

ELEKTRODYNAMIK

TERMIN

21.5
21.6
20.6

Elektromagnetische Kraft

- Stärke $\approx 10^{39} \times$ Gravitationskraft

- Reichweite: ∞

wichtigste WW in der Natur!

elektr. Kräfte können sich kompensieren

Magnetische Kräfte: keine isolierten WW

Elektrische Ladung $\Rightarrow$ Erregungsursache d. unabh. Ladungen
(soll Ausbreitungsgeschw.)

Wissenschaftler: elektromagnet. Strahlung: Lichtwellen $\Rightarrow$ Lichtgeschwindigkeit
transmissioneller Apparat für Festkörper

Elektrisches Feld: Zustand des Raumes der
durch Feldvektoren beschrieben wird

Ladungen $\Rightarrow$ Feld

~~Feld~~ Feld $\Rightarrow$ Kraft auf Ladungen

kein materielles Medium erforderlich

Energie transport im Vakuum

Feld ist Träger
von Energie

elektromagnet. Wellen

Beschreibung von Lichtwellen
in der Optik: Wellenoptik

Exp. Relativität:

- Relativitätstheorie
- Prinzip d. Konstanz d. Lichtgeschw.
- = Relativistische Physik

Exp. Relativität

Photoelektrischer Effekt

Daniel Bernsteinsche Physik + Lichtquanten (Photonen)

Welle-Teilchen-Dualismus

Maxwell - Gleichung. Beschreibung v. Feldern

Kontinuierliche - Kraftfeld Beschreibung v. Partikeln in Feldern

- statische Ladungen (elektrostatische elektr. Felder)
- gleichförmige Bewegung Ladungen (konst. elektr. Felder, Magnetische Felder)
- langsam veränderliche Ströme (Wechselströme)
- schnell veränderliche Zustände (elektromagnetische Wellen, Elektrodynamik)

elektromagnetische Felder

grad $\vec{E}$

div $\vec{E}$

rot $\vec{E}$

1) Elektrostatik

- Quantitative Wirkung elektr. Kräfte
Benennung: Elektron

- Quantitative Messung: Elektrometer / Elektroskop

Experimentelle Befunde:

- 2 Arten elektrischer Ladung

+

-

Kunstgummi: $\ominus$

Glas: $\oplus$

~~Wied~~

- Gleiches Ladungsanzeichen
 $\Rightarrow$ Abstößkraft

Ungeg. Ladungsanzeichen
 $\Rightarrow$ Anziehung

- Ladungs-"Erzeugung"

erzeugt nur Ladungstrennung

- Quantifiziert: in abgeschlossenen Systemen: Ladung erhalten

- Ladungen immer an Elementarladung gebunden

- Unausweichlich gute Leitung: Ladung zu verbundenen Körpern

- Feststellung eines kleinsten Ladungsmasses





Milliken, Ölfeld

Feststellen durch Sink-Schleppversuche $\rightarrow$
 Anzahl der Ladungen $\rightarrow$ Vielfache
 einer ~~kleinen~~ Elementarladung

Exp. Grundgleichung:

$$\vec{F} = \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \hat{r} \quad |\vec{F}| = \hat{F} = \frac{F}{|\vec{F}|}$$

Coulomb-Gesetz $\rightarrow$ Naheliegende Annahme: $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi}$

$$[Q] = [m \sqrt{N}]$$

• SI: Def d. elektr. Stromstärke
 $\Rightarrow \epsilon_0 \equiv 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{A^2 (s)^2}{N (m)}$
 $(= \frac{1}{\mu_0 c^2})$

1A - Einheit des elektr. Stroms

$$[Q] = [Coulomb] = [As]$$

Kraft zwischen 2 Ladungen

1C: Abstand 1m

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot 1 \approx 10^{10} N$$

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2} \vec{F}$$

ϵ_0 elektr. Feldkonst.

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{[A \cdot s]^2}{N \cdot m^2}$$

$[A \cdot s] = [C]$ Coulomb

Kraft zwischen Ladungen mit je 1 C im Abstand 1m $8,99 \cdot 10^9 N$

Elektr. Elementarladung = $1,6 \cdot 10^{-19} C$

WW-Kraft
auf Ladungseinheit



Def.: elektr. Feldstärke

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}$$

Grenzt bei Punktlad. Q

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \vec{F}$$



Elek. Feldlinien: Tangentiallinien an die $\vec{E}$ -Vektoren

Def.: Elektr. Fluss Φ_E

$$\Phi_E = \iint_A \vec{E} \cdot d\vec{f}$$



Bsp. Fluss durch Kugelfläche A und um Punktladung Q

$$\Phi_E = \oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \lim \sum_A \underbrace{\vec{E} \cdot \Delta\vec{A}}_{|\vec{E}| \Delta A} = |\vec{E}| \lim \sum_A \Delta A = \underbrace{\frac{1}{4\pi\epsilon_0}}_{\frac{1}{\epsilon_0}} \underbrace{\frac{Q}{R^2}}_A = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad A = 4\pi R^2$$



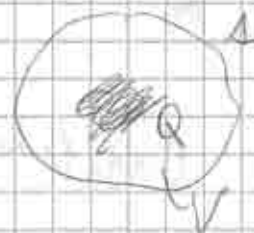
$\frac{Q}{\epsilon_0}$ gilt allgemein

$$\Phi_E = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \text{Gauß'sches Gesetz}$$



Bsp. räumlich ausgedehnte Ladungsverteilung
Ladungsdichte ρ

$$\rho = \frac{\Delta Q}{\Delta V}$$



Gesamt-Ladung in vol V:

$$Q = \iiint_V \rho \, dV$$

U. - Gauß'sches Gesetz

$$\Phi_E = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_V \rho \, dV$$

Zusammenhang $\rho, \vec{E}$

$$\Phi_E = \iiint_V \frac{\rho}{\epsilon_0} dV$$

$$\Phi_E = \oint_{\text{Rd}(V)} \vec{E} \cdot d\vec{\vec{A}}$$

M. Gauß'scher Satz ^(Analogie) $\rightarrow$

$$\Phi_E = \iiint_V \text{div } \vec{E} \cdot dV$$

Dann gilt

$$\boxed{\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}}$$

eine von vier Maxwell-Gleichung
(eine inhomogene)

Gauß'scher Satz:

$$\oint_{\text{Rd}(V)} \vec{E} \cdot d\vec{\vec{A}} = \iiint_V \text{div } \vec{E} \cdot dV$$

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

Prüfe Kleinstvol ΔV



$$\oint_{\text{Rd}(V)} \vec{E} \cdot d\vec{\vec{A}} = \text{div } \vec{E} \underbrace{\iiint_{\Delta V} dV}_{\Delta V}$$

Fluss aus ΔV heraus

$$\frac{1}{\Delta V} \oint_{\text{Rd}(\Delta V)} \vec{E} \cdot d\vec{\vec{A}} = \text{div } (\vec{E})$$

Quellstärke
von $\vec{E}$

Grenzwert durch
zusammenschrumpfen
von ΔV auf einen Punkt

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

1) Pot. Energie einer Lad. q im elektr. Feld:

$$V(P) = \int_{P_0}^P \vec{F}_{\text{el}} \cdot d\vec{r} = - \int_{P_0}^P \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{P_0}^P \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$V(P) = - \int_{P_0}^P \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad P_0 \text{ Bezugspunkt (oft im } \infty)$$

Probelad. q im Umgeb. von Lad. Q (Abstand R)

$$V(P) = - \int_{\infty}^R \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2} dr$$



$$V(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{R}$$

(Bezugspunkt im ∞)

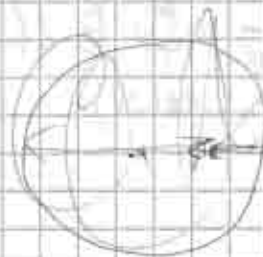
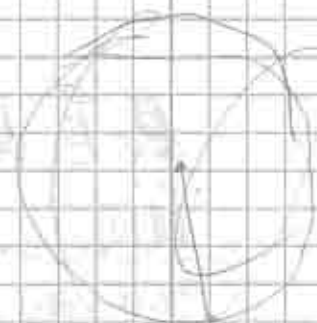
$V(P)$ $\nearrow$ gleichmäßig abnehmend

$R=0$ $\rightarrow R$

$R=0$ $\rightarrow R$

ungleichmäßig abnehmend

$V(P)$



Pot. Energie auf kWh. Einheit beziehen

Def. Elektrisches Potential

$$\Phi(P) = - \int_{P_0}^P \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$\Phi$$

Arbeit, Körper, Weges im Feld:

(Prozess auf Lad.-Ein.)

$$U_{1,2} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \underbrace{\int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{r}}_{\Phi_1} + \underbrace{\int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{r}}_{\Phi_2}$$

$$\Phi_{12} = \Phi_1 - \Phi_2$$

Zusammenhang $\Phi, \vec{E}$

$$P_1(\vec{r} = \vec{r}_0)$$

$$P_2(\vec{r} = \vec{r}_1 + \Delta\vec{r})$$

Spannung

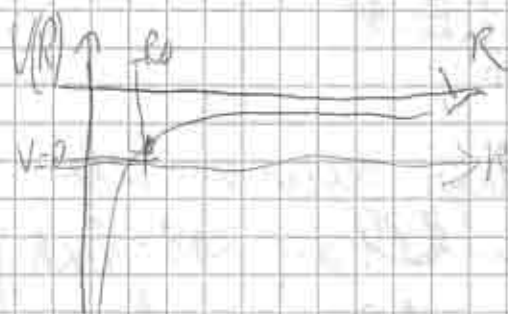
$$U_{1,2} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{r} \approx \vec{E} \cdot \Delta\vec{r}$$

$$\begin{aligned} U_{1,2} &= \Phi_1 - \Phi_2 = -(\Phi_2 - \Phi_1) = \\ &= - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \Delta z \right) \\ &= - \Delta\vec{r} \cdot \text{grad}(\Phi) \\ \vec{E} &= - \text{grad}(\Phi) \end{aligned}$$

Φ skalares Potential

$$\text{grad}(\Phi) = \begin{pmatrix} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial y} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial z} \end{pmatrix}$$

$$[E] = \left[\frac{V}{m} \right]$$



Spezialfall: Punktladung Q

$$\Phi = - \int_{P_0}^P \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \int_{\infty}^R \underbrace{\frac{1}{4\pi\epsilon_0}}_{|\vec{E}|} \frac{Q}{r^2} dr$$

$$\Phi = \frac{-Q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

Spannung: $U_{1,2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$



Grundgleichung d. Elektrostatik

$$\text{div}(\vec{E}) = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = -\text{grad}(\Phi)$$

$$-\text{div}(\text{grad}(\Phi)) = \frac{\rho}{\epsilon_0} \Rightarrow$$

$$\Delta\Phi = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right)$$

poisson

$$\Delta \Phi = 0 \quad \text{Laplace}$$

Radialsymmetrischer Ballen

für vorgegebene Randbedingungen ist die Randwertprobleme eindeutig lösbar

Bsp.: Geladene leitende Hohlkugel



a) Außenfeld:

Fluss durch Kugel K :

$$\Phi_E = \oint_K \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Gauß-Gesetz $\Phi_E = \frac{Q}{\epsilon_0}$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

gleiches Feld wie bei Punktladung Q !

$$\Phi = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \frac{1}{r} \quad (r > R)$$

daher

$$|\vec{E}| = \frac{\Phi(r)}{r} \quad (r > R)$$

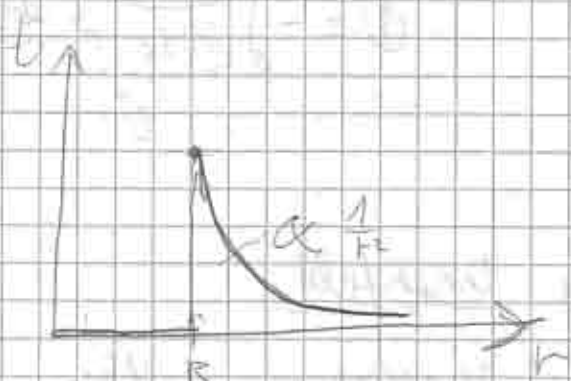
Folgerung: Bei festem Potential Φ_0 nimmt $|\vec{E}|$ so mit zunehmender (Räumlicher) Krümmung

Geladene Kugel

$$|\vec{E}| = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2}$$

$$\Phi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$$

(Außenraum)



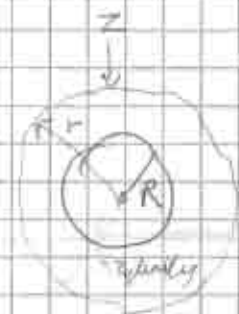
Unendlich langer, drehend geladener Hohlzylinder

Lad / Längeneinheit = λ

Radius = R

a) Außenfeld

Betr. Zylinderlänge l



$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \cdot 2\pi r \cdot l$$

Ladung d. Zylinderlänge $Q_E = l \cdot \lambda$

Gauss-Gesetz:

$$\Phi_E = \frac{Q_E}{\epsilon_0} = \frac{l \lambda}{\epsilon_0}$$

Gleichsetzen =)

$$E \cdot 2\pi r \cdot l = \frac{l \lambda}{\epsilon_0}$$



$$|\vec{E}| = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} \right) \quad (r \geq R)$$

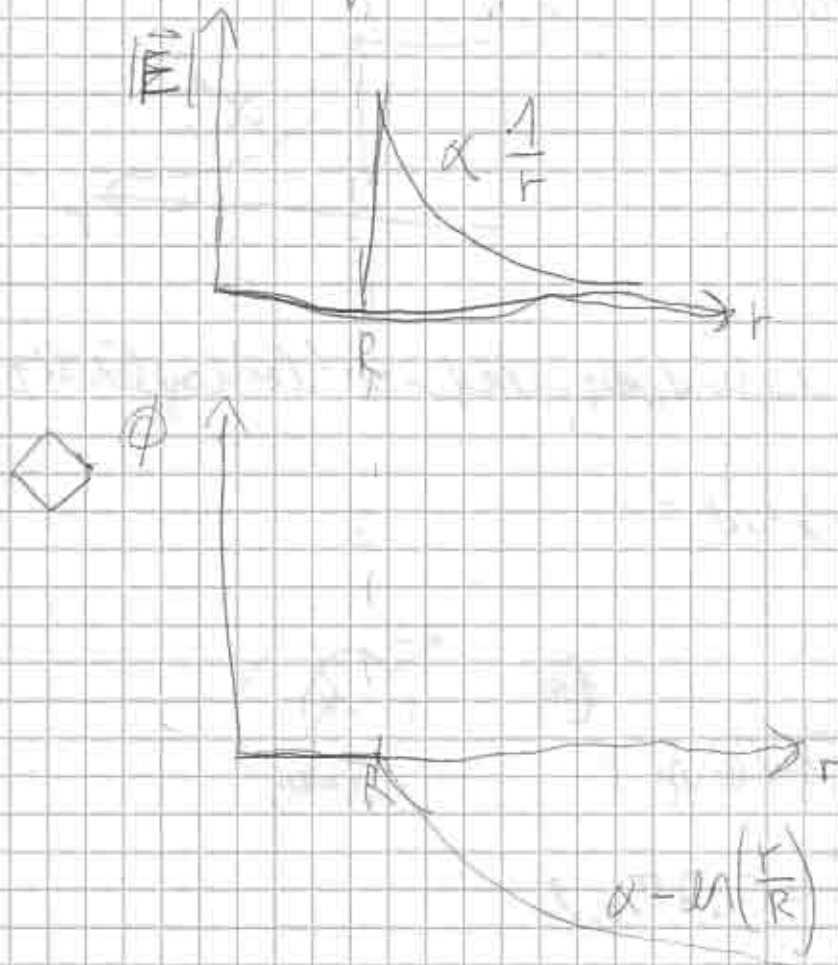
Dann

$$\Phi = - \int_R^r \underbrace{\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}}_{\vec{E}} \frac{1}{r} dr \Rightarrow$$

$$\Phi = - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln(r) - \ln(R) = - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{r}{R}\right) \quad (r \geq R)$$

b) innenfeld:

innenraum feldfrei



Röhrende Hohlkörper haben feldfreien Innenraum
Kompensation in äußeren Feldern durch sog. Influenz

Anwendung: Röntgen-Röhren
Ladungsbewegung im Feld

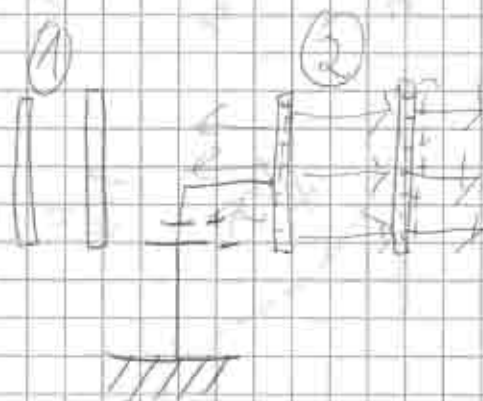


Elektronen



von der Grundform

Kondensatoren



Also $Q \propto |\vec{E}| \propto U$

Annahme: $Q = C \cdot U$ C Kapazität

$[C] = [Q/U] = [Farad]$

Formel

$C = \frac{Q}{U}$

Spezialfall: Kugelkondensator:

$\Phi_i = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \quad (0 \leq r \leq r_i)$

$\Phi(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \quad (r_i \leq r \leq r_A)$

$\Phi_A = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_A} \quad (r \geq r_A)$



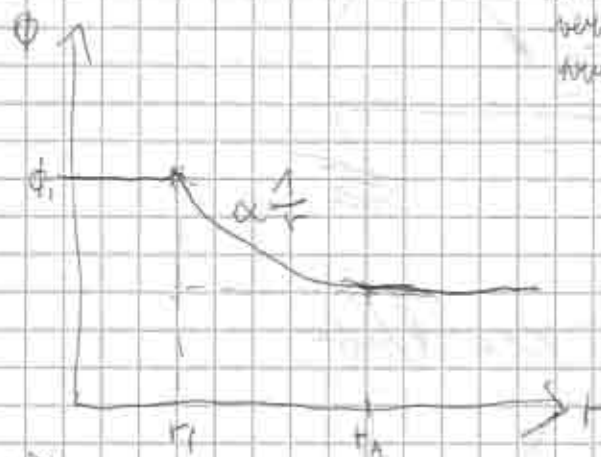
r_i = Innenradius

r_A = Außenradius

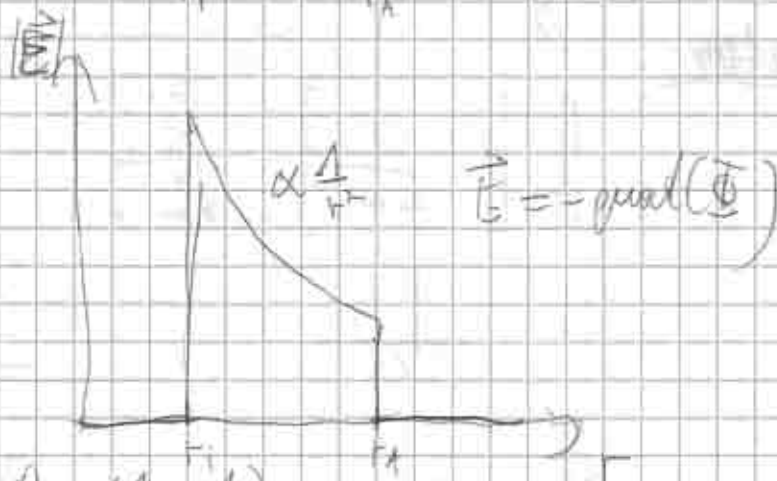
den Wert Φ_i (und Φ_A auch)

$$V = \Phi_i - \Phi_A$$

Feldverlauf



nur innerer Kugel im Feld
verantwortlich, äußere Kugel
trägt als Faraday Käfig



$$V = \Phi_i - \Phi_A = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_A} \right)$$

damit

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_A} \right)} = \frac{4\pi\epsilon_0 r_A r_i}{r_A - r_i} = C$$

