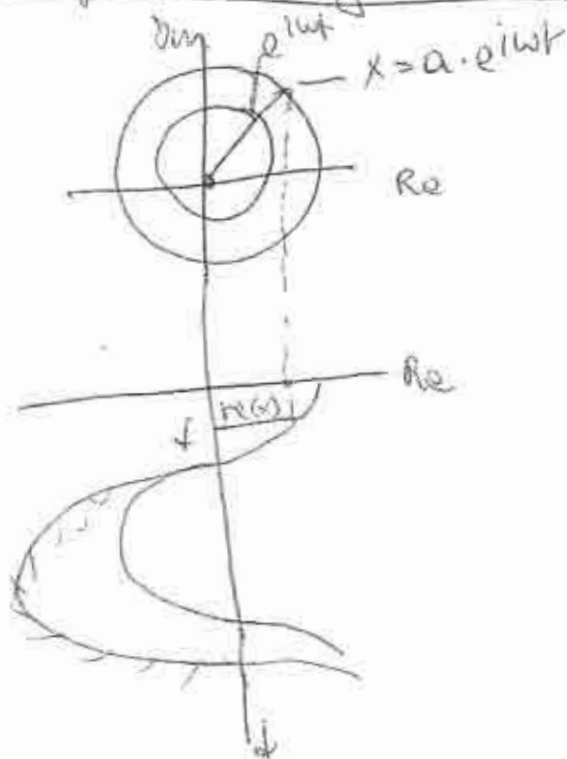
$\downarrow$ maximale = Resonanz

78. Stark gedämpfte Schwingung, aperiodischer Grenzfall

$$\frac{r}{2m} > \omega_0 \rightarrow \text{Schwingung reißt ab}$$

$$x = a e^{i(i\gamma)t} = a e^{-\gamma t}$$

79. Zeigerdarstellung harmonischer Schwingungen



10. Überlagerung von Schwingungen (Schwebungen, Lissajous-Figuren)

- 2 Schwingungen gleicher Frequenz

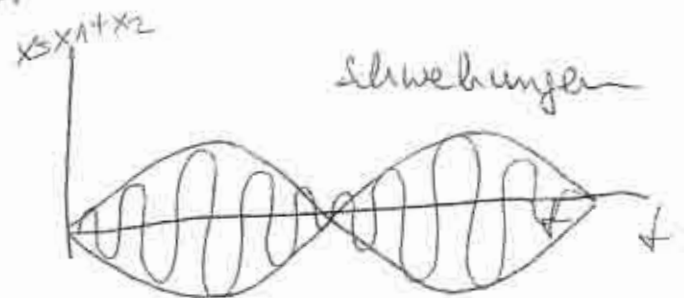
$$a \cdot \cos \omega t \quad | \quad a \cdot \sin \omega t$$

$$b \cdot \cos(\omega t + \varphi) \quad | \quad b \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

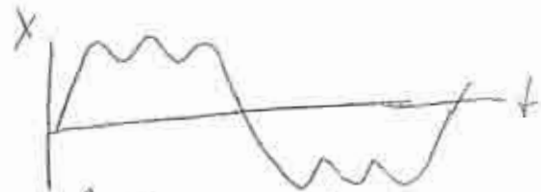
- 2 Schwingungen ähnlicher Frequenz:

$$x_1 = a_1 \cdot \cos \omega_1 t$$

$$x_2 = a_2 \cdot \cos \omega_2 t$$



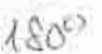
- N Schw. unterschiedl. Frequenz:



→ Fourierreanalyse → Fourier-Figuren

- 2 senkrecht zueinander stehende Schwingungen

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = 1$$



$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{2}$$



Lissajous-Figuren
rationale Verhältnisse

§1. Grund- & Oberschwingungen, Fourier-Analyse

N Schw. mit unterschiedl. Frequenz

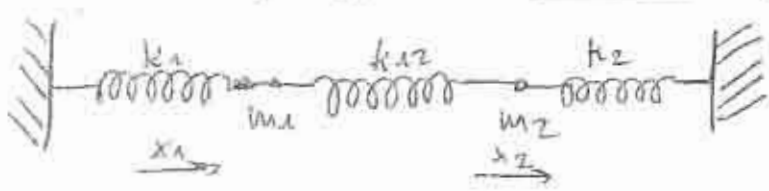
$$N=3 \quad \sum_{n=1}^3 \frac{1}{2n-1} \sin((2n-1)\omega t)$$



→ Fourierreanalyse → Fourier-Reihe

↳ Zerlegung der periodischen Funktion in ihre harmonische Schwingungskomponenten

83. Verhalten gekoppelter Oszillatoren



$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 &= -k_1 x_1 - k_{12}(x_1 - x_2) \\ m_2 \ddot{x}_2 &= -k_2 x_2 - k_{12}(x_2 - x_1) \end{aligned}$$

gekoppelte Differentialgleichung

→ gekoppelte Systeme tauschen Energie aus → Energieübertragung

84. Verschiedene Typen von Wellenvorgängen

Wellen → Ausbreitung $\vec{v}$

stehende Welle → stationärer Zustand $\rightarrow$ gleichförmige Schwingung die am Ende reflektiert wird & zurückkommt

Mechanische Welle → Druckwellen (Schallwellen), mechanische Auslenkung (Schwingende Saite)

longitudinale Welle: schwingt in Ausbreitungsrichtung (Schall)

transversale Welle: schwingt quer zur Ausbreitungsrichtung

1D-Wellen, 2D-Wellen (Wasser), 3D-Wellen (Schall)

ebene Wellen → lineare Quelle der Ausbreitung

Kugelwellen → Punktausbreitung

85. Kreisfrequenz, Frequenz & Schwingungsdauer

ω ... Kreisfrequenz

k ... Wellenzahl

$$u(x,t) = u_0 \cdot \cos(\underbrace{\omega t}_{\text{Auslenkung}} - \underbrace{kx}_{\text{amplitude}})$$

Phase

T ... Schwingungsdauer

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

ν ... Frequenz = Schwingungen / Zeiteinheit

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

86. Wellenzahl & Wellenlänge

λ ... Wellenlänge

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}$$

k ... Wellenzahlfaktor, falls 3D Welle

$$\text{Wellen/dämpfungsinheit} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda}$$

87. Ausbreitungsgeschwindigkeit (Phasengeschwindigkeit, Gruppengeschwindigkeit, Dispersion)

→ mit welcher $\vec{v}$ breiten sich Punkte konstanter Phase aus
→ Phasengeschwindigkeit

$$v_{ph} = \frac{\omega}{k} \Rightarrow v_{ph} = \frac{1}{T} = \underline{\underline{\lambda \cdot \nu}}$$

$$v_{gr} = \frac{d\omega}{dk}$$

$$v_{gr} < v_{ph} \Rightarrow v_{gr} = v_{ph} - \lambda \frac{dv_{ph}}{d\lambda}$$

Wenn sich v_{ph} mit der Länge ändert $\Rightarrow$ Dispersion $\Rightarrow \frac{dv_{ph}}{d\lambda}$

Bei man keine Dispersion $\Rightarrow v_{gr}$ unterscheidet sich nicht

von $v_{ph} \rightarrow$ Wellenpakete behalten ihre Form bei

88. Brownsche Bewegung, Brown'sche Verschiebung

$$p = \frac{F}{A}$$



$$\rightarrow p = \frac{1}{A} \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

$$\Delta p = 2m v_x$$

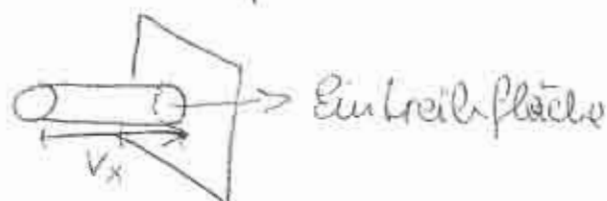
für 1 Molekül:

$$p = \frac{1}{A} \frac{2m v_x}{\Delta t}$$

Wieviele Moleküle / Zeiteinheit treten auf
Einheitsfläche auf?

$$p = \frac{N}{V} m v_x^2$$

$\frac{N}{V}$
Dichtezahl/Vol



$p \propto E_{kin}$ der Einzelteilchen

$\langle v_x^2 \rangle$ - Mittelwert der v_x^2

1. Zustandsgleichung realer Gase, Boyle-Charotte, Gay-Lussac

$P, V, T \dots$ Zustandsgrößen

Boyle-Charotte: $P \cdot V = \text{const.}$ $\text{const } T \rightarrow$ isotherme

Gay-Lussac: $p = \text{const}$ $F = m \cdot g$ $P = \frac{F}{A} \rightarrow p = \frac{m \cdot g}{A}$

$V \propto$ zur absoluten T

$$P \cdot V = k_B \cdot N \cdot T$$

$k_B = \text{Boltzmann const} = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J}$

$P \cdot V = n \cdot R \cdot T$ $R \dots$ allgemeine Gaskonst.

90. Def. der absoluten T , T -skalen

Celsius-Skala: 2 Fixpunkte: 1) Gefrierpunkt v. H_2O $t_c = 0^\circ\text{C}$
 $p = 1 \text{ atm}$ 2) Siedepunkt v. H_2O $t_c = 100^\circ\text{C}$

1) Eis-Wasser-Gemisch, 2) hochreines H_2O

Fahrenheit: Salznähr-Schnee Mischung $t_F = 0^\circ\text{F}$ $t_c = -17,8^\circ\text{C}$

Körper T des Menschen $t_F = 100^\circ\text{F}$ $t_c = 37,7^\circ\text{C}$

$$t_c = \frac{5}{9} (t_F - 32)$$

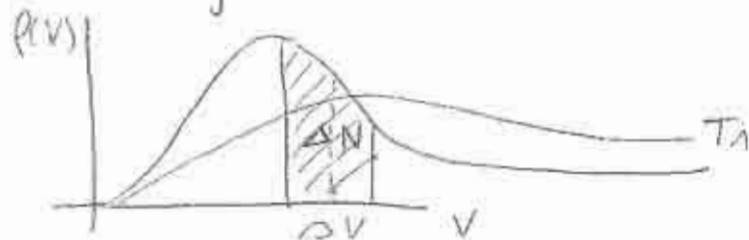
Kelvin: $T: 0 \text{ K} = -273,15^\circ\text{C} = \text{absoluter Nullpunkt}$

$$\Delta t_c = \Delta T$$

91. Maxwell-Boltzmann Geschwindigkeitsverteilung

~~Maxwell-Boltzmann~~ ~~Formel~~ $p = p_0 e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}}$ ~~→ für isotherme~~