Kugelpkondensator

Grenzfalle $r_A \rightarrow \infty$

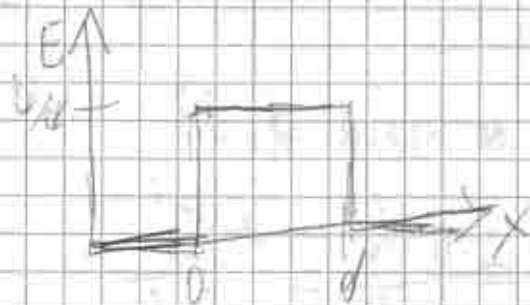
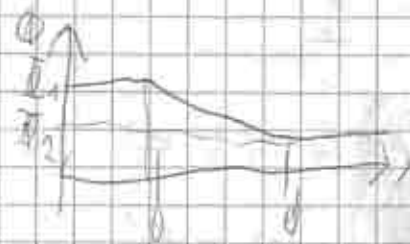
Kapazität einer Kugel mit Radius R : $C = 4\pi\epsilon_0 \frac{r_A R}{r_A - R}$
 $\lim_{r_A \rightarrow \infty} = 4\pi\epsilon_0 \frac{R}{1 - \frac{R}{r_A}}$

$$C = 4\pi\epsilon_0 R$$

$$C_{\text{ERDE}} = 0,7 \text{ mF}$$

$$\vec{E} = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta x} = \frac{U}{d}$$

Feldstärke



2. Teil: $\vec{E}$ zu Platten

$$Q_E = E \cdot A = \frac{U}{d} A = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

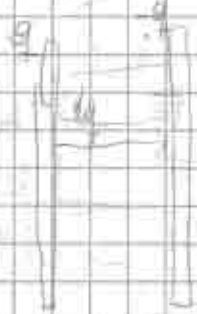
$$|\vec{E}| = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

$$C = \frac{Q}{U} = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

Plattenkondensator

Bsp. $A = 100 \text{ cm}^2$
 $d = 1 \text{ mm} \Rightarrow C = 88,5 \text{ pF}$

Kraft zwischen den Kondensatorplatten



Verhindert das "Leakeln" von Ladungen

$$W_E = \int_0^{\frac{Q}{\epsilon_0 A}} V dq = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{1}{C} \frac{Q^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{\epsilon_0 A}$$

Beziehung $Q = C \cdot U \Rightarrow$

$$W_E = \frac{Q^2}{2C} = \frac{C U^2}{2} = \frac{1}{2} C U^2$$

Wert von d und $d(d)$:

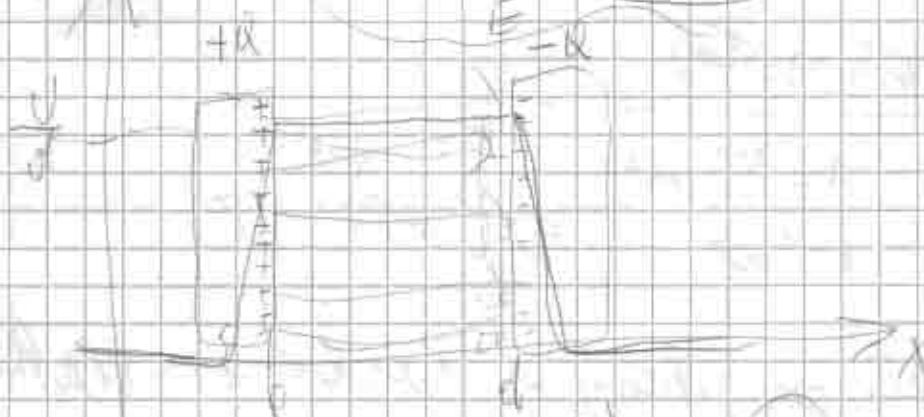
$$dW_E = |\vec{F}| d(d)$$

$$|\vec{F}| = \frac{dW_E}{d(d)} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{\epsilon_0 A}$$

Einsetzen: $Q = C \cdot U = \epsilon_0 A \frac{U}{d} = \epsilon_0 A E$

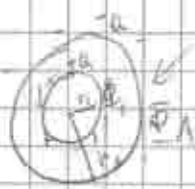
Der Wert

$$F = \frac{1}{2} Q \frac{Q}{\epsilon_0 A} = \frac{1}{2} Q E$$



$$\vec{Q} = 2 \vec{E} A \quad \left. \begin{array}{l} \vec{Q} = \frac{Q}{\epsilon_0 A} \end{array} \right\} 2 E A = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow \vec{E} = \frac{Q}{2 \epsilon_0 A}$$

Zylinderkondensator



zylinderförmig

r_i ... Innenradius
 r_A ... Außenradius

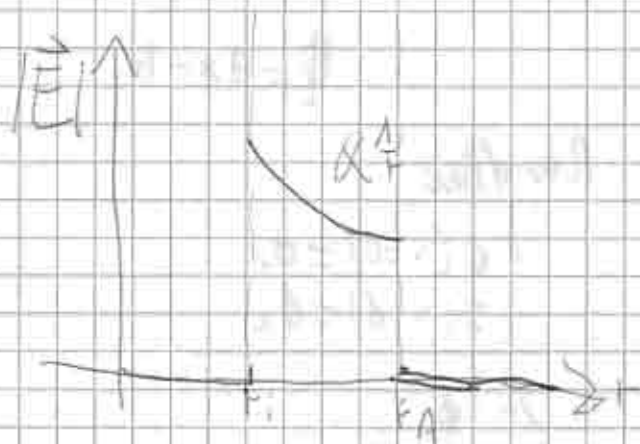
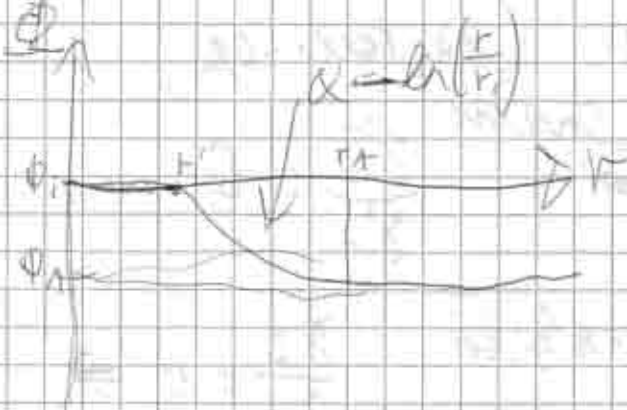
$$U = \Phi_i - \Phi_A$$

$$\Phi_i = 0 \quad (0 \leq r \leq r_i)$$

$$\Phi = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{r}{r_i}\right) \quad (r_i \leq r \leq r_A)$$

$$\Phi_A = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{r_A}{r_i}\right) \quad (r \geq r_A)$$

Feldverlauf



$$U = \Phi_i - \Phi_A = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{r_A}{r_i}\right)$$

Dann für Zylinderlänge l .

$$(Q_l = \lambda \cdot l)$$

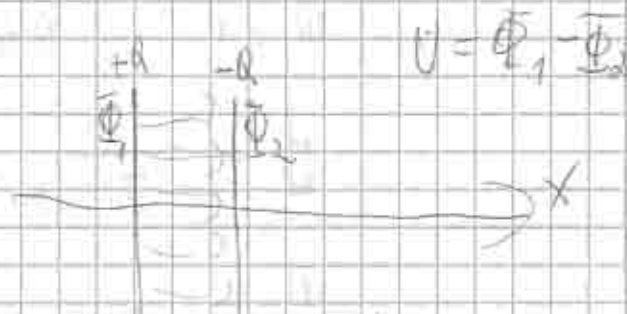
$$C = \frac{Q_l}{U} = \frac{\lambda \cdot l \cdot 2\pi\epsilon_0}{\lambda \ln\left(\frac{r_A}{r_i}\right)}$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

~~Plattenkondensator~~

Plattenkondensator

Plattenfläche A
Plattenabstand d



Potential im Inneren zwischen den Platten

$$\Delta\Phi = 0 \quad (\text{Laplace-Gl.})$$

~~Einheit~~ $\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = 0$

Integration

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = a \Rightarrow$$

$$\Phi = ax + b$$

Randbed.

$$\begin{cases} \Phi(x=0) = \Phi_1 \\ \Phi(x=d) = \Phi_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = \Phi_1 \\ a \cdot d + b = \Phi_2 \end{cases}$$

Es folgt

$$\Phi = -\frac{U}{d}x + \Phi_1$$

$$(0 < x < d)$$

Damit: Feldstärke

$$\vec{E} = -\text{grad}(\Phi)$$

linker: Feldverdrängung $F' = \frac{Q}{2 \epsilon_0 A} = \frac{\sigma}{2}$

rechter: Probekörper Q

$$|\vec{F}| = Q E' = \frac{Q \sigma}{2}$$

$$|\vec{F}| = \frac{1}{2} Q |\vec{E}|$$

Absolutes Elektrometer (Kinkkraft)

Energiegehalt: $W_e = \int_0^Q U dq = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

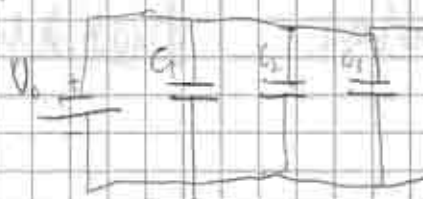
$$Q = C \cdot U = \epsilon_0 \frac{A}{d} U = \epsilon_0 A E$$

$$W_e = \frac{d}{\epsilon_0 A} \cdot \frac{1}{2} \epsilon_0 A E^2 = \boxed{\frac{1}{2} \underbrace{d \epsilon_0 A}_{W_0} E^2 = W_e}$$

Energiedichte des elektr. Feldes

$$w_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

Parallelschaltung



$$\sum C_i U_0 = C U_0$$

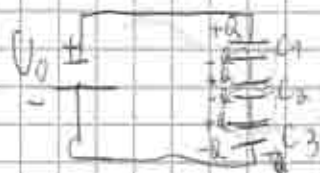
$$C = \sum C_i$$

$$\sum Q_i = Q$$

$$Q_i = C_i U_0$$

$$Q = C U_0$$

Serienschaltung:



Gleiche Ladung Q bei allen Kondensatoren

$$\sum U_i = U_0$$

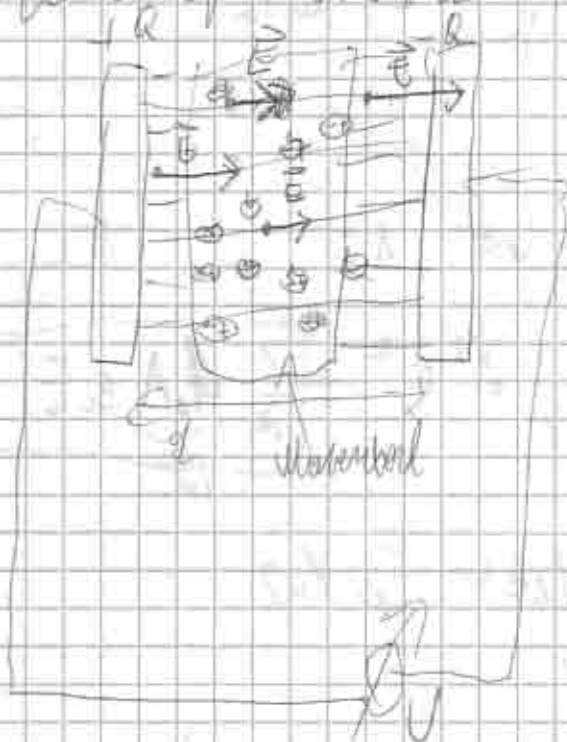
$$U_i = \frac{Q}{C_i}$$

$$U_0 = \frac{Q}{C}$$

$$\sum \frac{Q}{C_i} = U_0 = \frac{Q}{C}$$

$$\boxed{\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i}}$$

Elektr. Eigenschaften von Materie



die - Elektr. Leitfähigkeit

Dielektrizität

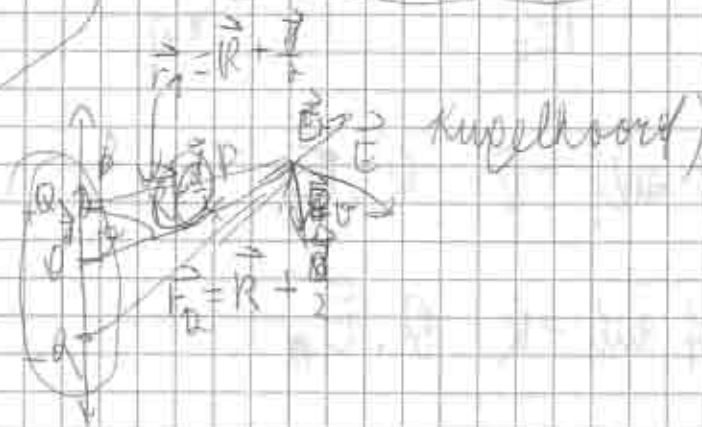
Elektrische Dipole

Rel:



$$\vec{p} = q \vec{d}$$

elektr. Dipolmoment



Gesamtpotential bei P

$$\Phi(\vec{R}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{|\vec{R} - \frac{\vec{d}}{2}|} - \frac{1}{|\vec{R} + \frac{\vec{d}}{2}|} \right] \Rightarrow$$

$$\Phi(\vec{R}) \approx \frac{\vec{p} \cdot \vec{R}}{4\pi\epsilon_0 R^3}$$

$$\vec{E} = -\text{grad} \Phi$$

$$E_r = -\frac{\partial \Phi}{\partial R} = \frac{2p \cos \vartheta}{4\pi\epsilon_0 R^3}$$

$$E_\vartheta = -\frac{1}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial \vartheta} = \frac{p \sin \vartheta}{4\pi\epsilon_0 R^3}$$

$$E_\varphi = \frac{1}{R \sin(\vartheta)} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} = 0$$

$|\vec{R}| \gg |\vec{d}|$
(Fernfeld)



Kraft auf $+Q$: $Q \cdot \vec{E}_1$

Kraft auf $-Q$: $-Q \cdot \vec{E}_2$

Drehmoment

$$\vec{N} = \vec{r}_1 \times (Q \cdot \vec{E}_1) + \vec{r}_2 \times (-Q \cdot \vec{E}_2)$$

$$Q \cdot (\vec{r}_1 \times \vec{E}_1) - Q (\vec{r}_2 \times \vec{E}_2)$$

Gesamtdrehmoment $\vec{N} = Q (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \times \vec{E}_0$

$$\vec{N} = Q \underbrace{(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}_{\vec{p}} \times \vec{E}_0$$

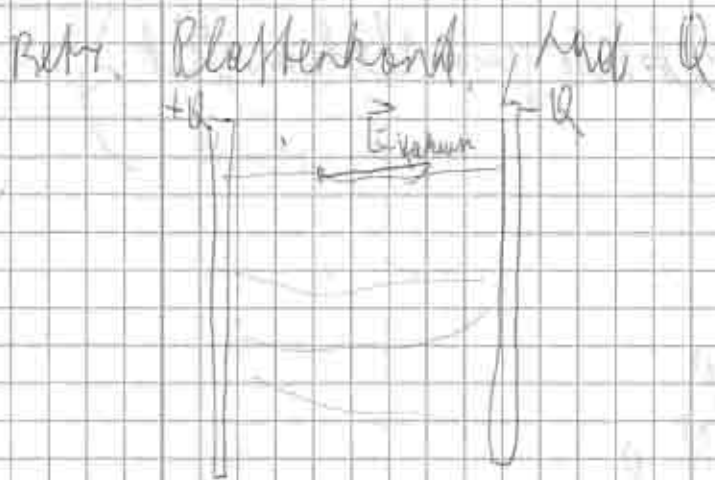
$$\vec{N} = \vec{p} \times \vec{E}_0$$

Falls $\vec{p} \parallel \vec{E}_0$

$$\vec{N} = 0$$

Gleichgewicht





Maxwell-Gl. $\text{div}(\vec{E}_{\text{vak}}) = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

Gauß'sche Gesetz $\vec{\Phi}_E = \frac{Q}{\epsilon_0}$

Def. $\vec{\Phi}_E \Rightarrow \vec{\Phi}_E = |\vec{E}_{\text{vak}}| \cdot A = \frac{Q}{\epsilon_0}$

$$|\vec{E}_{\text{vak}}| = \frac{Q}{A \epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$\sigma = \text{Flächenladungsdichte}$



Ladungskompensation

$$\vec{p} = q \cdot \vec{d}$$

Polarisation des Dielektrikums (pro Volumeneinheit)

Summe aller Dipolmomente / Vol

$$\vec{P} = \frac{1}{V} \sum \vec{p}$$

Gleichartig Dipole parallel ausgerichtet

$$\vec{P} \in N$$

$$\vec{p} = N \cdot q \cdot \vec{d}$$

(N Anzahl der Moleküle pro Volumeneinheit)
geladen Grenzschichten:

Polarisationsladung

$$Q_{\text{pol}} = \frac{A \cdot d \cdot N}{V_{\text{tot}}} \cdot q$$

damit Flächenladungsdichte

$$\sigma_{\text{pol}} = \frac{Q_{\text{pol}}}{A} = N \cdot q \cdot d$$

$$\sigma_{\text{pol}} = N |\vec{p}| = |\vec{P}|$$

Damit Polarisationsfeldstärke

$$|\vec{E}_{\text{pol}}| = \frac{\sigma_{\text{pol}}}{\epsilon_0} = \frac{|\vec{P}|}{\epsilon_0}$$

Gruenelement



Damit $\vec{E}_{\text{pol}} = -\frac{\vec{P}}{\epsilon_0}$



$\vec{E}_{\text{diel}} = \vec{E}_{\text{vac}} + \vec{E}_{\text{pol}}$

$\vec{E}_{\text{diel}} = \vec{E}_{\text{vac}} - \frac{\vec{P}}{\epsilon_0}$

Annahme
Kunststoffspritzguss

$$\vec{p} = \alpha \vec{E}_{\text{diel}}$$

$$\vec{p} = N \alpha \vec{E}_{\text{diel}} \Rightarrow \vec{p} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}_{\text{diel}}$$

↓ diel. Suszeptibilität

$$\vec{E}_{\text{diel}} = \vec{E}_{\text{vac}} - \frac{\vec{p}}{\epsilon_0} \Rightarrow \vec{E}_{\text{diel}} = \vec{E}_{\text{vac}} - \chi_e \vec{E}_{\text{diel}}$$

$$\vec{E}_{\text{diel}} + \chi_e \vec{E}_{\text{diel}} = \vec{E}_{\text{vac}}$$

$$\vec{E}_{\text{diel}} (1 + \chi_e) = \vec{E}_{\text{vac}}$$

$$\vec{E}_{\text{diel}} = \frac{\vec{E}_{\text{vac}}}{1 + \chi_e}$$

ϵ_r

$$\boxed{\vec{E}_{\text{diel}} = \frac{1}{\epsilon_r} \vec{E}_{\text{vac}}}$$

$(\epsilon_r = 1 + \chi_e)$

Kap. 6 Luftkondensator

diel. $\Rightarrow |\vec{E}|$ wird kleiner

$U = |\vec{E}| \cdot d$ wird kleiner

$C = \frac{Q}{U}$ wird größer

Werte von ϵ_r :