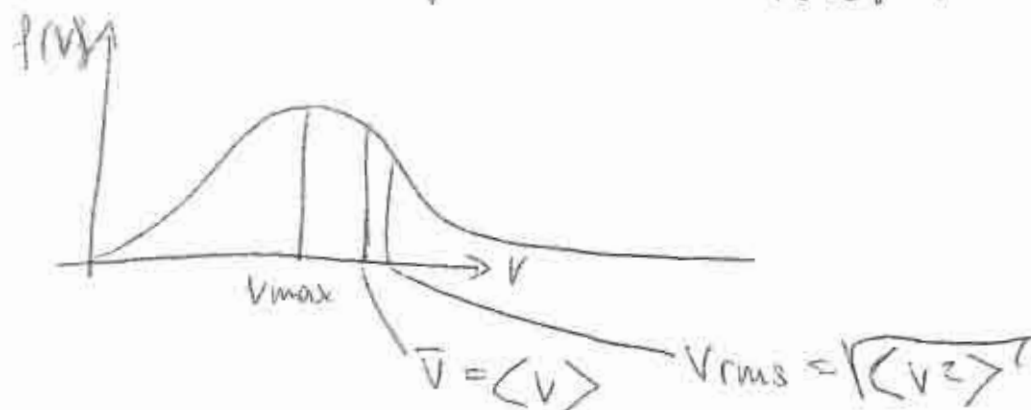
v -Verteilung von Molekülen $\rightarrow$ Gleichgewicht stellt sich ein



Verteilung einer best. T T_1

kleine v^2 : v^2

große v^2 : e^{-v^2} asymptotisches Verhalten



3 charakteristische v :

v_{max} ... $\bar{v}$, die am häufigsten vorkommt

$\bar{v}$... mittlere v

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3}{2}} v_{max}$$

92. mittlere freie Weglänge:

$\lambda = \frac{v}{n \sigma} =$ mittlere freie Weglänge $\rightarrow$ bei Stoßen

$\lambda = \frac{\text{zurückgelegter Weg}}{\text{Zahl der Stöße}}$

$\downarrow$
mittlere Wp, den ein Molekül zwischen 2 Stößen zurücklegt
von Druck & Durchmesser der Teilchen abhängig

93. Wärmekapazität von Gasen, Quanteneffekte

Spezifische Wärme = Zusammenhang zw zugeführter Wärmeenergie & T

$$Q = C \cdot \Delta T$$

C ... Wärmekapazität

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

m ... Masse c ... spezifische Wärme

94. Def. der Oberflächenspannung, Meßmethoden

σ ... Oberflächenspannung

Energie / Flächeneinheit

$$\Delta W = \sigma \Delta A$$

$$[\sigma] = [J m^{-2}] = [N m^{-1}]$$

→ läßt sich nicht sehr genau messen

$$\sigma = \frac{p \cdot r}{2}$$

95. Thermische Ausdehnung von Festkörpern

Längenänderung Δl , ΔT

~~$\Delta l = \alpha l \cdot \Delta T$~~ $\Delta l = \alpha l \cdot \Delta T$ α ... linearer Ausdehnungskoeffizient

α = Tablwert

96. Wärmeleitfähigkeit, Wärmekapazität fester Körper

λ ... Wärmeleitfähigkeitskoeffizient

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \lambda A \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad \frac{\text{elektr. Leitfähigkeit}}{\text{Wärmeleitfähigkeit}} = \text{const.}$$

3 Möglichkeiten d. Wärmeübertragung:

- Wärmeleitung $\rightarrow$ Übertragung bei direkter Berührung
- Wärmestrahlung $\rightarrow$ Licht od. andere elektromagnet. Strahlung
geht von wärmeren auf kälteren Körper über
- Konvektion $\rightarrow$ Verallgemeinerung der Wärmeleitung $\rightarrow$ Leitung z.B.: bei kaltem Fenster, Thermoskanne

97. Begriff der Zustandsgröße

$V, p, T \rightarrow$ Gleichgewichtszustand eines Systems ist eindeutig bestimmt

98. Extensive - intensive Größen

99. Reversible - irreversible Zustandsänderung

↙
Entropieänderung
= 0

↘
Entropie nimmt zu

100. 1. Hauptsatz (perpetuum mobile 1. Art)

Beschreibt Zusammenhang zw. Wärmeenergie & E_{mech}

$E_{mech} \text{ u. } E_{wärme} \Rightarrow \text{Äquivalenz}$

Q... Wärmezufuhr $Q = \Delta U - W$

U... innere Energie

W... Arbeit

Clausius: Energie des Weltalls = const.

↘
Es gibt keine Maschine, die mehr Energie liefert, als zugeführt wird
→ Wkt zu 1.45

101. 2. Hauptsatz (Clausius, Kelvin, perpetuum mobile 2. Art)

Clausius: Energie des Weltalls nimmt zu

Kelvin: keine zykl. Wärmemaschine, kann Wärme aus Umgebung übernehmen & vollständig in W umwandeln

↘
Unmöglich, E_{innen} von kaltem Reservoir in warmes Reservoir, ohne von außen W zuzuführen

102. Carnot-Prozess, Wirkungsgrad, Entropie

Reversible Maschinen haben höchsten Wirkungsgrad

Wärmemaschine $\eta = 1 - \frac{|Q_k|}{|Q_w|} = \text{maximaler Wirkungsgrad}$

Entropie = Maß für die Unordnung
geordnet $\rightarrow$ ungeordnet; umgekehrt nicht möglich

S... Entropie $dS = \frac{dQ}{T}$

$\hookrightarrow$ kann nicht abnehmen

Einführung

1

System und Modelle

Zustand: System zeitl. unveränderlich
Modell: Beschreibung von Zusammenhängen
Theorie: mathematische Beschreibung

Teilchenmodell, Wellenmodell, starrer Körper, fester Körper

Messung Reproduzierbarkeit
Vergleichsgröße (Maßstab)

Modult Basisgrößen σ Wert & Normal
über reproduzierbares Normal

Hypothetische Basisgrößen ^{Relativ} absolute Basisgrößen, nullkühn
konst. Größen

Hypothetische Einheiten Definitionsmittel aus Basisgrößen

Inkohärente Einheiten

Universelle Konst.

Messungenauigkeit: systematische Fehler
statist. Fehler

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad \text{klein } n$$

$$\sigma^2 \approx \overline{x^2} - \bar{x}^2 \quad \text{sehr große } n$$

Fehlerfortpflanzung

Cotensorprodukt

$$R = A \cdot x \cdot y^T$$

$$\frac{\sigma_R}{R} \leq |a| \frac{\sigma_a}{a} + |b| \frac{\sigma_b}{b} + \dots$$

Gauß

$$\sigma_R = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + \dots}$$

Mechanik

2

Bahn: $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) = a \cdot t^2 \\ y(t) = b \cdot t \\ z(t) = c \end{pmatrix} \Rightarrow y = \frac{b}{a} x$

$M(t) = \begin{pmatrix} x = R \cos(\omega t) \\ y = R \sin(\omega t) \\ z = c \end{pmatrix} \Rightarrow x^2 + y^2 = R^2$

$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \frac{d\vec{r}}{dt}$
 $\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}}$

$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}_0}{2} t^2$

freier Fall, schräger Wurf

Kreisbewegung

$s = R \cdot \varphi$ Weglänge $R = \text{Radius}(\theta)$

$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$

$v = \omega \cdot R$

$\vec{a} = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$

Newton'sche Mechanik: ~~Impulsprinzip~~ ^{Impulsprinzip} ~~Körper~~ ^{Körper} bewegen sich gleichförmig

$\vec{p} = m \vec{v}$ Impuls

Impulsänderungen eines Körpers werden durch eine Kraft hervorgerufen

$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m \cdot \vec{a}$

Kraft auf wechselwirkende Körper

$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ Aktion ist Reaktion

Kräfte sind Vektoren

Erhaltungssätze

Impuls $\vec{p} = \text{const}$

Drehimpuls $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = [\vec{L}] = [\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}]$

Drehmoment $\vec{N} = \vec{r} \times \vec{F} \quad [\vec{N}] = [\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}]$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}$$

Massenmittelpunkt $\vec{R} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$

$$\frac{d}{dt} (\sum m_i \vec{R}) = \sum \vec{F}_i$$

Arbeit = Weg $\times$ Kraftkomponente in Wegrichtung

$$A = \sum \Delta A = \sum \vec{F}_i \cdot \Delta \vec{r}_i = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad [A] = [\text{Nm}] = [\text{J}]$$

Leistung $P = \frac{dA}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad [P] = [\text{Nm s}^{-1}] = [\text{J s}^{-1}]$

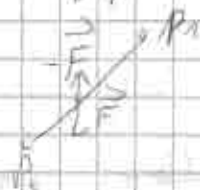
$$E_{\text{kin}} = T_A$$

$$A = T_2 - T_1$$

Konservative Kräfte

Potenitielle Energie $\Rightarrow$ Bezugspunkt nötig

unabhängig vom Weg durch Kraftfeld



mech. Gesamtenergie: $E = T + V$

$$\vec{F} = - \text{grad}(V)$$

Erhaltungssätze 10 Gleichung

$$\begin{matrix} \vec{p} & 3 \text{ Glg} \\ \vec{L} & 3 \text{ Glg} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \text{MMP} & 3 \text{ Glg} \\ E & 1 \text{ Glg} \end{matrix}$$

Kräfte

(4)