Quarzverglas: 3,75
Porzellan: 6 ... 7
Luft: 1

Temperatur: ≈ 80
Feuchtigkeit: 2,3
Luftdruck: 25,8
Lufttemperatur: 87 (Mittelwert)

Wasserstoff: 1,000264
Luft: 1,000576

Zusammenhang des Feldes mit den freien Ladungen
(auf den Kondensator-Platten)

~~Maxwell~~ $\text{div}(\vec{E}_{\text{vac}}) = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ ρ : Dichte der freien Ladungen

Def.: Dielekt. Verschiebung

$$\vec{D} \equiv \epsilon_0 \vec{E}_{\text{vac}}$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r: \text{Dielekt. Konst.}$$

Dann Maxwell-Gl.

$$\boxed{\text{div} \vec{D} = \rho}$$

Dichte der freien Lad. ist Quelle des $\vec{D}$ -Feldes

$$[\rho] = \left[\frac{C}{m^3} \right] = \left[\frac{As}{m^3} \right]$$

$$[\vec{D}] = \left[\frac{As}{m^2} \right]$$

Abwesenheit freier Ladungen:

$$\rho = 0 \Rightarrow \boxed{\text{div} \vec{D} = 0} \Rightarrow \text{div}(\epsilon_0 \epsilon_r \vec{E})$$

$$\left(\text{div}(\lambda \vec{v}) = \lambda \text{div}(\vec{v}) + \vec{v} \cdot \text{grad}(\lambda) \right)$$

$$\begin{aligned} &= \epsilon_0 \epsilon_r \text{div}(\vec{E}) + \vec{E} \cdot \text{grad}(\epsilon_0 \epsilon_r) = \\ &= \epsilon_0 \epsilon_r \text{div}(\vec{E}) + \epsilon_0 \vec{E} \cdot \text{grad}(\epsilon_r) \stackrel{!}{=} 0 \end{aligned}$$

Für inhomogenes Medium $\text{grad} \epsilon_r \neq 0 \rightarrow$

$$\boxed{\text{div}(\vec{E}) \neq 0}!$$

Nebenbedingungen an Grenzflächen von Dielek.: 17

a) $\vec{D}$ -Vektor:

an Grenzfläche muss keine Freierl. $\Rightarrow \rho = 0 \Rightarrow \text{div}(\vec{D}) = 0$

$$\oint_V \underbrace{\text{div}(\vec{D})}_{=0} \cdot dV = \overset{\text{Gauß}}{\oint_{\partial(V)} \vec{D} \cdot d\vec{f}} = 0$$



$$\vec{D}_{\perp 1} \cdot d\vec{f}_1 + \vec{D}_{\perp 2} \cdot d\vec{f}_2 = 0$$

$-d\vec{f}_1$

$$\vec{D}_{\perp 1} = \vec{D}_{\perp 2} \quad \text{Her. d. Normalkomp.}$$

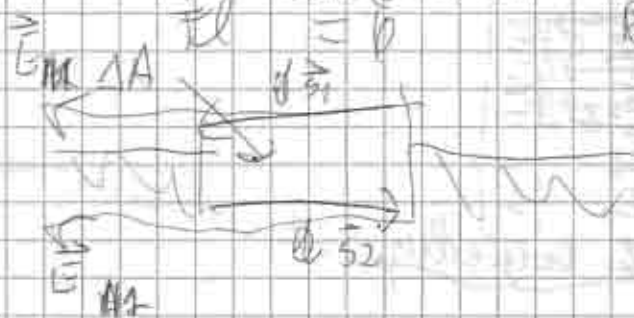
$$\epsilon_1 \vec{E}_{\perp 1} = \epsilon_2 \vec{E}_{\perp 2} \Rightarrow \vec{E}_{\perp 2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \vec{E}_{\perp 1}$$

b) $\vec{E}$ -Vektor

$$\text{es gilt: } \vec{E} = -\text{grad}(\Phi) \Rightarrow$$

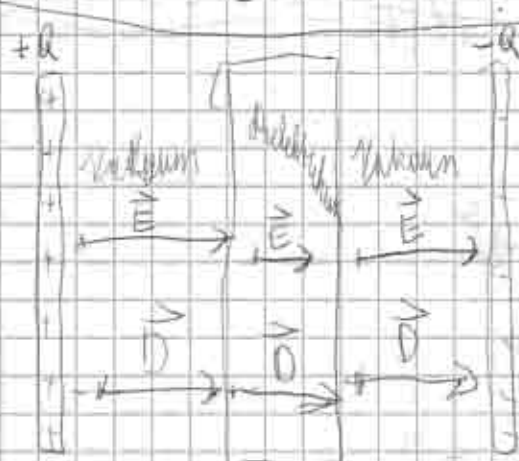
$$\text{rot}(\vec{E}) = -\text{rot}(\text{grad}(\Phi)) \stackrel{=0}{=} 0 \Rightarrow$$

$$\oint_V \underbrace{\text{rot}(\vec{E})}_{=0} \cdot d\vec{f} = \oint_{\partial(V)} \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$



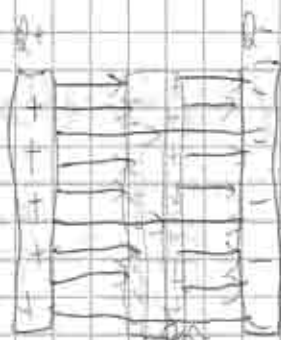
$$\vec{E}_{H1} = \vec{E}_{H2} \quad \text{Ges. d. Parallel-Komp.}$$

$$\frac{\vec{D}_{H1}}{\epsilon_1} = \frac{\vec{D}_{H2}}{\epsilon_2} \Rightarrow \vec{D}_{H2} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \vec{D}_{H1}$$



graph. Darstellung

$\vec{E}$ -Linien



Leitungsstrahlungen (keine freien Ladungen)

$\vec{D}$ -Linien



symbolische Darstellung

$$v = 7,4 \cdot 10^{-11} \text{ m/s}$$

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

$$Q = \iiint_V \rho \cdot dv$$

$$I = \iint_{\partial V} \vec{j} \cdot d\vec{f} \quad \text{Zusammeng. von } \rho \text{ und } \vec{j} =$$

Erhaltung der Ladung

Best. Volumen V in einem Leiter.

Q : Gesamtlad. der Ladungsträger in V

nach Lad.-Erhaltung:

$$\underbrace{\iint_{\partial(V)} \vec{j} \cdot d\vec{f}}_{\substack{\uparrow \\ \text{Fluss}}} = - \frac{dQ}{dt} = \frac{dQ}{dt} \iiint_V \rho \cdot dv$$

$$\stackrel{\text{Gauß}}{\Rightarrow} \iint_{\partial(V)} \text{div}(\vec{j}) \cdot dv$$

$$\iint_V \text{div}(\vec{j}) \cdot dv = - \iint_V \frac{\partial \rho}{\partial t} \cdot dv$$

$$\text{div}(\vec{j}) = \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

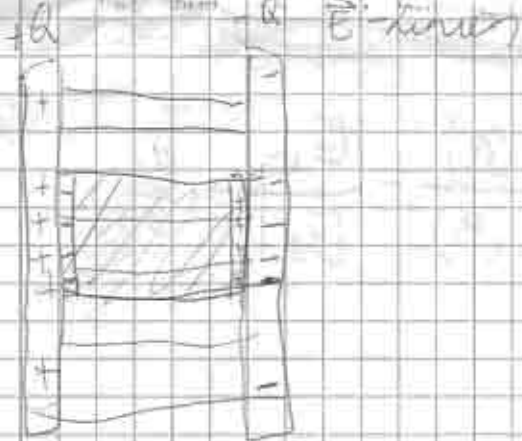
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\vec{j}) = 0$$

Kontinuitätsgleichung

$$\text{div} \vec{j} = \nabla \cdot \vec{j}$$

Kontinuität

ρ, ρ und $\vec{j}$



Grenzfläche senkrecht zum Feld

(a) $\vec{D}$ -Linien

$$\vec{D}_{\perp 2} = \vec{D}_{\perp 1}$$

$$\vec{D}_{\parallel 2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \vec{D}_{\parallel 1}$$



$$\tan(\alpha) = \frac{D_{\parallel 1}}{D_{\perp 1}}$$

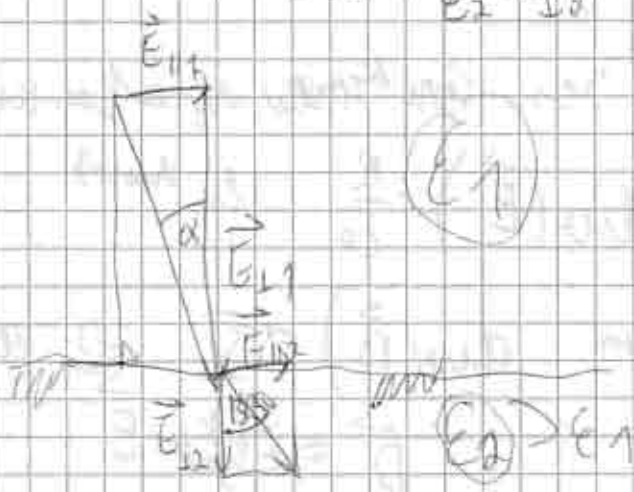
$$\tan(\beta) = \frac{D_{\parallel 2}}{D_{\perp 2}}$$

$$\Rightarrow \frac{\tan(\alpha)}{\tan(\beta)} = \frac{D_{\parallel 1}}{D_{\parallel 2}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$$

(b) $\vec{E}$ -Linien

$$\vec{E}_{\parallel 2} = \vec{E}_{\parallel 1}$$

$$\vec{E}_{\perp 1} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \vec{E}_{\perp 2}$$



$$\tan(\alpha) = \frac{E_{11}}{E_{12}}$$

$$\tan(\beta) = \frac{E_{12}}{E_{11}}$$

$$\Rightarrow \frac{\tan(\alpha)}{\tan(\beta)} = \frac{E_{12}}{E_{11}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$$

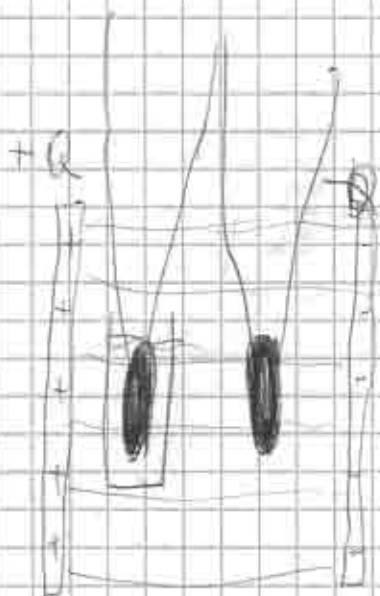
Messung von $\vec{E}, \vec{D}$

Bestimmung von $\vec{E}_{\text{ind}}$:

Lösungsgrenznetz



Bestimmung von $\vec{D}$ durch Schalter



Vorallgemeinerung von Gauß'schen Gesetzen auf Dielektrika

Für Vakuum $\text{div}(\vec{E}) = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ ϵ_0 konst

Für Dielektrikum $\text{div}(\vec{D}) = \rho \Rightarrow \text{div}(\epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}) = \rho$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$$

⇒ Dabei

$\epsilon_0 \Rightarrow$ absoluter Durch $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$

• Coulomb-Kraftgesetz

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q \cdot q}{R^3} \hat{r}$$

• El. Feldstärkenpotential: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q}{R^3} \hat{r}$

• Kapazität Plattenkond. $C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$

Energiedicht. El. Feldes $w_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}^2 = \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D}$

Elektronenfunktion, Perzelekt.

Bei isotropen Medien

Es ist eine Zahl $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \vec{D} \parallel \vec{E}$

Bei anisotropen Medien: ϵ_r Tensor

⇒ $\vec{D}$ nicht $\parallel$ zu $\vec{E}$

⇒ Elektronen-Mechanismen auf elektr. Feldes → neuorientier. Prozess ⇒

⇒ ergibt Wanderung ⇒ Perzelekt. Effekt

Bei Kristallen mit polare Achse
z.B. Quarz, Turmalin, Seignette-Salz.

Ferro-magnetoelektrizität

z.B. Selenätherat
Bismutätherat

- Kopplung der el. Dipole (gleich - entgegengerichtet)
- Hystereseeffekte
- Sättigung (wie bei Ferromagnetismus)

1) elektrische Ströme

- ~~Erzeugung~~
- Beobachtung: Galvani (1789)
~~Volta~~ Eratzenbach
Cu - Zink - Zn

Bewegte Ladungsträger bilden einen elektr. Strom

Exp. Erfahrungen: Bewegte Ladungen $\rightarrow$ magnet. Kräfte
 $\Rightarrow$ magnetisches Feld

- direkte Untersuchungen zeigen
magnet. Kräfte nur bei Stromfluss
 $\Rightarrow$ elektr. Str. Kräfte messen!

~~Erzeugung~~ von Strömen
elektrochemische
magnetische

- Messung von Strömen, Spannungen
(magnetische Induktion) mittels

- Messung von Strömen

- elektrische Leiter (Metalle, Halbleiter)

- ionische Leiter (Elektrolyte)

- semieleitende Leiter (Halbleitungen, Plasmen)

im folgenden Ladungstransport in Festkörpern

elektrische Stromstärke I

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad [C/s] = [A] \quad \text{Ampere}$$



vor 1947 abweichende Ansicht von dQ/dt Lösung

Stromdichte $\vec{j}$: Stromstärke pro dm^2 Querschnitt

Querschnitt, Platten Leiter

$$\vec{j} = [A/m^2]$$

$$I = \iint_A \vec{j} \cdot d\vec{A}$$

$\vec{j}$ (Stromdichte) und $\vec{S}$ (Energiedichte)

können als die Quellen des elektromagnetischen Feld aufgefasst werden

Zusammenhang von S , $\vec{J}$

Bzw. Leiter

n - ... Anzahl der Ladungen pro Volumen

$\vec{v}$... Geschwindigkeit der Ladungen q

$\vec{A}$... Leitungsquerschnittsflächenvektor



$$\vec{J} = \underbrace{nq}_{\text{Volumen / Zeit}} \vec{v} \vec{A}$$

$$I = \vec{J} \cdot \vec{A} \Rightarrow \boxed{\vec{J} = g \vec{v}}$$

↳ Technische Stromrichtung

Richtung der Bewegung von Ladungen

Berechnung der Driftgeschwindigkeit der Ladungsträger im Leiter

Cu-Draht ... $A = 0,1 \text{ mm}^2$

$$A = 10^{-7} \text{ m}^2$$

$$I = 1 \text{ A}$$

$$v = \frac{I}{nqA}$$

$$q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\rho_{\text{Cu}} = 8,93 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$M = 63,55 \text{ kg/kmol}$$

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{26} \text{ /kmol}$$

$$n = \frac{\rho_{\text{Cu}}}{M/N_A} = 8,46 \cdot 10^{28} \text{ /m}^3$$

el. Widerstand, el. Leitfähigkeit

an Leiteranschl. d. Feldstärke $\vec{E}$ angelegt $\Rightarrow$ driftgeschw. d. Ladg.

Isotrope Körper: $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ ohmsches Gesetz

σ el. Leitfähigkeit: $[\sigma] = \left[\frac{A \cdot m}{m \cdot V} \right] = \left[\frac{A}{V \cdot m} \right] = [S \cdot m^{-1}]$

Typische Werte $[S \cdot m^{-1}]$

Al: $68,5 \times 10^6$

Cu: 54×10^6

Al: 37×10^6

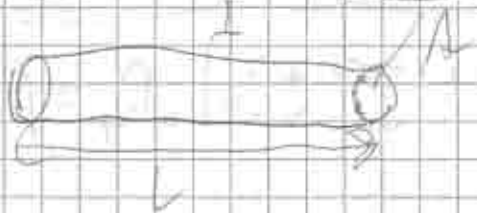
Fe: $10,2 \times 10^6$

C: $0,01 \times 10^6$

Graphit: $2 \cdot 10^{-15}$

Quarz: 10^{-18}

Wegweises ohmsches Gesetz



$$j = \sigma E \rightarrow j \cdot l = \sigma E A$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 I $\frac{U}{L}$

$$I = \frac{\sigma A U}{L}$$

$$U = \frac{L}{\sigma A} \cdot I = R \cdot I \Rightarrow U = I R$$

Integral ohmsches Gesetz



~~Knotenpunktregel~~

Gleichstromnetzwerke



Knotenregel (1. Kirchhoff'sche Regel)

$$\sum_k (\pm I_k) = 0$$

$+I_k$ einlaufender Strom

$-I_k$ auslaufender Strom

Schleifen, Maschenregel
(2. K.G.)