Betrachtkräfte $\vec{F} || \vec{r}$

Komponentenkraft $\vec{F}$ unabhängig von $\vec{r}$

Statische Kräfte $\vec{F}$ unabhängig von $\vec{r}$

Starke WW: kurze Reichweite

Elektromagnetische WW: $\neq$

Schwache WW: besonders kurze Reichweite: $\neq$ Zerfall

Gravitation: ∞

$$\vec{G} \propto m$$

$$\vec{G} = m \vec{g}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{pmatrix}$$

schwere Masse = Trägheit

math. Pendel $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$

$$|\vec{F}| = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{r}$$

$$E_{\text{pot}} = V = -G_0 \frac{m_1 m_2}{r}$$

Reichweite $\rightarrow \infty$

Kupferblech Gravite

Harmonischer Oszillator

$$m \ddot{x} = -kx$$

(Lösung) $x(t) = A e^{i\omega t}$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$v = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Bewegte Bezugssysteme

5

$$\vec{r} = 0 = 0' \Rightarrow \vec{r}' = \vec{r} - \vec{R}$$



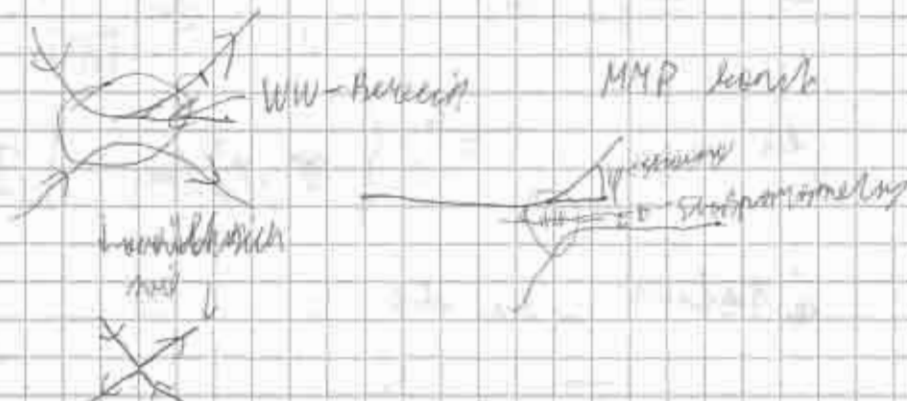
~~Ein~~ Körperkraft

Trägheitskraft $\leftrightarrow$ Führungskraft
Abweichung der Bewegung

Rotation v. Bezugssystemen

Corioliskraft $\vec{F}_C = -m \cdot \vec{\omega} \times \vec{v}_{rel}$
 Zentrifugalkraft $\vec{F}_Z = -m \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$

Stoß und Streuung



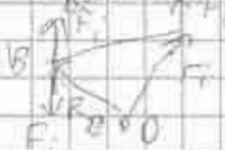
Mechanik des starren Körpers

3 Freiheitsgrade d. Translation
 3 " " " Rotation

Drehmoment $\vec{N} = \vec{r} \times \vec{F}$

Drehmoment bzgl. B

$$\vec{N}_B = (\vec{r}_i - \vec{r}_B) \times \vec{F}_i$$



Statische Schwerpunkt

$$\vec{F} = \sum \vec{F}_i$$

$$\vec{R}_B = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{M}$$

KMP = Schwerpunkt

Abelpersatz

$$|\vec{r}_1 - \vec{r}_0| |\vec{F}_1| = |\vec{r}_2 - \vec{r}_0| |\vec{F}_2|$$

Dynamik des starren Körpers

$$\vec{N} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Berechnung

$$\vec{L} = \int_V \vec{r} \times \vec{p} \, dm$$

Diagonal Inertialtensoren

$I_{xx} = \int_V y^2 + z^2 \, dm$

$$L_i = \sum_{j=1}^3 I_{ij} \omega_j, \quad \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{21} & I_{22} & I_{23} \\ I_{31} & I_{32} & I_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{pmatrix}$$

$$\text{kin. Energie } T = \frac{1}{2} \int_V (\vec{\omega} \times \vec{r})^2 \, dm = \frac{1}{2} I_{ij} \omega_i \omega_j$$

Rotation um festes Achsen (z)

$$\vec{L}_3 = I_{33} \vec{\omega}$$

$$T = \frac{1}{2} I_{33} \omega^2$$

$$I_{33} = \int_V (x_1^2 + x_2^2) \, dm$$

Drehharmonik. harmonischer Oszillator:

$$N_3 = -k_{\varphi} \varphi = I_{33} \frac{d^2 \varphi}{dt^2}$$

↙ Rückkraft

$$\omega = \sqrt{\frac{k_{\varphi}}{I_{33}}}$$

Länge	s	Winkel	φ
Masse	m	Trägheitsmoment	$(I_{ij}) = \tilde{I}$
Gerade	$\vec{v}$	Winkelgeschwindigkeit	$\vec{\omega}$
Körper	$m\vec{v} = 0$	Drehimpuls	$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \tilde{I} \vec{\omega}$
Kraft	$F = \frac{d\vec{p}}{dt}$	Drehmoment	$\vec{N} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
kin. Energie	$T = \frac{1}{2} m v^2$	kin. Energie	$T = \frac{1}{2} I_{ij} \omega_i \omega_j$
Reibkraft	$F_R = -kx$	Reibmoment	$M_R = -k_\varphi \varphi$
Schwingungsdauer	$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$	Schwingungsdauer	$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k_\varphi}}$

Hauptachsenträgheit $\vec{L} = \begin{pmatrix} L_A \\ L_B \\ L_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_A & 0 & 0 \\ 0 & I_B & 0 \\ 0 & 0 & I_C \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_A \\ \omega_B \\ \omega_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_A \omega_A \\ I_B \omega_B \\ I_C \omega_C \end{pmatrix}$



Mechanik deformierbarer Körper

Festkörper: Gestalt + Elastizität, Plastizität

Flüssigkeit: Keine bestimmte Gestalt



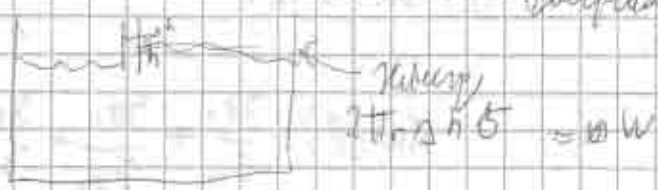
Fluide

Oberfläche



$$\Delta W < \sigma \cdot \Delta A$$

Oberflächenenergie erfordert Kräfte



Reinele Fluid $\rho = \frac{F}{A} = \text{const}$

$$[p] = [N m^{-2}] = [p_z]$$

(8)

Annahme inkompr. $\rho = \text{const}$

$$p = p_0 + \rho g h$$

Druck hängt nur von Tiefe ab

$\Rightarrow$ Hydrostatische Paradoxie

$$\text{Luftdruck } F = \rho g V = m g$$

Stärke des verdrängten Flüssigkeits

Gas-Fluid $pV = \text{const}$

$$\frac{p}{\rho} = \text{const} \quad \rho = \frac{\rho_0}{p_0} p$$

Barometrische Höhenformel

$$p = p_0 e^{-\left(\frac{\rho_0}{p_0} g h\right)}$$

Stromende Fluide

$$\Phi_v = \iint_A \vec{v} \cdot d\vec{A}$$

Volumenstrom

$$\Phi_m = \iint_A \rho \vec{v} \cdot d\vec{A}$$

Massenstrom

Strömungsdichte $\vec{f} = \rho \vec{v}$

Momentenstrom
um den Ursprung

$$M = \iiint_V \rho \vec{r} \cdot d\vec{V}$$

also um $\vec{r}$ herumfließt

$$\oint_{\text{Rand}(V)} \vec{r} \cdot d\vec{A} = \iiint_V \text{div}(\vec{r}) dV =$$

$$\text{div}(\vec{r}) = \frac{\partial x_1}{\partial x_1} + \frac{\partial x_2}{\partial x_2} + \frac{\partial x_3}{\partial x_3}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0$$

Massenerhaltungsgleichung

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = \text{const} \quad \text{Bernoulli Gleichung}$$

Hydrodynamische Paradoxien



$$p + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const}$$

Bei Engstelle
v hoch
p klein

Umströmung eines Körpers



$$\frac{\rho v^2}{2} = p - p_0$$

Strömungswinkel

Zirkulation v. Wirbel



Erhaltung der Zirkulation

$$\Gamma = \oint_C \vec{v} \cdot d\vec{s} \quad \Gamma = 0 \quad \text{wirbelfrei}$$

Spannung in einem Fluid

$$\vec{F} = A \frac{dv}{dx} \eta$$

$$[\eta] = [Pa \cdot s]$$

Zähigkeit

η Temp. abhängig

Flüssigkeit	T ↑	$\eta \downarrow$
Ges	T ↑	$\eta \uparrow$

Zylendruck Polus



$$Q = \frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{\Delta P}{L}$$

Durchfluss $[m^3 s^{-1}]$

$$v(r) = \frac{\Delta P}{4\eta L} (R^2 - r^2)$$

r
 $(-R, R)$

Strömung einer Kugel durch ein Gitter

$$F_w = 6 \pi \eta R v_0$$

Ähnliche Strömung

$$Re = \frac{\rho v_0}{\eta} = \frac{\rho v_0 d}{\eta} = \frac{\text{Trägheitskraft}}{\text{Zähkräften}}$$