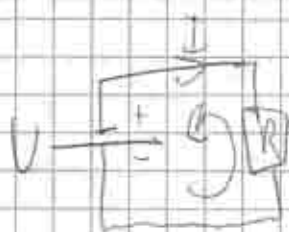
$$\sum_k (\pm U_k) + \sum_l (\pm I_l) \cdot R_l = 0$$

$+U_k$ Durchlaufung $\rightarrow$

$-U_k$ $\leftarrow$

$+I_l$ $\rightarrow$ gleichmäßig mit I durchfließen

$-I_l$ $\leftarrow$ gegenständig $\rightarrow$



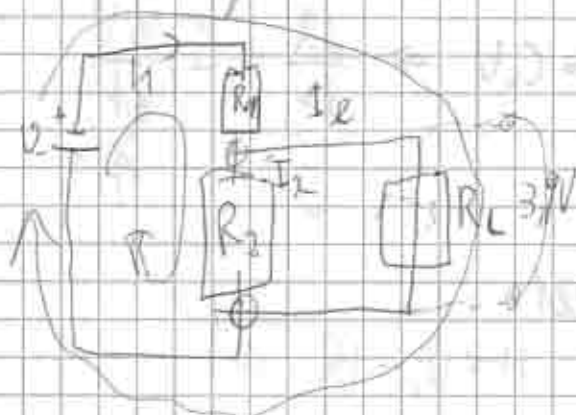
$$U + (-I)R = 0$$

$$0 = IR = 0$$

$$U = IR$$

$$I = R$$

Belasteter Spannungsteiler



$$U = 7,8 \text{ V}$$

$$R_1 = 170 \Omega$$

$$R_2 = 220 \Omega$$

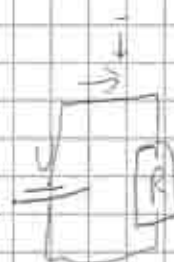
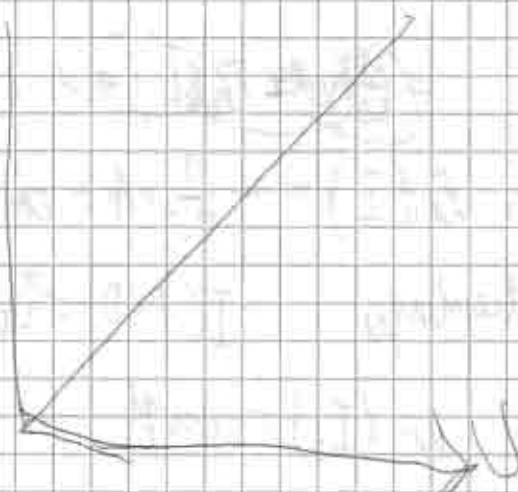
$$R_L = 220 \Omega$$

$$I_1 - (I_2 + I_L) = 0$$

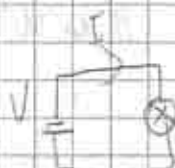
$$-U + I_1 R_1 + I_2 R_2 = 0$$

$$-U + I_1 R_1 + I_L R_L = 0$$

$$U = IR$$



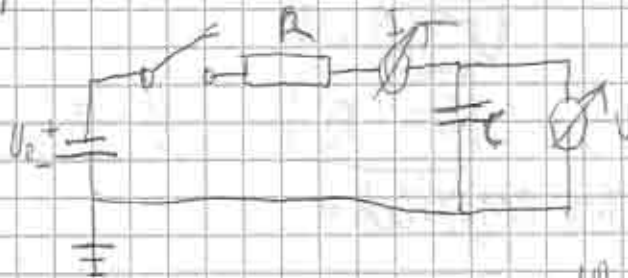
$$R = \frac{U}{I}$$



Differentialrechnung

$$R = \frac{dU}{dI}$$

Ladung eines Kondensators



$$Q = C \cdot U \Rightarrow \underbrace{\frac{dQ}{dt}}_I = C \cdot \frac{dU}{dt}$$

Es gilt:

$$U = U_0 - IR \Rightarrow$$

$$\frac{dU}{dt} = -R \cdot \frac{dI}{dt}$$

dann:

$$I = -C \cdot R \frac{dI}{dt}$$

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{I}{RC} \quad | \int$$

$$\ln(I) = -\frac{1}{RC} \cdot t + \text{const.}$$

$$\ln(I) = -\frac{1}{RC} \cdot t + \text{const.}$$

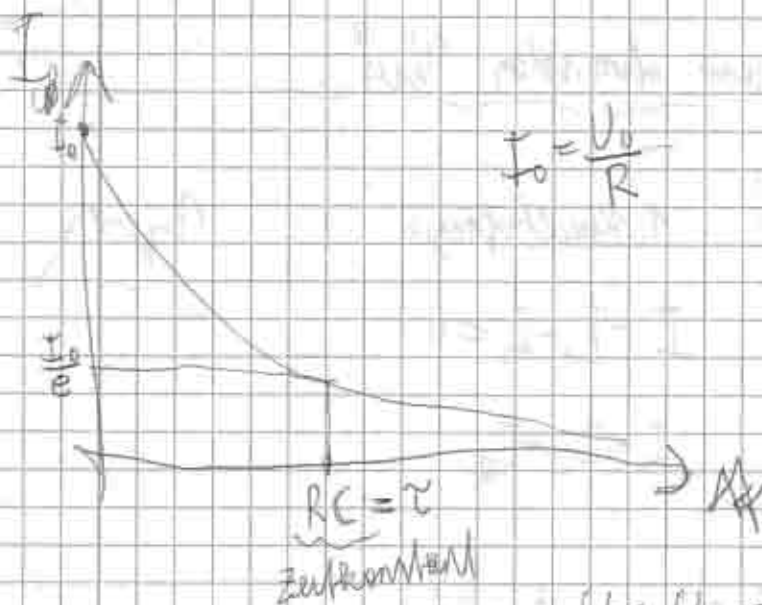
Anfangsbedingungen $I(t=0) = I_0 \Rightarrow$

$$\ln(I_0) = \text{const.}$$

dann $\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\frac{t}{RC} \Rightarrow$

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$I = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

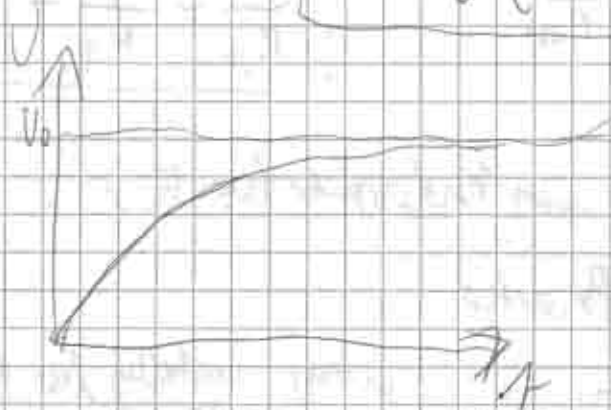


$$U = U_0 - IR$$

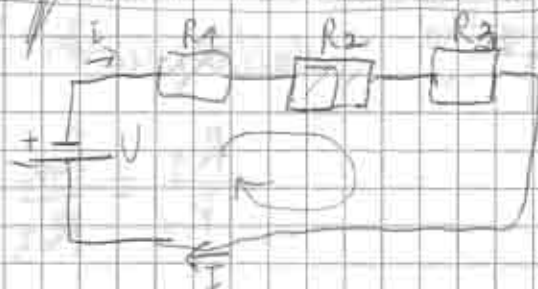
$$U = U_0 - R I_0 e^{-t/RC}$$

$$U = U_0 - \frac{U_0}{R} R e^{-t/RC}$$

$$U = U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$



Serienschaltung von ohmschen Widerständen



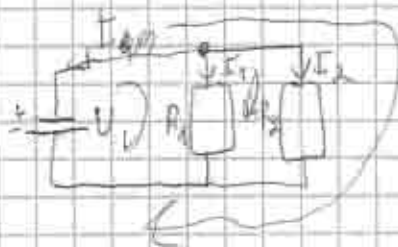
2. Kirchhoff-Regel $\Rightarrow -U + IR_1 + IR_2 + IR_3 = 0$

$$U = I \cdot (R_1 + R_2 + R_3)$$

$$U = I \cdot R_{\text{ges}}$$

$$R_{\text{ges}} = R_1 + R_2 + R_3$$

Die Parallelschaltung von ohmschen Wider.



1. Kirchhoffregel

$$I - I_1 - I_2 = 0$$

$$I = I_1 + I_2$$

2. Kirchhoffregel

$$-U + I_1 R_1 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{U}{R_1}$$

$$-U + I_2 R_2 = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{U}{R_2}$$

Darmit:

$$I_{ges} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} = U \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$I_{ges} = \frac{U}{R_{ges}}$$

$$\boxed{\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

Prüfungsanmerkung von Widerständen R_x

Wheatstone - Brücke



abgleich: einstellbar bis kein Strom mehr fließt

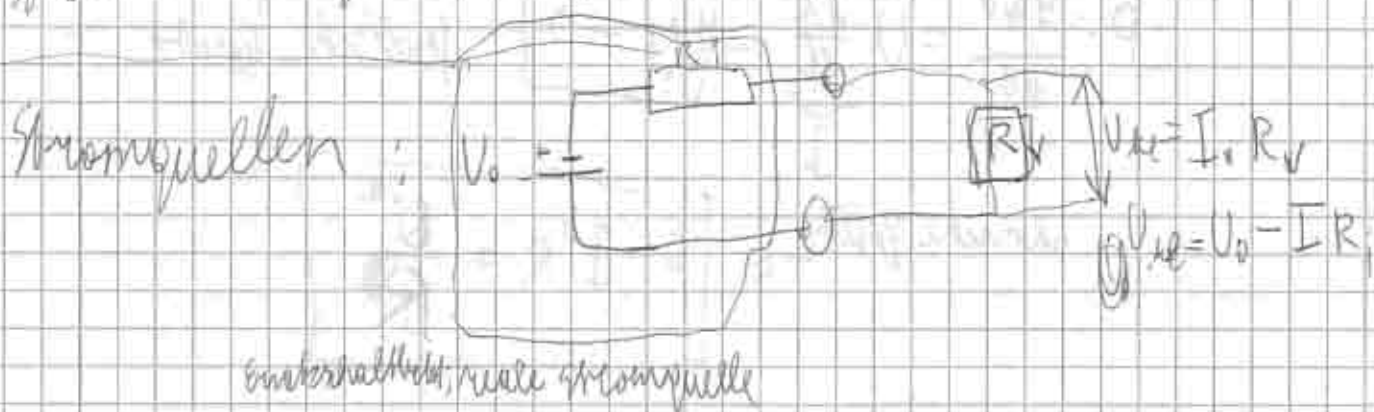
Nullabgleich: $I = 0$

$$\frac{R_1}{R_x} = \frac{R_2}{R_3}$$

$$R_x = \frac{R_1 R_3}{R_2}$$

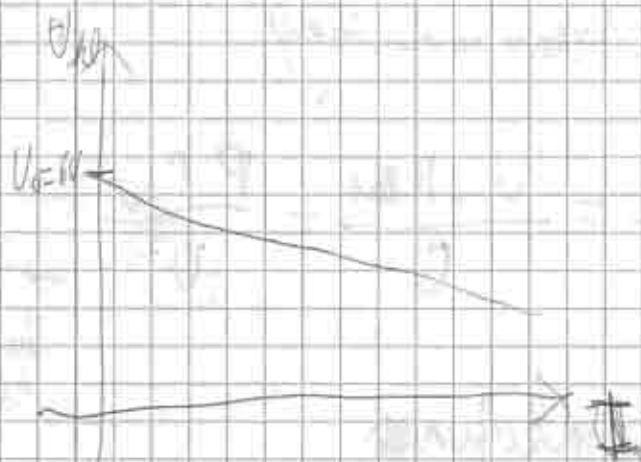
Spannungsmessung: Großer Innenwiderstand.

Strommessung: kleiner Innenwiderstand.



Wirkdruck $\Rightarrow U_{kl} = \frac{V_0}{1 + \frac{R_i}{R_v}}$

V_0 ... Leerlaufspannung
 U_{kl} ... Klemmenspannung



$$\frac{U_{kl} + U_0}{I} = R_i$$

Spannarbeit: q bewegt sich im elektr. Feld?

elektrische Arbeit: $W = q(\phi_1 - \phi_2) = q \cdot U$

Wegpunktwechsel bewirkt den Ladungsträger e^-
 $\rightarrow 1,6 \cdot 10^{-19}$

Kinet. Energie: $q \cdot U$

auf Spannung von 1V

Kinet. Energie von $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

kin. Energie d. Leitung im Leiter $\ll$ kin. Energie d. Moleküle $\ll 1 \text{ eV}$
 bedeutet $\rightarrow$ thermische Energie

$$P = \frac{dW}{dt} = U \frac{dq}{dt} = \underbrace{U \cdot I}_{I} = P \quad \text{Joule'sches Gesetz}$$

ohmsche Gesetz $\Rightarrow$ $P = I^2 R = \frac{U^2}{R}$

Energie - Verluste in Leitung

$$P = UI$$

$$\Delta P = I^2 R_{\text{Leitung}} \quad \text{Verluste in Leitung}$$

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{I R_{\text{Leitung}}}{U I} = \frac{U R_{\text{Leitung}}}{U^2} = \frac{P R_{\text{Leitung}}}{U^2}$$

$\rightarrow$ bei $U \gg$
 Verschiebung
 klein

Hochspannungs - Fernleitungen

Stromleitung in Festkörpern

(elektronische Leiter)

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{1 + \alpha T + \beta T^2}$$

$$\beta T \ll \alpha$$

mit α temperaturabhängig

Homonen, Bardeen (1957) : Supraleitung

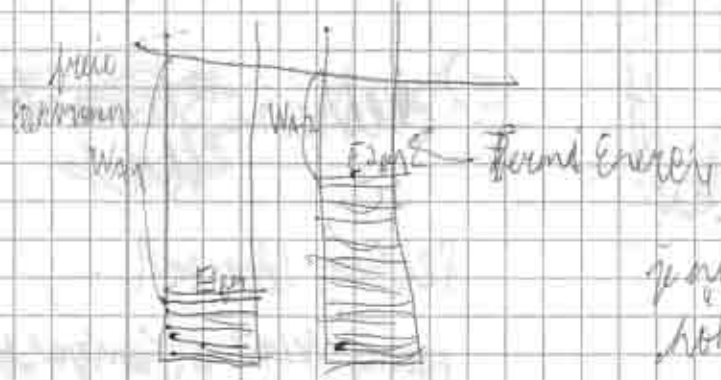
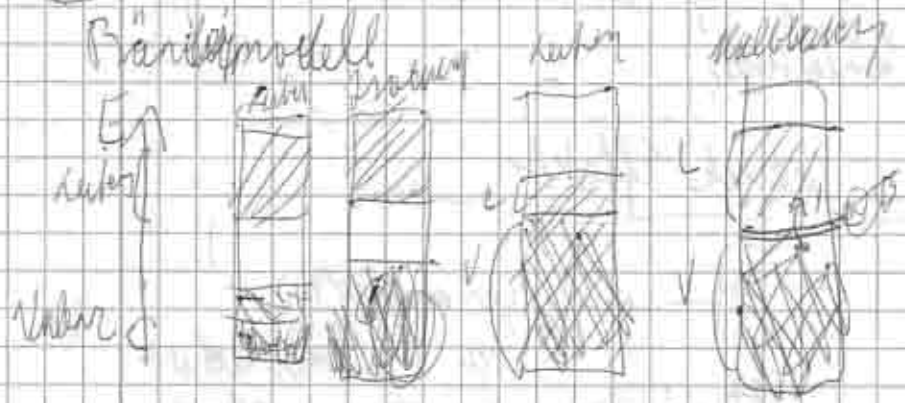
Bardeen, Cooper, Schrieffer (BCS)

Cooper - Paare (e^- verbunden sich zu Paaren)

Quanteneffekt

kein Energieverlust mit Strom möglich

Isotopen - Leber



je niedriger die Temperatur desto höher die Austrittswerte

$$U_{\text{Kanal}} = \frac{W_{\text{ab}} - W_{\text{zu}}}{e}$$

Kontaktspannungsreihe: $\text{Pt} - \text{Rh} - \text{K} - \text{Ni} - \text{Cr} - \text{Al} - \text{Fe} - \text{Cu} - \text{Ag} - \text{Au} - \text{Pt}$

$$\frac{\lambda}{\sigma} = \alpha T$$

↓
Temperatur

λ Wärmefl. σ d. Leitf.

Wieder messen, Franz



Thermoelement

bei Temperaturdifferenz entsteht Spannung
an der Kontaktstelle

Seebeck-Effekt



Spannung
zu Temperaturdifferenz
bei Thermoelementen

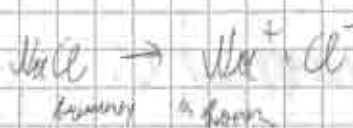
=> Peltier-Effekt

Peltier-Element
geringer Wärmefluss (Temperaturdifferenz)

Stromleitung in Flüssigkeiten

Elektrolyten

Dissociation



Elektrolyt

unveränderte H_2O Moleküle = Hydratisierung

Elektroden: $\oplus$ Anode

$\ominus$ Kathode

elementares Element

$\oplus$ Kation
Leitet zum Anode

$\ominus$ Anionen
Leitet zum Kathode

Ausgangspunkt der Modellierung

- chem. Zusammensetzung der Elektrolyten
- Abmessungen der Elektroden-Oberflächen

Wohndurchschnitt bei
Schräglage in
Flüchigkeit



Best. Ionen mit Masse m
und mit Ladung $z \cdot e$

$z \in \mathbb{Z}$
Ionenladung

Wirkung von N -Ionen $\Rightarrow$ transportierte Ladung $Q = N \cdot z \cdot e$

abgegebene Ladung $Q = N \cdot z \cdot e$

$$\text{Damit } N = \frac{Q}{z \cdot e} = \frac{I \cdot t}{z \cdot e} \Rightarrow n = \frac{I \cdot t}{z \cdot e} \cdot \mu = I \cdot t \cdot k_F = M$$

k_F Faraday-Konstante

Faraday-Gesetz

$$k_F = \frac{\mu}{z \cdot e} \quad \text{Faraday-Gesetz}$$

Leitfähigkeit von Flüssigkeiten

$$\vec{j} = q \cdot \vec{v} = n \cdot q \cdot \vec{v}$$

n ... Anzahl der Ladungsträger
Driftgeschwindigkeit v

$$v = u \cdot E$$

u ... Ionenbeweglichkeit

Damit $j = nq v \cdot E = \sigma E$

$\sigma = nq v$
 $\uparrow$
 Leitfähigkeit



$T \uparrow \Rightarrow \sigma \uparrow$
 Reibung $\Rightarrow T \uparrow \Rightarrow v \uparrow$

$T \uparrow \Rightarrow$ geringere Energie für Ladungsstrom nötig $\Rightarrow n \uparrow$

Elektroden Pos. Metallionen gehen in Lösung $\Rightarrow$ negative Ladung auf Elektroden, Pos. Ladung in umgebender Elektrolytschicht

Damit: ~~Wohin~~ Potentialdifferenz zwischen Elektrode und Elektrolyt $\neq$ Gleichgewicht

Spannung $U = \Delta \phi$

2 unterschiedliche Elektroden Unterschiedliche Potentialdiff.
 $U: V_1 = \Delta \phi_1; V_2 = \Delta \phi_2$

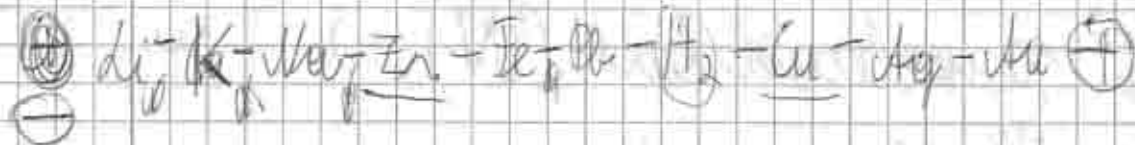
Damit: Spannung zwischen den beiden Elektroden

$\Delta U = U_1 - U_2$



$U = U$ Galvanische Zelle

Galvanische Spannungsrüfte



Verhalten bzgl. Löslichkeit

Pb - Akkumulation:
auflösen

Strömung in Gasen

gemischte Ionen (e^- , H^+ , OH^- , H_2O^+)

in ~~Gas~~ Gas (Plasma)

Herstellung von hochenergetischen Ionenkonzentrationen

Erzeugung / Rekombination Einstellung eines Gleichgewichts

Ionisation • Volumionisation / Oberflächenionisation
• unelastisch / elastisch

Ionisationsmechanismen

- thermisch
- Photoionisation
- Elektr. Hochspannung

Thermische Ionisation



Photoionisation

~~Interaktion~~ kurzwelliges Licht (UV) $\Rightarrow$
Oberfl. ionisation

Ed. Vakuumröhren

Hauptmechanismus

• Funken (hoher Druck, starker Strom)

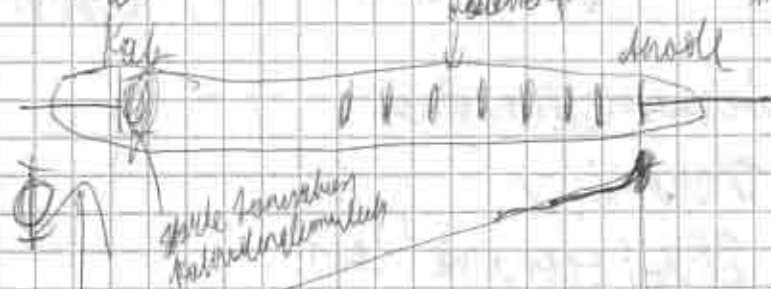
• Proben (glühkathode $\Rightarrow$ ~~Wärmeionisation~~ $\Rightarrow$ hohler Strom
Wärmeionisation $\Rightarrow$ hohler Strom
Vakuumröhre Vakuum)

Glammentherm

Vakuumröhren

geringer Strom, geringer Gasdruck

Verhalten bei zunehmendem Druck



Vakuumröhre

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r}$$

$$U_m = \frac{1}{\mu_0} \int_{P_A}^{P_B} \vec{B} \cdot d\vec{r}$$

$$[B] = \left[\frac{Vs}{m^2} \right] = [Tesla]$$

$$[U_m] = [A]$$

Magnetische Spannung U_m langs Kreisbogen mit umschlossenen Stromleiter:

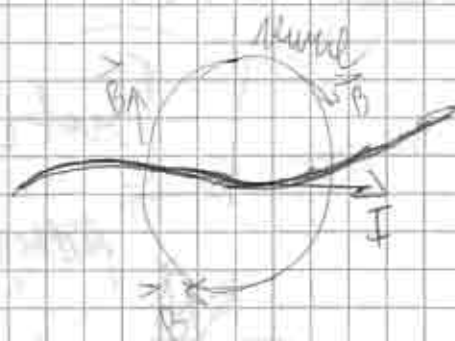


$$U_m = \frac{1}{\mu_0} \oint_K \vec{B} \cdot d\vec{r} = \frac{1}{\mu_0} \lim \sum \vec{B} \cdot \Delta \vec{r} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \lim \sum |\vec{B}| \cdot \Delta r = \frac{1}{\mu_0} \cdot \lim \sum \Delta r$$

$$= \underbrace{\frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{R}}_{\frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{R}} \cdot \underbrace{\lim \sum \Delta r}_{2\pi R} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{R} \cdot \frac{1}{\mu_0} \cdot 2\pi R = I$$

Ampere'scher Gesetz

$$U_m = I$$



Zeigen: Kreisbogen - Gauss'scher Gesetz

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$



Für ~~räumlich~~ räumlich ausgedehnte Stromdichteverteilung

$$I = \iint_A \vec{j} \cdot d\vec{f}$$

gemittelte Stromdichte - Gesetz

$$U_m = \iint_A \vec{j} \cdot d\vec{f}$$

(magnetische Spannung in ~~Stromdichteverteilung~~ herum)

primär Def von U_m :

$$U_m = \frac{1}{\mu_0} \oint_{\text{RL}(U)} \vec{B} \cdot d\vec{s} =$$

Stokes'scher Integralsatz:

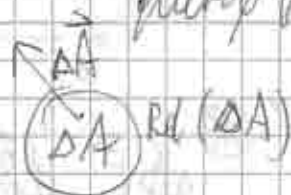
$$\oint_{\text{RL}(A)} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \iint_A \text{rot}(\vec{B}) \cdot d\vec{f}$$

$$\otimes = \frac{1}{\mu_0} \iint_A \text{rot}(\vec{B}) \cdot d\vec{f} =$$

$$\otimes = \frac{1}{\mu_0} \text{rot}(\vec{B}) =$$

$$\boxed{\text{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j}} \quad \text{Maxwell Gleichung}$$

gültig für stationären Fall



$$\oint_{\text{RL}(\Delta A)} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \iint_{\Delta A} \text{rot}(\vec{B}) \cdot d\vec{f}$$

Falls $\Delta \vec{A} \parallel \text{rot}(\vec{B})$
oder $\text{rot}(\vec{B}) \perp \text{Fläche}$



$$\Rightarrow \left(\text{rot}(\vec{B}) \right) = \frac{1}{\Delta A} \oint_{\partial(\Delta A)} \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

$(\text{rot}(\vec{B})) = \text{Wirbelstärke}$

Magnet. Fluss

$$\Phi_m = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

$$[\Phi_m] = [Vs] = [\text{Weber}]$$

$$\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{l} \neq 0$$

$$= \iiint \text{div}(\vec{B}) \, dV \quad (\text{ist Gauss'scher Satz})$$

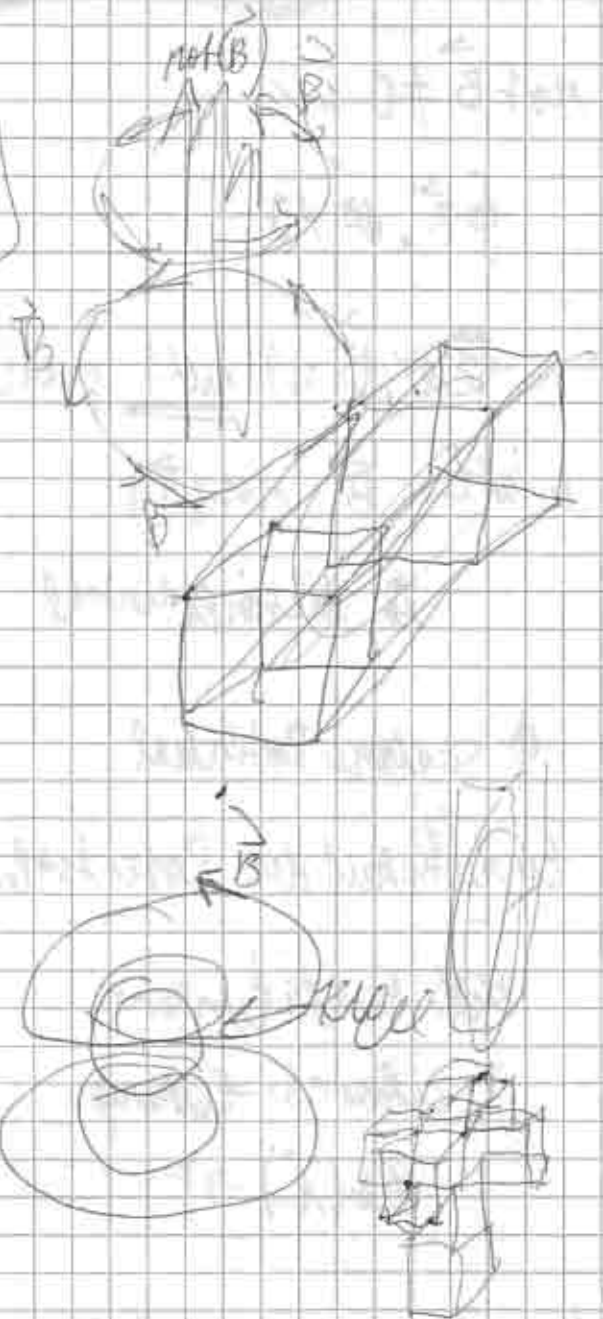
$$\oint \text{div}(\vec{B}) \, dV \neq 0$$

$$(\text{div}(\vec{B}) = 0)$$

$$\text{rot}(\vec{B}) = \mu \cdot \vec{j}$$

$$\text{div}(\vec{B}) = 0$$

$$\vec{E} = -\text{grad}(\Phi)$$



$$\text{rot } \vec{B} \neq 0$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} \neq 0$$

~~Der~~ $\vec{B}$ ist nicht grad(λ)

$$\text{div}(\underbrace{\text{rot } \vec{F}}_{\vec{B}}) = 0$$

$$\text{Annahme: } \vec{B} = \text{rot}(\vec{A})$$

$\vec{A}$ Vektorpotential

① Skalare Potentiale

$$\text{Eindeutigkeit der Potentiale: } \vec{A}' = \vec{A} + \text{const} + \text{grad}(f(\vec{r}))$$

~~Bei~~ Eichbedingungen

coulomb-Eichung

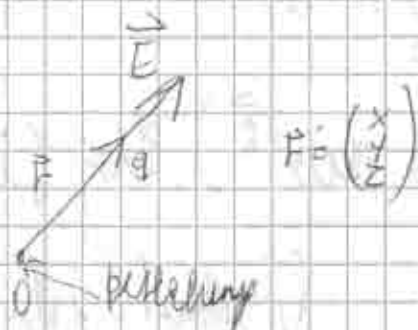
$$\text{div}(\vec{A}) = 0$$

② in Umgebung von Ladung

$$\vec{E} = -\text{grad}(\Phi)$$

$$\vec{E} \parallel \vec{r}$$

$$|\vec{E}| \propto \frac{1}{r^2}$$



$$\text{Annahme } \Phi = \frac{C}{|\vec{r}|} = \frac{C}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$\Phi = C \cdot (x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\text{Dann } \vec{E} = - \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} C (x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}} = \dots$$

$$= C \cdot \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot \begin{pmatrix} 2x \\ 2y \\ 2z \end{pmatrix} \Rightarrow$$

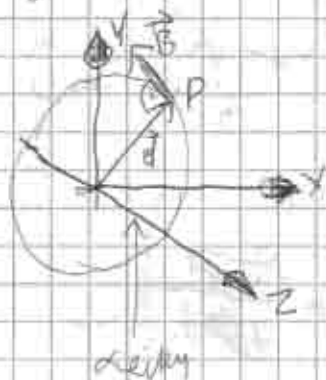
$$\vec{E} = C \cdot (x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot \vec{r}$$

$E \propto \frac{1}{r^2}$ ✓

$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$|\vec{E}| = C \cdot \frac{1}{|\vec{r}|^2} \propto \frac{1}{r^2} \quad \checkmark$$

$\vec{A}$ in Umgebung von geradem dünnen Stromleiter:



$$\vec{d} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|\vec{d}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\vec{B} = \text{rot}(\vec{A})$$

$$\vec{B} \perp \vec{d}$$

$$B_z = 0 \quad \checkmark$$

$$|\vec{B}| \propto \frac{1}{d}$$

$\vec{A} \parallel z\text{-Achse}$

Annahme: $\vec{A} = C \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \ln\left(\frac{d}{d_0}\right) \end{pmatrix}$

$$|\vec{A}| = C \cdot \left| \ln\left(\frac{d}{d_0}\right) \right|$$

Damit

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \\ \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \\ \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial A_z}{\partial y} \\ -\frac{\partial A_z}{\partial x} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{C}{\partial y} \ln\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{d_0}\right)} \\ -\frac{C}{\partial x} \ln\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{d_0}\right) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$= \ln\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{d_0}\right) = \ln\left(\frac{d}{d_0}\right)$
 $\frac{\partial}{\partial y} \ln\left(\frac{d}{d_0}\right) = \frac{1}{d} \cdot \frac{y}{d} = \frac{y}{d^2}$
 $\frac{\partial}{\partial x} \ln\left(\frac{d}{d_0}\right) = \frac{1}{d} \cdot \frac{x}{d} = \frac{x}{d^2}$



$$= C \cdot \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 \end{pmatrix} \ln(x^2 + y^2) = \frac{C}{2} \begin{pmatrix} \frac{1}{x^2+y^2} 2y \\ -\frac{1}{x^2+y^2} 2x \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{B} = \frac{1}{x^2+y^2} \begin{pmatrix} y \\ -x \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{C}{d^2} \begin{pmatrix} y \\ -x \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|\vec{B}| = \frac{C}{d^2} d = \frac{C}{d}$$

$$\vec{B} \cdot \vec{d} = \frac{C}{d^2} \cdot (xy - yx) = 0$$

Vektorpotential:

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \ln \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{d_0} \end{pmatrix}$$

$$\vec{B} = \frac{C}{x^2+y^2} \begin{pmatrix} y \\ -x \\ 0 \end{pmatrix}$$

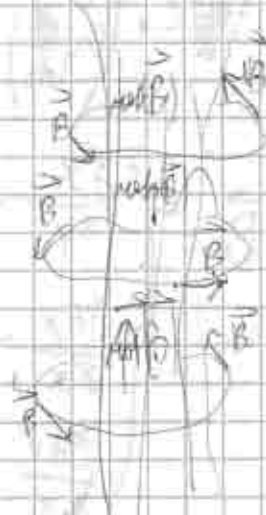
Eichbedingung: $\text{div} \vec{A} = 0$

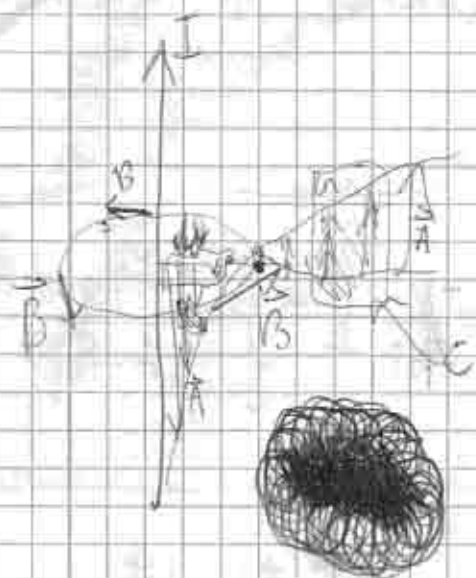
$$\text{div} \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} = 0$$

$$\mu_0 I(\vec{B}) = \mu_0 \vec{B}$$

$$\Phi = \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} \rightarrow \text{div}$$

$$\text{Zirk} = \oint \vec{v} \cdot d\vec{r} \rightarrow \text{rot}$$





$$\vec{B} = \mu_0 \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

$$\oint \vec{A} \cdot d\vec{r}$$

ausdrückt Zirkulation mit Flächeneinheit

$$\text{div}(\vec{A}) = 0 \quad (\text{wird nicht jedes hinreichend Vektorpotential})$$

Magnetfeld in Umgebung eines vorgegebenen Stromvektors $\vec{j}$

$$\text{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j}$$

$$\vec{B} = \text{rot}(\vec{A}) \quad (\text{damit automatisch } \text{div}(\vec{B}) = 0)$$

damit

$$\text{rot}(\text{rot}(\vec{A})) = \mu_0 \vec{j}$$

$$\text{grad}(\text{div}(\vec{A})) - \Delta \vec{A}$$

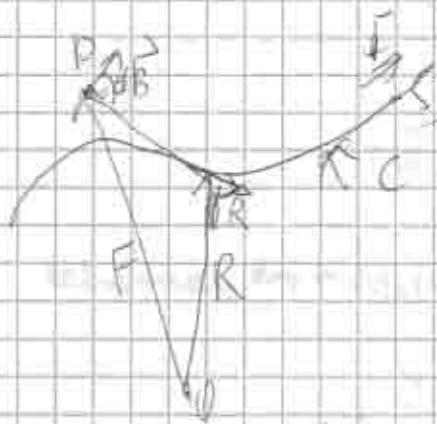
$$\vec{A} = \left(\frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} \right)$$

$$\Delta \vec{A} = -\mu_0 \vec{j}$$

$$\text{Poisson } \Delta \phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\Delta \vec{A} = 0 \quad \text{Laplace} \quad \Delta \phi = 0$$

Magnetfeld in Umgebung von dünnem Stromleiter

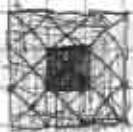


$$\vec{B}(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \oint_C \frac{(\vec{r} - \vec{R}) \times d\vec{R}}{|\vec{r} - \vec{R}|^3}$$

(rechnerisch)

$$\Rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \cdot \frac{(\vec{r} - \vec{R}) \times d\vec{R}}{|\vec{r} - \vec{R}|^3} \Rightarrow$$

$$|d\vec{B}| \propto \frac{|\vec{r} - \vec{R}|}{|\vec{r} - \vec{R}|^3} = \frac{1}{|\vec{r} - \vec{R}|^2}$$



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{(\vec{r} - \vec{R}) \times d\vec{R}}{|\vec{r} - \vec{R}|^3}$$

Spezielle Magnetfelder

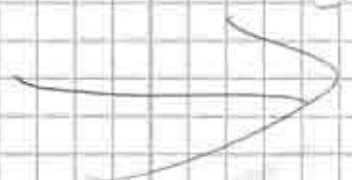
Zylindrischer Leiter
(homogener Stromdichteverteilung)

r_s ... Radius des Leiters

(a) Außenraum ($r \geq r_0$)

Betr. Fluss im Leiter $r \geq r_0$:
Magnet. Spannung.

$$\textcircled{*} U_{in} = \frac{1}{\mu_0} \oint_{\gamma} \vec{B} d\vec{s} = \frac{1}{\mu_0} 2\pi r B$$



*** Gemitteltes Amperes-Gesetz $\bar{I}_{\text{in}} = I$

$$I = \frac{2}{\mu_0} 2\pi r B \Rightarrow$$

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}$$

b) Innenraum ($r < r_0$)

$$\textcircled{1} \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \frac{1}{\mu_0} 2\pi r B$$

homog. Stromdichte $\mathcal{I}_r \Rightarrow |\vec{j}| = \frac{I}{\pi r_0^2} \Rightarrow$

$$I_r = \frac{I}{\pi r_0^2} \pi r^2$$

dann

$$\textcircled{2} \textcircled{1} \quad U_m = I_r = \frac{I r^2}{r_0^2}$$

$$\frac{I r^2}{r_0^2} = \frac{1}{\mu_0} 2\pi r B$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0^2} r \propto r$$

*** Gemitteltes dicken Leiter:

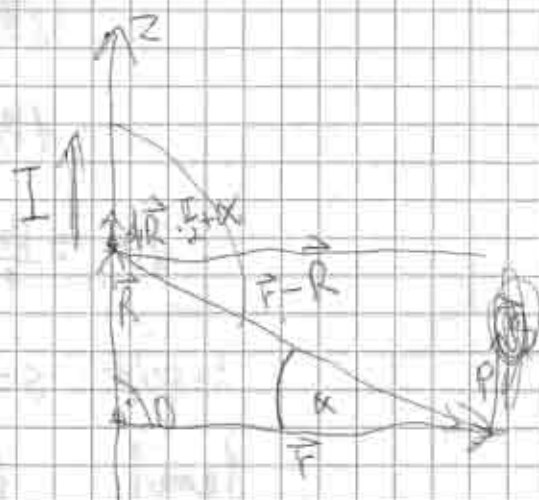
$$B = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{(\vec{r} - \vec{R}) \times d\vec{R}}{|\vec{r} - \vec{R}|^3}$$

$$|\vec{R}| = z$$

$$|d\vec{R}| = dz$$

$$|\vec{r}| = r$$

$$|\vec{r} - \vec{R}| = s$$



$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{s^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{s^3} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$$

$$\frac{d}{d\alpha} \tan(\alpha) = \frac{1}{\cos^2(\alpha)}$$

Es gilt: $s = \frac{r}{\cos(\alpha)}$, $z = r \cdot \tan(\alpha)$, $\frac{dz}{d\alpha} = \frac{r}{\cos^2(\alpha)}$

Damit: $|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{r \cdot \tan(\alpha) \cos^2(\alpha) \cos(\alpha)}{\cos^3(\alpha) r^2} d\alpha =$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi r} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos(\alpha) d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{1}{r}$$

$1 - (-1) = 2$

Kreis. Stromschleife:



$$d\vec{B} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{(\vec{r} - \vec{R}) \times d\vec{R}}{(\vec{r} - \vec{R})^3}$$

$$|\vec{R}| = R \quad (\text{Radius Schleife})$$

$$|d\vec{R}| = dl \quad \text{Prozentstück}$$

$$|\vec{r}| = z$$

$$|\vec{r} - \vec{R}| = s$$

$$|d\vec{B}| = dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{R \cdot dl}{s^3} \Rightarrow$$

$$dB_{||} = dB \sin(\alpha)$$

$$dB_{||} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{R \sin(\alpha) \cdot dl}{s^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{R \cdot dl}{s^3}$$