Reynoldszahl η Zähigkeit $v = \frac{\eta}{\rho}$

$Re < 1$ laminare Strömung

$Re > 1$ turbulente Strömung

Abhängigkeit

$$F_w = A \frac{\rho v^2}{2} \cdot C_w$$

Widerstandskoeffizient

Wichtig von Turbulenzen und Form

Kugeldragkoeffizient
Luftwiderstand

$$F_A = c_A \cdot A \cdot \frac{\rho v^2}{2}$$

Auftriebsbeiwert

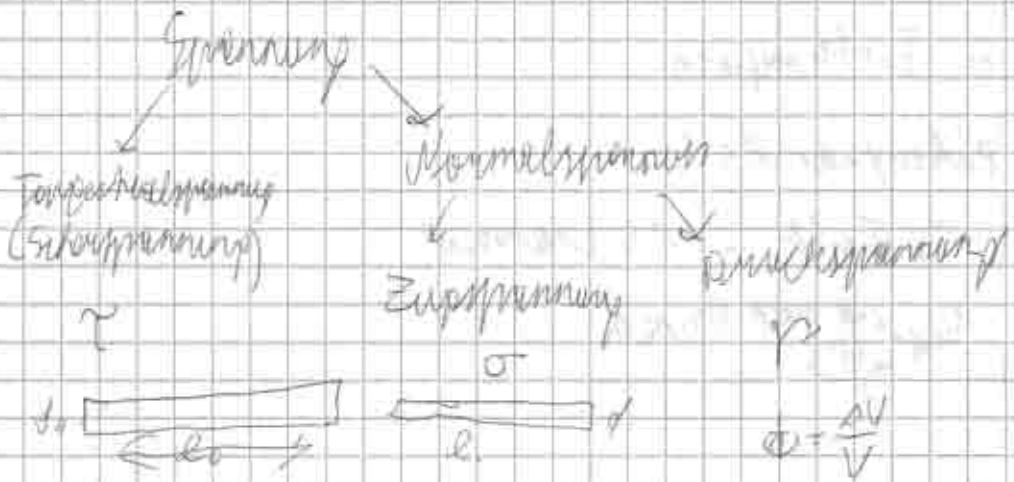
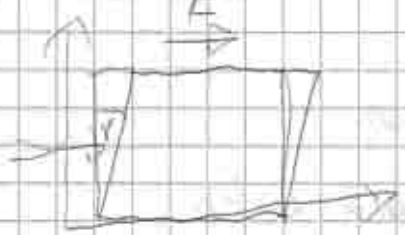
Festkörper

Äußerer Kräfte $\rightarrow$ Deformation

$$\phi = \frac{\Delta V}{V}$$

Bestand flüssig $\rightarrow$ Volumen ändert sich

Verformung ohne Volumenänderung



$$\phi = \frac{\Delta V}{V}$$

$$\frac{\Delta Q}{Q} = \epsilon$$

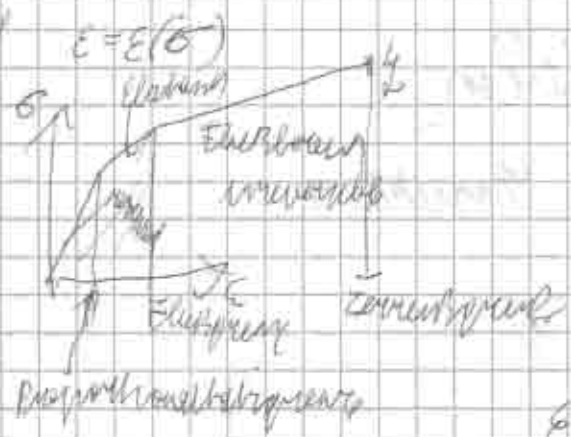
$$\frac{\epsilon \phi}{\epsilon} = \mu \text{ Poisson's ratio}$$

$$\epsilon \phi = -\frac{\Delta l}{l_0}$$

$$E \cdot (1 - 2\mu) = \phi$$

$$\mu > 0 \quad 0 < \mu < 0,5$$

Elongation



$$\epsilon = \frac{1}{E} \sigma$$

$$\epsilon \phi = \mu \frac{1}{E} \sigma \quad \text{Dehnungsmaß}$$

Torsion

$$\gamma = \frac{1}{G} \cdot \tau$$

Äquivalente Kompression

$$\phi = \frac{1}{K} \cdot p$$

Reibung

$$E = 26 (1 + \mu)$$

$$K = \frac{G}{3(36 - 9)}$$

Kunststoffe Fertigkeiten

Bis 21. Semester möglich

Werkstoff v. Fertigkeiten

Richtung nach Matrikel

1. Jahr - 10. Semester

Kaufmann über Drinell

Reibung

$$F_G = \mu_G F_N \quad \text{Gleit - R}$$

$$F_H = \mu_H F_N \quad \text{Haft - R}$$

$$N_R = \mu_R F_N \quad \text{Roll - R}$$

Schwingungen u. Wellen

$$m \ddot{x} = -kx \quad \text{Harmon. Oszillationen}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{Relax} = a = \cos(\omega t) \quad \text{W}$$

Harmon. Oszillation

$$a = \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\text{Frequenz } \nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

Überlagerung

13

1. Schwingungen gleicher Frequenz

⇒ Summierung mit anderen Amplitude und Phase

2. Schwingungen ähnlicher Frequenz

⇒ langsame Änderung der Amplitude



2. Dimensionale Überlagerung

Schwingungen gleicher Frequenz

⇒ Gg einer Ellipse in (x, y) Ebene um einen Winkel verdreht

- Ebene $\varphi = 0$ Gerade

$\varphi = \frac{\pi}{2}$ Ell mit Achse x, y

$\varphi = \frac{\pi}{2}, a \neq b$ Kreis mit Radius $a = b$

2. unkreuzte Schwingung

rationaler Frequenzverhältnis $\rightarrow$ Lissajous-Figuren $\rightarrow$ nicht kreuz

irrationaler Frequenzverhältnis $\rightarrow$ Bahnkurve füllt die Rechteckfläche aus