Es gilt: $s = \sqrt{z^2 + R^2}$

Damit: $dB_{||} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{R}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \cdot dl$

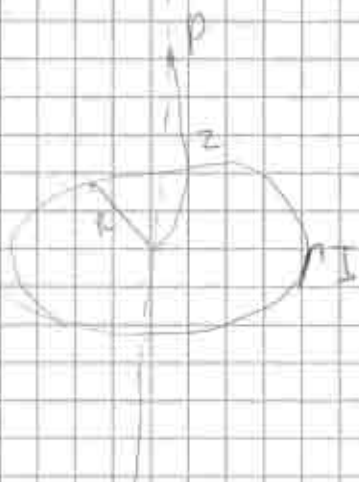
mit

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{R}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{R}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \cdot 2\pi R$$

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(z^2 + R^2)^{3/2}}$$

in Scheitelpunkte ($z=0$)

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{R^3} = \frac{\mu_0 I}{2R} = |\vec{B}|$$



$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(z^2 + R^2)^{3/2}}$$

Stromschleife: Magnetischer Dipol



Def.: Magnet. Dipolmoment

$$\vec{p}_m = I \cdot \vec{A}$$

$|\vec{B}|$ für $z \gg R$

$$|\vec{B}| \approx \frac{\mu_0 I R^2}{2} \cdot \frac{1}{z^3} = \frac{\mu_0 I R^2}{2\pi z^3}$$

$$= \frac{\mu_0 |\vec{p}_m|}{2\pi z^3}$$

analog
 $\vec{B} \parallel \vec{p}$
an z-Achse

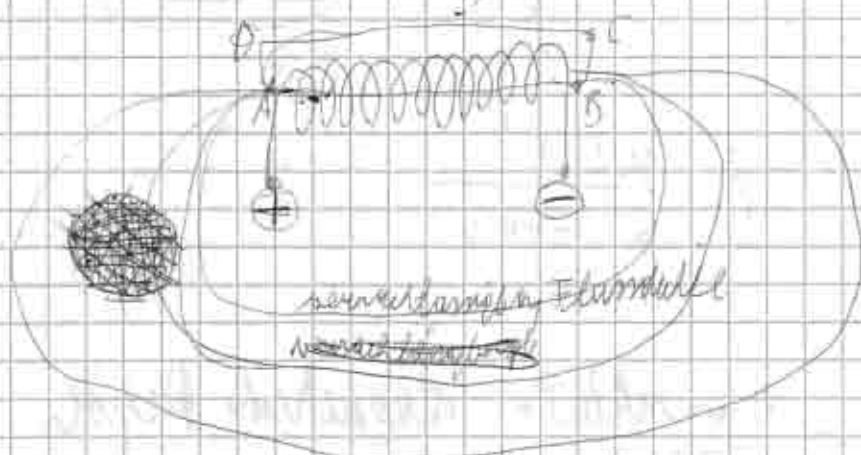
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{p}_m}{2\pi z^3}$$

Längstreckte Spule (Ampere Gesetz)

n - Windungen / Länge

L - Länge der Spule

$N = n \cdot L$ Gesamtwindungszahl



$$U_m = \frac{1}{\mu_0} \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} \approx \frac{1}{\mu_0} B L$$

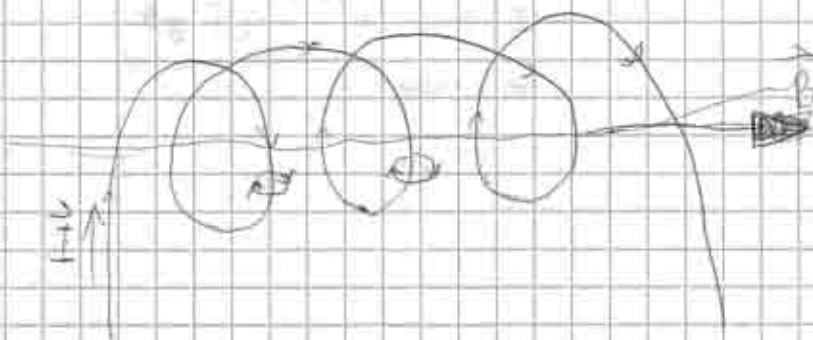
Ampere-Gesetz

$$U_m = N \cdot I$$

Vergleich $\Rightarrow \frac{1}{\mu_0} B L = N \cdot I$

$$\vec{B} = \frac{N I \mu_0}{L} \Rightarrow$$

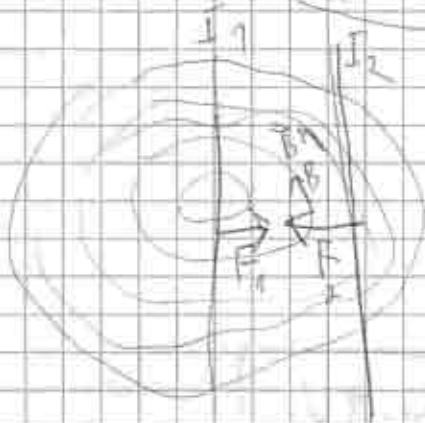
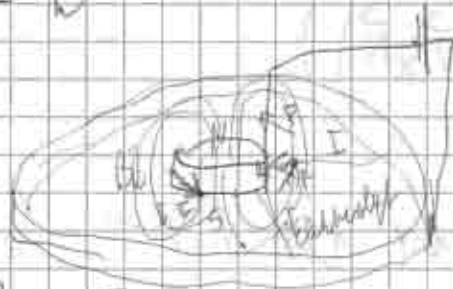
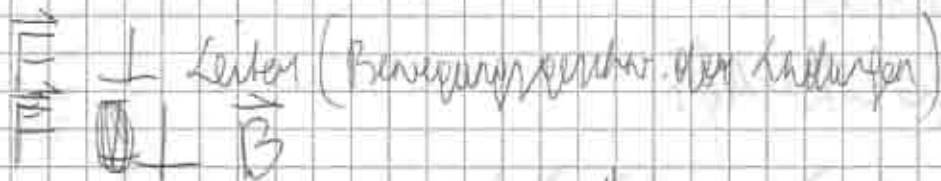
$$|\vec{B}| = \mu_0 n \cdot I$$



Einfluss auf Ladungen im Magnetfeld

Ruhende Ladungen im $\vec{M}F$ keine Kraft

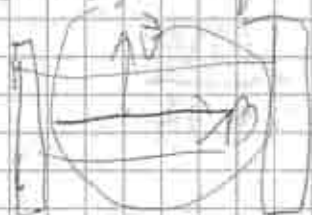
auf stromdurchflossenen Leiter im $\vec{M}F$ wirkt Kraft



↑↑ anziehen
↑↓ abstoßen

Folgerung $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ Lorentz-Kraft

Helmholtz - zelle



= Kreisbahn
konst. Zentrifugalkraft

ohne $\vec{M}F$: gerade Bahn, Gravitation vernachlässigbar
abhängig von $|\vec{E}|$
abhängig von Beschleunigungsspannung U

- Schraubenbahn falls $\vec{v}$ nicht $\perp \vec{B}$
 Kreislaufbahn $\parallel \vec{B}$

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

konst

Lorentz-Kraft

$$\vec{F} = q(\vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B}))$$

Elektronenstrahl im MP

$\vec{B}$

Elektr. Spannung U

$$\frac{mv^2}{2} = q \cdot U \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot q U}{m}}$$

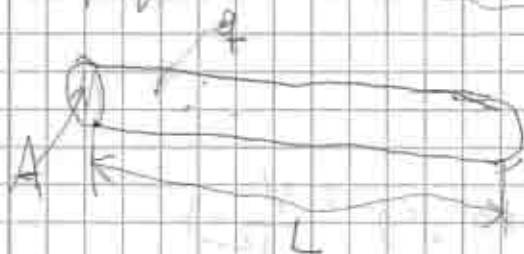
Kreisbahn $\Rightarrow$ Zentripetalkraft = Lorentzkraft

$$\frac{mv^2}{R} = \cancel{v} \cdot B e \Rightarrow R = \frac{mv}{eB}$$

damit

$$R = \frac{m}{eB} \cdot \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2Um}{e}} \propto \sqrt{\frac{U}{B}}$$

Kraft auf geraden Leiter im homogenen Magnetfeld $\vec{B}$



A : Anzahl d. Ladungsträger/Vol

v_0 : Driftgeschw. d. Ladungsträger

$\vec{B}$: Magnetische Flussdichte

Kraft auf Leiterstück

$$d\vec{F} = q (\vec{v}_0 \times \vec{B}) \cdot \underbrace{n \cdot A \cdot dL}_{\text{Vol des Leiterstückes}}$$

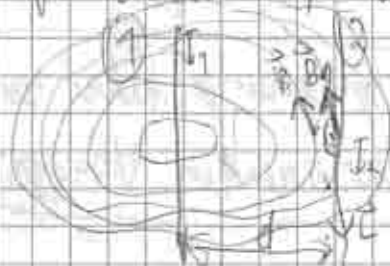
$$\vec{v}_0 \parallel d\vec{L}$$

$$\vec{v}_0 \cdot d\vec{L} = v_0 \cdot dL \Rightarrow d\vec{F} = \underbrace{nq v_0 A}_{\substack{I \\ \text{Strom}}} (d\vec{L} \times \vec{B}) \Rightarrow$$

$$d\vec{F} = I (d\vec{L} \times \vec{B})$$

Kraft auf geradlinigen Leiter $\vec{F} = I \cdot (\vec{L} \times \vec{B})$

Kraft zwischen parallelen geradlinigen Leitern:



$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1}{r}$$

umgekehrte Wirkungen

$$F_1 = I_1 \cdot L \cdot B_2 \quad F_2 = I_2 \cdot L \cdot B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} L I_1 I_2 \frac{L}{d} = F_1$$

Internationaler Systeme - Def

über Kraftwirkung

erzeugten H-feldern:

$$F_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I^2}{r}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2}$$

$$F_2 = 2 \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2}$$

4. Zeitabhängige Felder

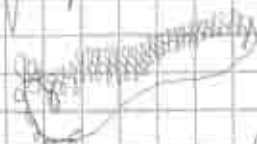
Zunächst langsam Änderungen

Änderungsraten $\gg$
Ausbreitungsraten der Felder
im betr. System

Zeitabhängige Magnetfelder

Stabmagnet in Spule einziehen

Induktionsspannung pro Änderung des MF



U_{ind} von der Änderung

Erstloch 120 cm	30 cm
0,5 cm $\rightarrow$ 1000 Stk	~12 Stk
1,5 cm $\rightarrow$	~3 Stk

$$\int_{t_1}^{t_2} U_{\text{ind}} dt = \text{unveränd. } \Phi_{\text{Magnet}}$$

Und $\propto$ der Änderung

Elektrische Leiterschleife vom Magnetfeld

$U_{\text{ind}} \propto$ Änderung der Schleifenfläche

Lenz'sche Regel

Eine induzierte Spannung führt zu einer
Behinderung des induzierenden Vorganges

$$\Phi_H = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{f}$$



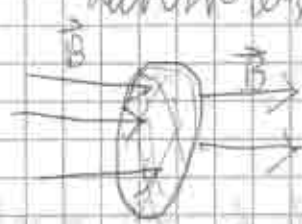
$$V_{ind} = - \frac{d\Phi_m}{dt}$$

Faradaysches Induktionsgesetz

Induktionsgesetz:

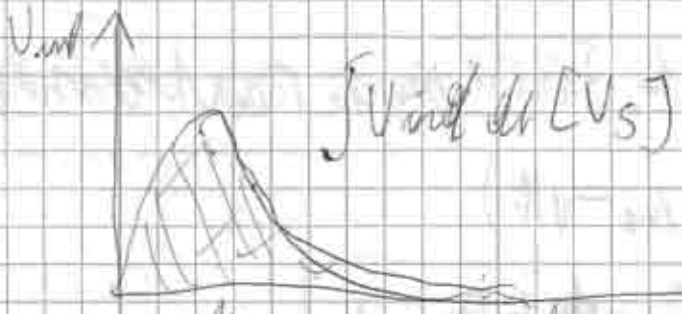
$$V_{ind} = - \frac{d\Phi_m}{dt}$$

Magnetischer Fluss durch Fläche des Leiterschleifens (geschlossener Kreis)

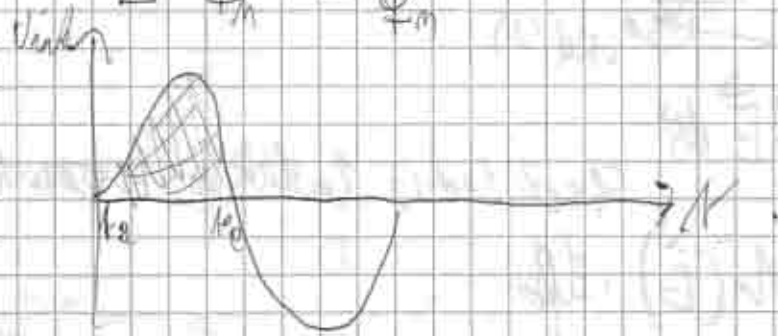


$$E_{em} = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{f}$$

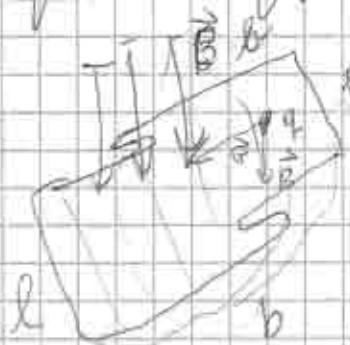
Zeitintegral zu V_{ind}



$$\int_{t_1}^{t_2} V_{ind} dt = - \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\Phi_m}{dt} dt = - \int_{\Phi_m(t_1)}^{\Phi_m(t_2)} d\Phi_m = - (\Phi_m^E - \Phi_m^B) = \Phi_m^B - \Phi_m^E$$



Zusammenhang: Ind. Gesetz - Lorentzkraft



$$l = l_0 - v \cdot t$$

Lorentzkraft

$$|\vec{F}| = q \cdot v \cdot B$$

$$F = q E = q \frac{U_{\text{ind}}}{l}$$

Vergleich $\Rightarrow q v B = q \frac{U_{\text{ind}}}{l} \Rightarrow$

$$U_{\text{ind}} = l \cdot v \cdot B$$

Induktionsgesetz: Magnet-Fluss durch Rechteckschleifen

$$\Phi_m = B \cdot l \cdot l_0 = B \cdot l \cdot (l_0 - vt)$$

Damit $\frac{d\Phi_m}{dt} = -B \cdot l \cdot v$

Umformung des Induktionsgesetzes:



$$U_{\text{ind}} = \oint_{\text{RL}} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Stokes'sches Induktionsgesetz

$$U_{\text{ind}} = \oint_A \text{rot}(\vec{E}) \cdot d\vec{s}$$

$$\frac{d\Phi_m}{dt} = \frac{d}{dt} \iint \underbrace{\vec{B} \cdot d\vec{A}}_{\Phi_m} = \iint_A \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A}$$

$$\text{rot}(\vec{E}) = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Maxwell-Gleichung
(homogen)

$$\text{div}(\vec{B}) = 0 \quad (\text{homogen})$$

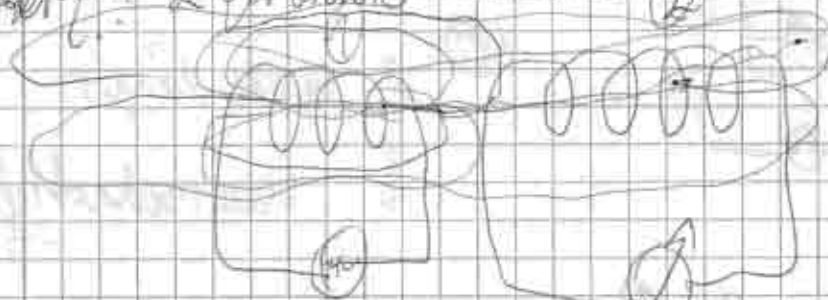
$$\text{div}(\vec{E}) = \rho / \epsilon_0$$

$$\text{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j} + \dots$$

inhomogen

Induktivität von Leiteranordnungen

• Bsp: 2 gekoppelte Leiterschleifen



① Feldspule

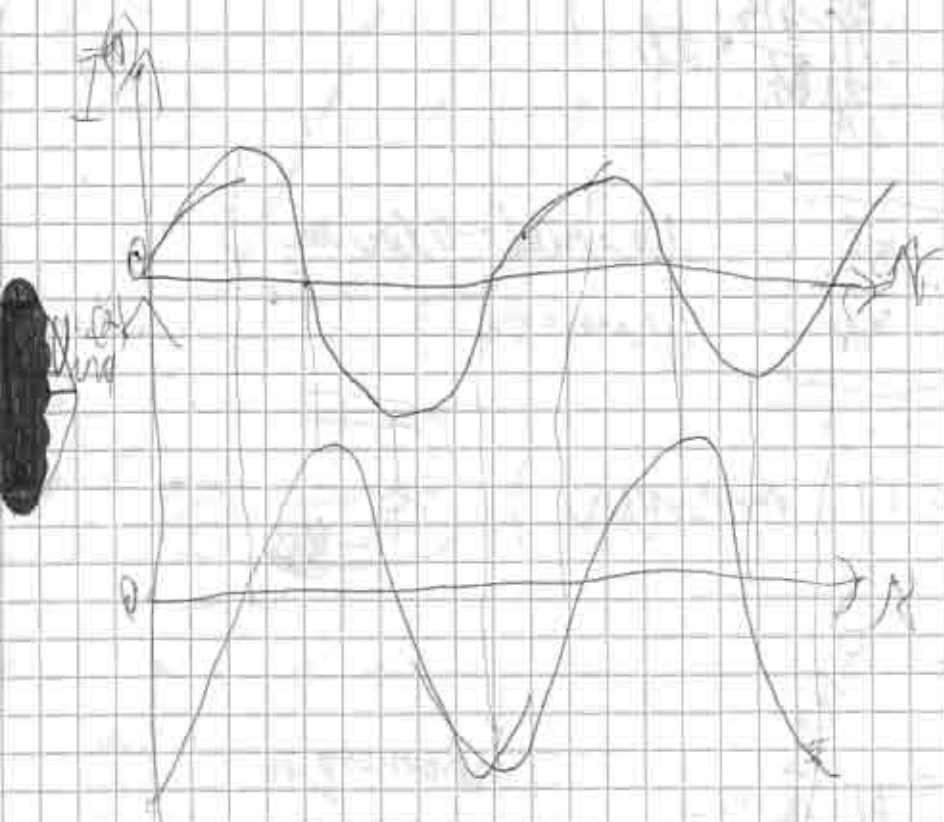
② Induktionsspule

Es gilt: $\Phi_{\text{ind}}^{(2)} = L_{12} I^{(1)}$

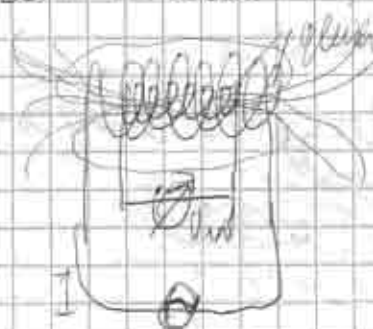
L_{12} : Gegeninduktivität

Dann gemäß Ind-Gesetz

$$U_{\text{ind}}^{(2)} = - \frac{d\Phi_{\text{ind}}^{(2)}}{dt} = - L_{12} \frac{dI^{(1)}}{dt}$$



Spezialfall: 2 invariabel gewickelte Spulen



$n^{(1)}, n^{(2)}$ Windungszahl pro Länge
 l Spulenlänge
 A Querschnittsfläche

~~$\vec{B}^{(1)}$~~ $|\vec{B}^{(1)}| = \mu_0 n^{(1)} I^{(1)}$

damit Fluss durch 1 Windung der Induktionsspule:
 $\mu_0 n^{(1)} I^{(1)} \cdot A \Rightarrow$

Fluss durch alle Wind der Induktionsspule

$$\Phi^{(2)} = \mu_0 n^{(1)} I^{(1)} \cdot A n^{(2)} l$$

$$\Phi_n^{(2)} = \underbrace{\mu_0 n^{(1)} n^{(2)} A l}_{L_{12}} I^{(1)}$$

Spuleninduktion

damit:
$$L_{12} = \mu_0 \cdot n^{(1)} \cdot n^{(2)} \cdot \underbrace{A \cdot l}_{\text{Spulenlänge}}$$

Betr.: 1. Leiteranordnung

Magnet. Induktion $\Rightarrow$ Änderungen führen zu
Rückwirkung der Leiteranordnung auf sich selbst

$$\Phi_M \propto I$$

damit:
$$\Phi_M = L \cdot I$$
 L - Selbstinduktivität

[off. Kondensator $Q = C \cdot U$]

Damit gem. Ind.-Gesetz:

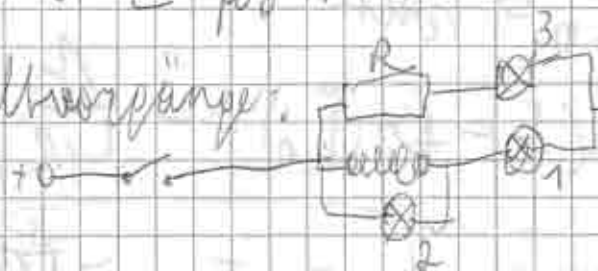
$$U_{\text{ind}} = - \frac{d\Phi_M}{dt} = - L \frac{dI}{dt}$$

[off. Kondensator $I = C \frac{dU}{dt}$]

Spezialfall: 1. Spule n Windungszahl / Länge
 l Spulenlänge
 A ... Querschnittsfläche

damit $L = \mu_0 \cdot n^2 \cdot A \cdot l$

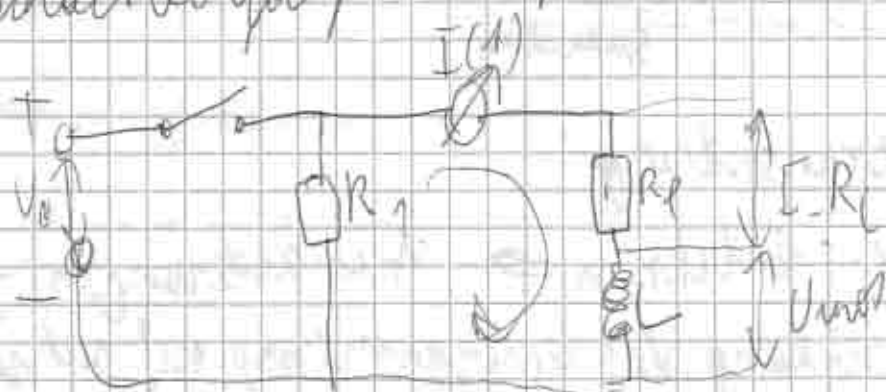
~~Strom~~ Schaltvorgänge:



Einhalten:
2 und 3 nicht gehen
offen an
und 1 erst später

auswechseln 2 kommt stark auf

Stromhaltungsvergang vom Spulkreis



$$U_{ind} = -L \frac{dI}{dt}$$

Kirchhoff $\Rightarrow -U_{ind} + I R_2 + I R_1 = 0$

$$L \frac{dI}{dt} + I R = 0 \quad (R = R_1 + R_2)$$

$$L \cdot \frac{dI}{dt} = -I \cdot R$$

$$\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} \cdot dt$$

$$\ln(I) = -\frac{R}{L} \cdot t + \text{const}$$

$$I(t=0) = I_0 \Rightarrow$$

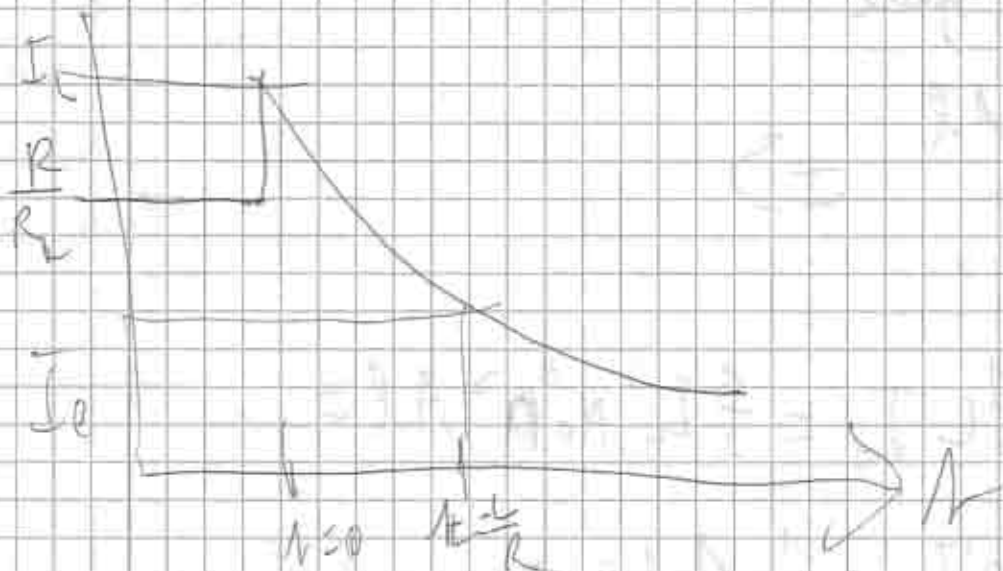
$$\ln I_0 = \text{const}$$

$$\ln(I) - \ln(I_0) = -\frac{R}{L} t$$

$$\left(I = I_0 e^{-\frac{R}{L} t} \right)$$

transkribiert

Spule $\left(I = I_0 e^{-\frac{R}{L} t} \right) \quad R = R_1 + R_2$



Energiegehalt der Spule

Energie, die in R verbraucht wird

$$W_m = \int_0^{\infty} I U \, dt = \int_0^{\infty} I^2 R \, dt$$

$$= \int_0^{\infty} I_0^2 R e^{-\frac{2tR}{L}} \, dt$$

$$U = -\frac{2tR}{L} \Rightarrow \frac{du}{dt}$$

$$W_m = \int_0^{\infty} I^2 R e^u \left(-\frac{L}{2R} \right) du =$$

$$= -\frac{1}{2} L I_0^2 \int_0^{\infty} e^u \, du \Rightarrow$$

$$W_m = \frac{1}{2} L I_0^2$$

→ Kondensator

$$W_C = \frac{1}{2} C U^2$$

Damit für zyl. Spule

$$L = \mu_0 n^2 A l$$

$$B = \mu_0 n I_0$$

$\Rightarrow$

$$W_m = \frac{1}{2} L I_0^2 = \frac{1}{2} I_0^2 \mu_0 n^2 A l =$$

$$= \underbrace{\mu_0^2 n^2 I_0^2}_{B^2} \cdot \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{1}{2} A l \Rightarrow$$

$$W_m = \frac{1}{2} \underbrace{A \cdot l}_{\text{Spulenvolumen}} \frac{B^2}{\mu_0}$$

Energie ist im Feld

damit Energiedichte (pro Vol)

$$W_m = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} \quad W_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

Damit Gesamtenergiedichte

$$W_m = \frac{1}{2} \left(\epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right)$$

Zeitabh. elektr. Feldes

Amperesches Gesetz

$$\frac{1}{\mu_0} \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = I$$

Bsp. 1)



magnet. Spannung gemäß Stokes:

per

$$\frac{1}{\mu_0} \oint_A \text{rot}(\vec{B}) \cdot d\vec{l} = \int_A \vec{j} \cdot d\vec{l}$$

$$\text{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j}$$

$$\text{div}(\text{rot} \vec{B}) = \mu_0 \text{div}(\vec{j})$$

$$\stackrel{0}{=} \Rightarrow \text{div}(\vec{j}) = 0$$

Lad.-Erhaltungssatz $\rightarrow$ Kontinuitätsgl.

$$\text{div}(\vec{j}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Maxwell-Gleich

$$\operatorname{div}(\vec{E}) = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\operatorname{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\operatorname{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

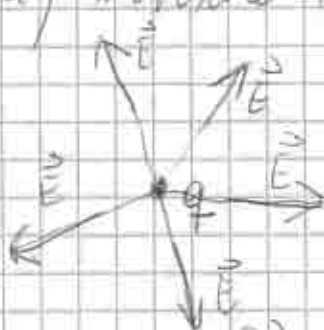
inhomogene Gleichung

Lorentz-Kraft

$$\vec{F} = q (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Verknüpfung el. und magnet. Felder

a) statische Felder



$$\operatorname{div}(\vec{E}) = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$



$$\operatorname{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j}$$

b) zeitliche Felder



$$\operatorname{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$



$$\operatorname{rot}(\vec{B}) = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Magnetische Eigenschaften von Materie

Magnet. Dipole:

Rechtsmeyer



Zeitverh. elektr. Felder

$$\text{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j}$$



$$\Rightarrow \text{rot}(\vec{B}) \parallel \vec{j}$$

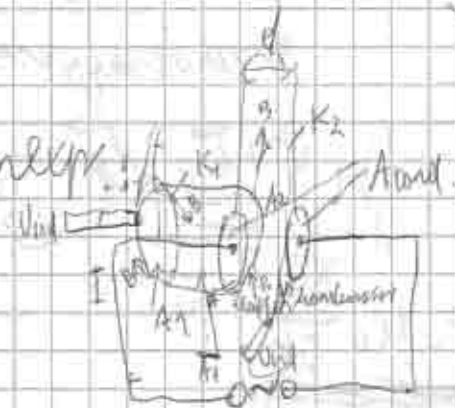
$$\text{div}(\text{rot}(\vec{B})) = \mu_0 \text{div}(\vec{j})$$

$$\equiv 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\vec{j}) = 0$$



Gedankenexp.



Exp. Faktum:

gleiches $\vec{B}$ -Feld in Umgebung von Leiter und Kondensator

Ampere-Gesetz

$$\oint_{\text{Pfad}(A_1)} \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 I \Rightarrow 2\pi r B = \mu_0 I \Rightarrow B = \mu \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r}$$

$$\oint_{\text{Pfad}(A_2)} \vec{B} \cdot d\vec{r} = 0 \Rightarrow 2\pi r B = 0 \Rightarrow B = 0 ?$$

Wird zum Experiment

Ampere'sches Gesetz

$$\oint_{\text{Pfad}(A_1)} \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 I \Rightarrow \vec{B} = 0$$

Wird zu anderen Ergebnissen und zum Experiment

Kond.-Ladung: Q

$$\frac{dQ}{dt} = I$$

$$Q = C \cdot U, \quad C = \epsilon_0 \frac{A_{\text{cond}}}{d_0}$$

damit: $\frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\epsilon_0 \frac{A_{\text{cond}}}{d} \cdot U \right) = \epsilon_0 \frac{A_{\text{cond}}}{d} \cdot \frac{dU}{dt} = \epsilon_0 \frac{A_{\text{cond}}}{d} \cdot \frac{\partial E}{\partial t}$

$\epsilon_0 A_{\text{cond}} \frac{dU}{dt}$
 $\epsilon_0 \vec{A}_{\text{cond}} \cdot \vec{E}$

damit: Verschiebungstrom:
zwischen Kondensator-Platten.

$$I_v \equiv \epsilon_0 \underbrace{\vec{A}_{\text{cond}} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}_{\text{Verschiebungstrom}} \Rightarrow \vec{J}_v = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Verschiebungstromdichte

Ampere-Gesetz: $\frac{1}{\mu_0} \oint_{\text{Pfad}} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \iint_A (\vec{J} + \vec{J}_v) d\vec{A}$

$$\text{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{J} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\text{div}(\text{rot}(\vec{B})) = \mu_0 \text{div}(\vec{J}) + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \text{div}(\vec{E})$$

$\equiv 0$ $\frac{\partial}{\partial t}$

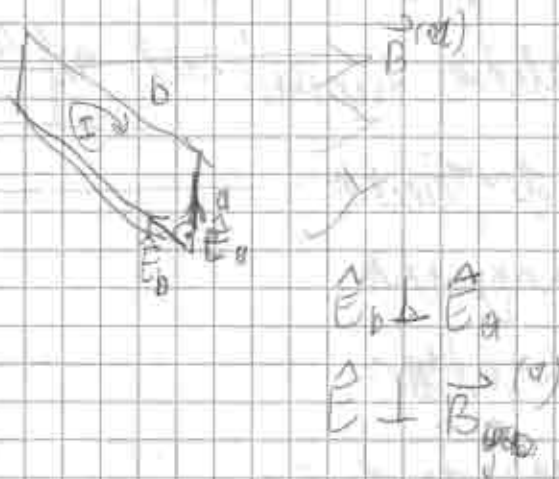
$$0 = \mu_0 \text{div}(\vec{J}) + \cancel{\epsilon_0 \mu_0} \frac{\partial}{\partial t} \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow \text{div}(\vec{J}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Kontinuitätsbed. für
die Maxwell-Gleichung

Magnet. Dipolmoment

$$\vec{p}_m = I \cdot \vec{A}$$

Magnetischer Dipol im homogenen äußeren Feld



Drehmoment auf Dipol

$$\vec{F} = I \vec{L} \times \vec{B}^{(a)} \text{ (Lorentz)}$$

Kräfte auf Leiterstück b kompensieren einander
(Gleiche Wirkungsrichtung)
also

Kräfte auf Leiterstücke a

$$\vec{F}_1 = I \cdot a \hat{e}_a \times \vec{B}^{(a)}$$

$$\vec{F}_2 = -I \cdot a \hat{e}_b \times \vec{B}^{(a)}$$

Drehmoment d. Kräftepaars

$$\vec{N} = b \hat{e}_b \times \vec{F}_1 = b \hat{e}_b \times I \cdot a \hat{e}_a \times \vec{B}^{(a)} = \vec{p}_m \times \vec{B}^{(a)}$$

$$= I a b \hat{e}_b \times (\hat{e}_a \times \vec{B}^{(a)}) = I a b (\underbrace{\hat{e}_b \times \hat{e}_a}_{\vec{A}}) \times \vec{B}^{(a)}$$

$$\vec{N} = p_m \times \vec{B}^{(a)}$$

Atomare magnet. Dipole:

~~geladene~~ geladene Teilchen bewegt sich auf Kreisbahn

q ... Ladung des Teilchens

v ... Bahngeschw.

R ... Bahnradius

m ... Masse des Teilchens

Zeit für 1. Umlauf: $\frac{2\pi R}{v}$

Zahl d. Umläufe / Zeiteinheit: $\frac{v}{2\pi R}$

Kreisstrom $I = q \frac{v}{2\pi R}$

Winkelgeschw. $|\vec{\omega}| = v/R$

Damit: Magnet. Dipolmoment des Kreisstroms

$$\vec{p}_m = I \cdot \vec{A} = q \frac{v}{2\pi R} \cdot \vec{A} = \frac{q}{2\pi} |\vec{\omega}| \vec{A} =$$

$$= \frac{q}{2\pi} \underbrace{|\vec{A}|}_{\pi R^2} \vec{\omega} = \frac{q}{2} \pi R^2 \vec{\omega}$$

$$\boxed{\vec{p}_m = \frac{q}{2} R^2 \vec{\omega}}$$



Drehimpuls des Teilchens

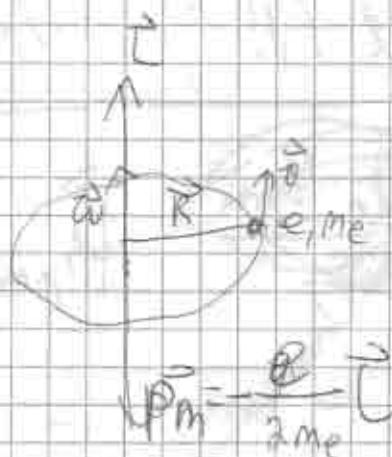
$$\vec{L} = \vec{R} \times (m \vec{v}) = m \underbrace{\vec{R} \times \vec{v}}_{\vec{\omega} \times \vec{R}} = m \vec{R} \times (\vec{\omega} \times \vec{R})$$

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{a}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b})$$

$$\vec{L} = m(\vec{\omega} R^2) - \vec{R}(\vec{R} \cdot \vec{\omega}) \Rightarrow$$

$$\vec{L} = m R^2 \vec{\omega}$$

$$\vec{\mu}_m = \frac{q}{2m} \vec{L}$$



Bohr'sches Atom-Modell:

Elektronen bewegen sich auf stabilen Bahnen,
Drehimpulsquantisierung

$$L = l \hbar$$

l ganzzahlig

~~Planck~~

$$\hbar = 1,06 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

Darmit

$$\mu_B = \frac{e}{2m_e} \hbar$$

Bohr'sches Magneton

Materie im magnet. Feld

- Materie kann in einem magnet. Feld sein (Permanentmagnete)

- Materie bewirkt Veränderung des magnet. Feldes

Wasserstoff (H) : Feldschwächung (Diamagnetismus)

Aluminium (Al) : Feldschwächung (Paramagnetismus)

Eisen (Fe) : starke Verstärkung (Ferromagnetismus)



fehlt ein ~~Druck~~

$$\vec{B}_{\text{real}} = \mu_0 \vec{B}_{\text{max}}$$

↳ rel. Permeabilität

Zusammenhang des Feldes mit freien Größen:
Vakuumgleichung

$$\text{rot}(\vec{B}_{\text{real}}) = \mu_0 \vec{j} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}_{\text{real}}}{\partial t}$$

↳ freie Größen

Def.: magnet. Feldstärke:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}_{\text{vacu}}}{\mu_0} = \frac{\vec{B}_{\text{real}}}{\mu_0 \mu_r} = \frac{\vec{B}_{\text{real}}}{\mu}$$

Wobei $\mu = \mu_0 \mu_r$: magnet. Perm.

$$\underbrace{\text{rot}\left(\frac{\vec{B}_{\text{vac}}}{\mu_0}\right)}_{\vec{H}} = \underbrace{\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}_{\text{vac}}}{\partial t}}_{\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}$$

$$\boxed{\text{rot}(\vec{H}) = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}$$