Gedämpfte Schwingungen

$$m\ddot{x} = -Kx - r\dot{x}$$

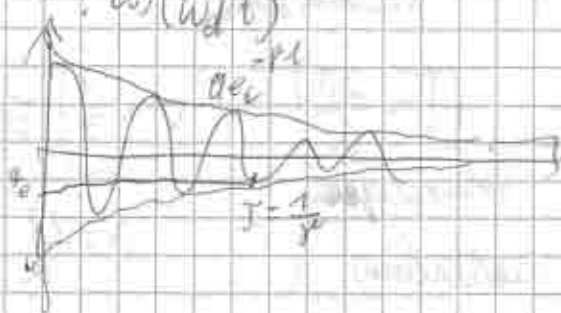
↙ Dämpfungsdruck

$$\omega = \frac{1}{2m} \pm \sqrt{\frac{r^2}{4m^2} + \left(\frac{K}{m}\right)} = \omega_d$$

Komplexer Kreisfrequenz

schwache Dämpfung

$$Re(s) = -\gamma e^{-\gamma t} \cdot \cos(\omega_d t)$$



Stärke Dämpfung

14

$$x = A e^{-\gamma t} (e^{\omega t} + e^{-\omega t}) \quad \gamma = \sqrt{\gamma^2 - \omega^2}$$


aperiodischer Grenzfall

$$\alpha = 0 \quad x = A e^{-\gamma t} \quad \text{schnellste mögliche Ruhelage}$$

erzwungene Schwingung

$$m \ddot{x} + r \dot{x} + k x = F_0 e^{i \omega t}$$

$$\tan(\varphi) = \frac{\gamma \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

Phasenverschiebung

Wellen

transversal

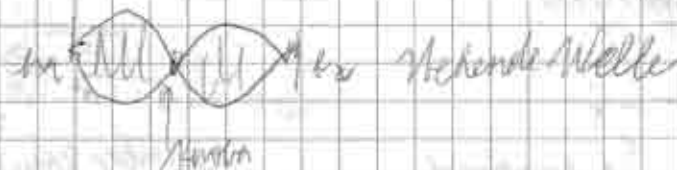
longitudinal

Polarisation

keine Funktion

Richt

schall



$$V(x, t) = \hat{u}_0 \cos(\omega t - k x)$$

Momentanverschiebung ω k Wellenlänge

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Schwingungsdauer

$$\nu = \frac{1}{T} \quad \text{Frequenz}$$

Wellenlänge λ

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}$$

Aufbauübung

15

$$v_{\text{phases}} = \lambda \cdot \nu$$

Phasen gleicher Phase

$$v_{\text{gruppen}} = \frac{d\omega}{dk} = v_{\text{phasen}} - \lambda \frac{dv_{\text{phasen}}}{d\lambda}$$

Ausbreitung von Wellengruppen

(2 Wellen mit geringfügig unterschiedlicher Frequenz)

Wellengleichung 1D

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{v_{\text{ph}}^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

$$3D \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{v_{\text{ph}}^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{v_{\text{ph}}^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

Laplace-Operator

Dopplereffekt

Beobachter bewegt

$$\nu = \nu_0 \left(1 + \frac{v_{\text{ph}}}{v_{\text{ph}}} \right)$$

Quell bewegt

$$\nu = \nu_0 \frac{1}{1 - \frac{v_{\text{ph}}}{v_{\text{ph}}}}$$

Thermodynamik

Wärme = kin E von Atomen, Molekülen
(empirisch)

Temperatur - Maß

Temperaturmessung

Gastthermometer

Techn. Temperaturnormpunkt: Punktall

Thermopile (Konstanten)

Widerstandsthermometer

Strahlungsthermometer

~~PV~~ $PV = \text{konst}$
isotherm

(16)

ideales Gas

allgemeines
Gasgesetz

$$PV = k_B N \cdot T = n R T$$

kinetische Elektronen $\rightarrow$ Filament $\rightarrow$ Gas nicht mehr relevant

kin Theorie ~~$P = \frac{1}{3} \frac{N}{V} \overline{mv^2}$~~

$$p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \overline{E_{kin}}$$

$$\overline{E_{kin}} = \frac{3}{2} k_B T = \frac{3}{2} n R T$$

Druck

$$P = P_1 + P_2$$

Gasmoleküle Elektronen

Wärme und Energie

1HS

$$\Delta Q = Q + W$$

$\nwarrow$ ~~Wärme~~ $\nearrow$ ~~Arbeit~~

innere Energie = kin Energie der Moleküle + pot Energie der Moleküle (Anziehung)

$$Q = C \Delta T = m c \Delta T$$

Wärmekapazität

$$C_p = C_v + R$$

$$C_v = \frac{f}{2} R$$

Freiheitsgrade

$$C_p = \frac{f+2}{2} R$$

Wärmeübertragung

Wärmeleitung $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$

117

Konvektion

~~Wärmeleitung~~

$\frac{P}{A} = \epsilon \sigma T^4$
 ↑ ϵ Emissivität
 ↑ σ Stefan-Boltzmann
 ↓ P Leistung
 ↓ A Fläche

Volumenwirkung, schwarzer Körper

$PV^K = \text{konst}$ Adiabatenprozess

$K = \frac{c_p}{c_v} = \frac{\gamma}{\beta}$

Kardieren

max Wirkungsgrad

$\eta = 1 - \frac{T_K}{T_W}$

2HS: Man kann nicht Wärme vollständig in mech. Arbeit umwandeln

3HS: Absoluter Nullpunkt unerreichbar

Entropie $S = -k_B \ln(P)$