$\vec{j}$: Dichte d. freien Ströme

$$\boxed{\vec{j} \text{ erzeugt } \vec{H}\text{-Feld}}$$

$$[\vec{H}] = \left[m \frac{A}{m^2} \right] = \left[\frac{A}{m} \right]$$

$$[\vec{E}] = \left[\frac{V}{m} \right]$$

$$\text{div}(\vec{B}) = 0$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \Rightarrow$$

$$0 = \text{div} \vec{B} = \text{div} (\mu_0 \mu_r \vec{H}) = \mu_0 \text{div} (\mu_r \vec{H}) \Rightarrow$$

$$[\text{div}(\lambda \vec{v}) = \lambda \text{div}(\vec{v}) + \vec{v} \text{ grad}(\lambda)]$$

$$0 = \mu_0 \mu_r \text{div}(\vec{H}) + \mu_0 \vec{H} \text{ grad}(\mu_r)$$

im allg. $\neq 0$

damit im allg.

$$\text{div}(\vec{H}) \neq 0$$

Stetigkeitsbed. an Grenzflächen

① Magnet. Feldstr. $\vec{H}$

keine freien Ströme in Grenzflächen:

($\vec{D}$ zirkulationssatz)

$$\text{rot}(\vec{H}) = 0 \Rightarrow \oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = 0$$

Ähnliche Argumentationen wie beim $\vec{E}$ -Feld

$$\left(\vec{H}_{11} = \vec{H}_{12} \right) \xrightarrow[\text{Stetigkeit des Tangentialkomps.}]{\text{Stetigkeit des}} \frac{\vec{B}_{11}}{\mu_0 \mu_1} = \frac{\vec{B}_{12}}{\mu_0 \mu_2} \Rightarrow$$

$$\vec{B}_{12} = \frac{\mu_2}{\mu_1} \vec{B}_{11}$$

② Magnet. Feldstärke $\vec{B}$

$$\text{div}(\vec{B}) = 0$$

Ähnliche Argumentationen wie beim $\vec{D}$ -Feld:

$$\left(\vec{B}_{11} = \vec{B}_{12} \right) \xrightarrow{\text{Stetigkeit des Normalkomps.}}$$

$$\mu_0 \mu_1 \vec{H}_{11} = \mu_0 \mu_2 \vec{H}_{12}$$

$$\vec{H}_{12} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \vec{H}_{11}$$



brechungsgesetz:

$$\frac{\tan(\alpha)}{\tan(\beta)} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

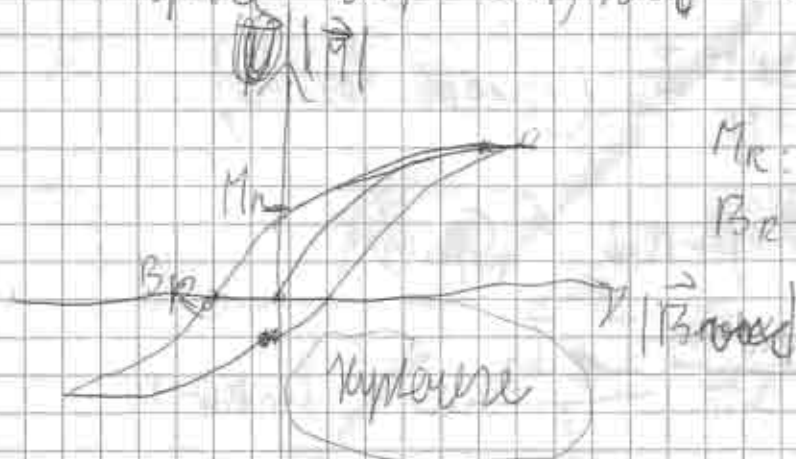
gleichung für β und H -Linien
wegen $\text{div}(\vec{B}) = 0$

β -Linien und H -Linien durchgehend
 H -Linien können Grenzflächen entgegen
laufen.

~~Zeichnung~~

Ferromagnetismus

quantitative Beschreibung der magnet.
Rupture im Werkstoffbereich



M_r : Remanenz-Magnetisierung
 B_r : Remanenz-Fluxdichte

Zusammenfassung:

MG für ruhende Masse

$$\text{div} \vec{D} = \rho$$

$$\text{div} \vec{B} = 0$$

$$\text{rot}(\vec{H}) = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

inhomogen

homogen

~~Maxwell'sche~~ Materialgleichungen

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \vec{H}, \quad \vec{j} = \sigma \vec{E}$$

Lorentz-Kraft: $\vec{F} = q (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

Maxwell:

$$\text{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\text{rot}\left(\frac{\vec{B}}{\mu_0}\right) = \vec{j} + \frac{\partial(\epsilon_0 \vec{B})}{\partial t}$$

$$\text{rot}\left(\frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu_r}\right) = \vec{j} + \frac{\partial(\epsilon_0 \epsilon_r \vec{B})}{\partial t}$$

$$\epsilon_0 \rightarrow \epsilon_0 \epsilon_r = \epsilon$$

$$\mu_0 \rightarrow \mu_0 \mu_r = \mu$$

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} \frac{I}{r} \quad (\text{gerade Leiter})$$

$$|\vec{B}| = \mu_0 \mu_r n I \quad (\text{Spule})$$

$$|\vec{E}| = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{d} l \quad (\text{Strompaar})$$

$$L = \mu_0 \mu_r n^2 A l \quad (\text{Selbstind. einer Spule})$$

5) Elektromagnet: Schwingungen

- Generatoren
- Motoren
- Transformatoren

Wechselspannungen, Wechselströme

$$U = U_0 \cos(\omega t) \quad ; \quad I = I_0 \cos(\omega t - \varphi)$$

Amplituden

Phasenverschiebung

ω : Kreisfrequenz

$$\varphi = \frac{\omega}{2\pi}, \text{ Frequenz (} \cancel{50} \text{) } 50 \text{ Hz}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

... Schwingungsdauer (20 ms)

Wechselstromleistung:

Momentanleistung

$$P = U \cdot I = U_0 I_0 \cos(\omega t) \cdot \cos(\omega t - \varphi)$$

Nutzwirkung

$$\langle P \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T P \cdot dt = \frac{I_0 U_0}{T} \int_0^T \cos(\omega t) \cos(\omega t - \varphi) \cdot dt$$

$$= \dots = \boxed{\langle P \rangle = \frac{1}{2} U_0 I_0 \cos(\varphi)}$$

Blindleistung

$$Q = \frac{1}{2} U_0 I_0 \sin(\varphi)$$

Wirkleistung

$$S = \frac{1}{2} U_0 I_0$$

für $\varphi = 0$ $\langle P \rangle = S = \frac{1}{2} U_0 I_0$

$$Q = 0$$

für $\varphi = \frac{\pi}{2}$

$$\langle P \rangle = 0$$

$$Q = S = \frac{1}{2} U_0 I_0$$

Effektivwerte $U_{\text{eff}}; I_{\text{eff}}$

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \quad ; \quad I_{\text{eff}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

Dann für $\varphi = 0$

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} U_0 I_0 = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}}$$

Drehstrom

ohne Phasenverschiebung $\varphi = 0$

$$U_1 = U_0 \cos(\omega t)$$

$$U_2 = U_0 \cos(\omega t - 120^\circ)$$

$$U_3 = U_0 \cos(\omega t - 240^\circ)$$

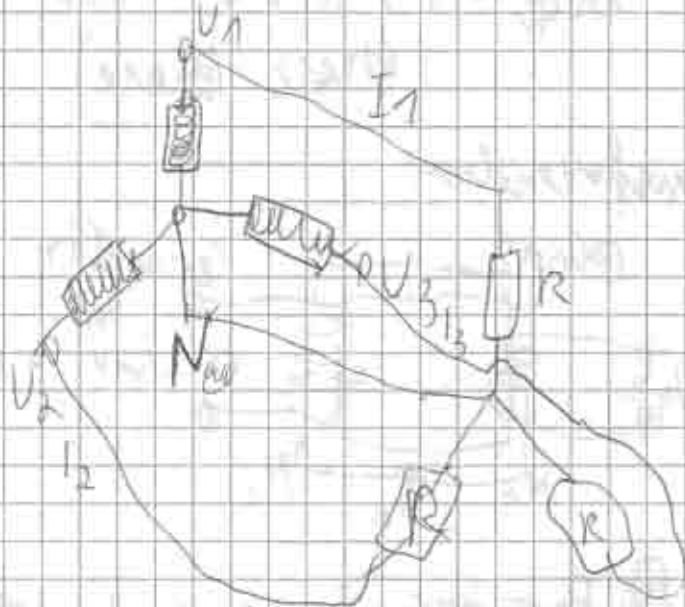
$$I_1 = I_0 \cos(\omega t)$$

$$I_2 = I_0 \cos(\omega t - 120^\circ)$$

$$I_3 = I_0 \cos(\omega t - 240^\circ)$$

Schaltungsplan:

Sternschaltung

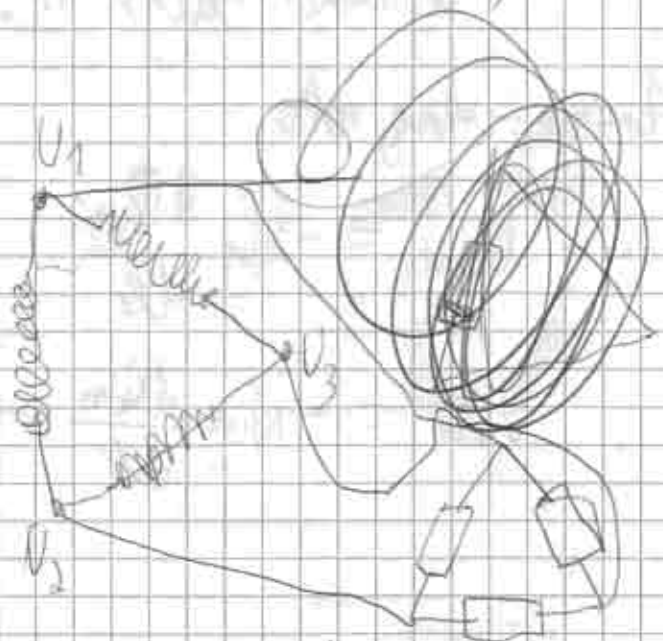


Man zeigt

$$\sum I_i = 0$$

→ gleichmäßiges, symmetrisches
Netz → keinen Strom
im Mittelleiter → Nullleiter

Quadratschaltung



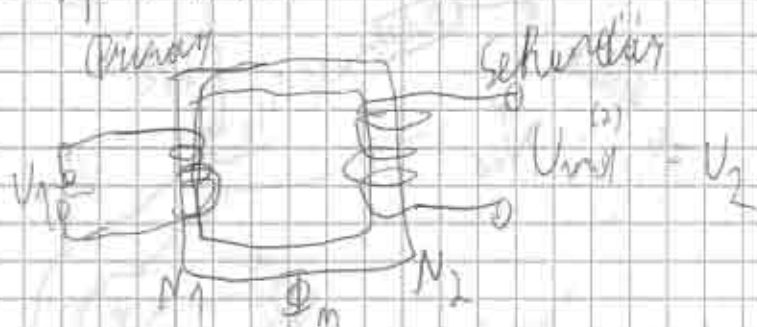
Spannung an Verbraucher.

$$\begin{aligned} |U_{1,2}| &= \left| \underbrace{U_0 \cos(\omega t)}_{U_1} - \underbrace{U_0 \cos(\omega t - 120^\circ)}_{U_2} \right| \\ &= \left| U_0 \sqrt{3} \sin(\omega t - 60^\circ) \right| \end{aligned}$$

Europäische Stromversorgung: $U_{eff} = 230V$ (Phase Nullleitung)

Quadrat $\Delta U_{eff} = \sqrt{3} \cdot 230 \text{ V} \approx 400 \text{ V}$
(Phase / Phase)

Transformator



Primärspule $U_1 = U_0 \cos(\omega t)$

$$U_1 + U_{ind}^{(1)} = 0$$

Magnet. Fluss Φ_m ~~ist~~ nur von U_1 abhängig ist

Induktionsspanne

$$U_{ind}^{(1)} = -N_1 \frac{d\Phi_m}{dt}$$

$$U_{ind}^{(2)} = -N_2 \frac{d\Phi_m}{dt}$$

$$\text{Weil } \left. \begin{aligned} U_{ind}^{(1)} &= -U_1 \\ U_{ind}^{(2)} &= U_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{U_2}{U_1} = -\frac{N_2}{N_1}} \quad \text{Umspannungszahl}$$

Euler-Relationen

$$e^{i\varphi} = \cos(\varphi) + i \sin(\varphi)$$

$$|e^{i\varphi}| = \sqrt{\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi} = 1$$



$$\operatorname{Re}(e^{i\varphi}) = \cos(\varphi)$$

$$\operatorname{Im}(e^{i\varphi}) = \sin(\varphi)$$

$$\tan(\varphi) = \frac{\operatorname{Im}(e^{i\varphi})}{\operatorname{Re}(e^{i\varphi})}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2}, \quad e^{i\frac{\pi}{2}} = i$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{2}, \quad e^{-i\frac{\pi}{2}} = -i$$

Wechselstromrechnung

Komplexe Schreibweise

$$U = U_0 \cdot e^{i\omega t}$$

$$I = I_0 e^{i(\omega t - \varphi)}$$

$$\text{Ansatz } U = Z \cdot I$$

(analog Ohm'sches Gesetz)

→ (komplexer) Impedanz

! Phys. Bedeutung v. Z :

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{U_0}{I_0} \cdot e^{i\varphi} = \left[\frac{U_0}{I_0} e^{i\omega t} \cdot e^{-i(\omega t - \varphi)} \right]$$

Z ist zeitunabhängig

$$|Z| = \frac{U_0}{I_0} |e^{i\varphi}| = \frac{U_0}{I_0}$$

$$\frac{\text{Im}(Z)}{\text{Re}(Z)} = \tan(\varphi)$$

Beim: ~~Widerstand~~ Wechselstromkreise mit unterschiedl. Verhältnissen

• ohmscher Widerstand R :



$$-U_R + I_R R = 0$$

$$U_R = I_R R$$

Damit:

$$Z_R \equiv R$$

Z_R unabh. v. ω

• Induktivität L :



$$U_L + U_{\text{ind}} = 0$$

$$-L \frac{dI_L}{dt}$$

$$U_L = L \frac{dI_L}{dt}$$

Kapazität (

$$U_C = \frac{Q}{C} \Rightarrow \frac{dU_C}{dt} = \frac{1}{C} \frac{dQ}{dt} \Rightarrow I_C = C \frac{dU_C}{dt}$$

~~Berechnung der~~

I_C

Berechnung der Impedanz

$$Z = \frac{U}{I}$$

• Ohm'sche Widerstand R

$$\boxed{Z_R = R} \quad (\text{unabhängig von } \omega)$$

keine Phasenverschiebung

• Spulenimpedanz

Ansatz: $I_L = I_0 e^{i\omega t} \Rightarrow U_L = L \frac{dI_L}{dt} = L I_0 i \omega e^{i\omega t}$

$$U_L = L I_0 \omega e^{i(\omega t + \frac{\pi}{2})} \quad \text{Spannung tritt vor}$$

$$\boxed{Z_L = \frac{U_L}{I_L} = i\omega L = Z_L} \propto \omega !!!$$

• Kondensatorimpedanz

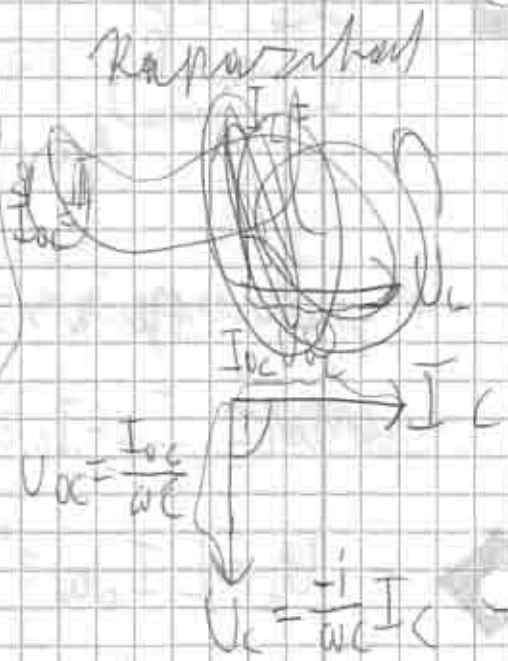
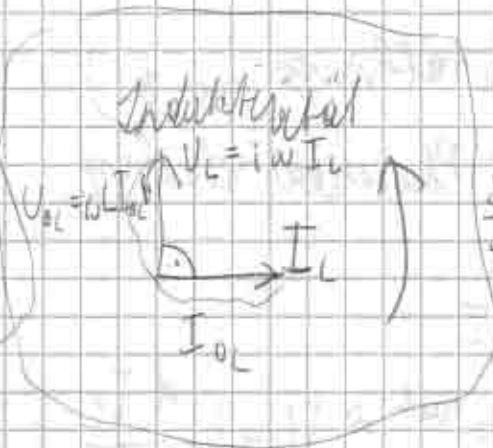
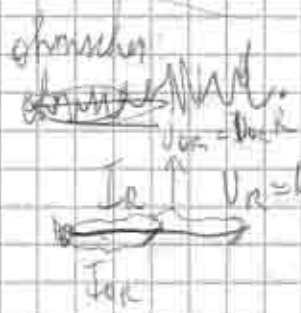
Ansatz: $U_C = U_0 e^{i\omega t}$

dann: $I_C = C \frac{dU}{dt} = C U_0 i \omega e^{i\omega t}$

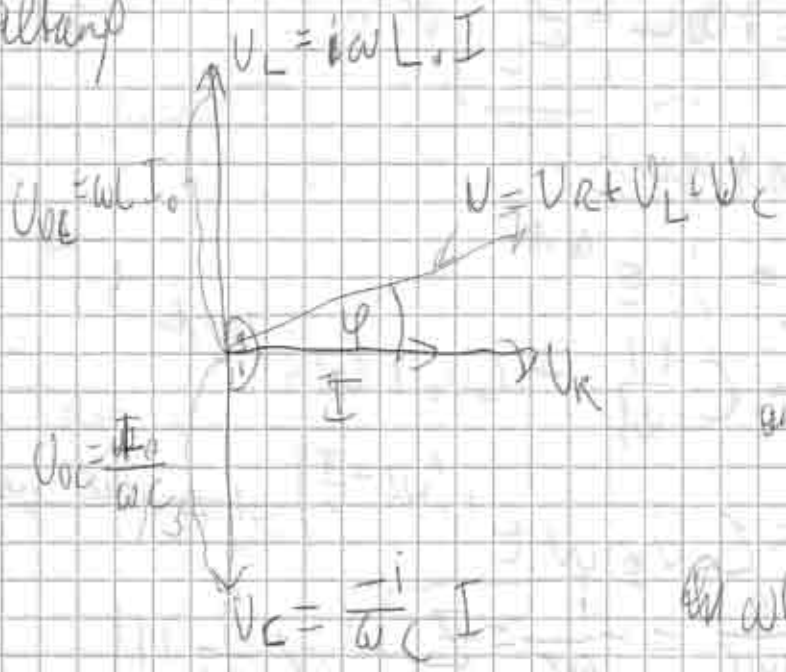
$$I_C = C U_0 \omega e^{i(\omega t + \frac{\pi}{2})} \quad \text{Strom tritt vor}$$

$$\Rightarrow \boxed{Z_C = \frac{U_C}{I_C} = \frac{1}{i\omega C} = -\frac{i}{\omega C} = Z_C} \propto \frac{1}{\omega} !!!$$

Zeigerdarstellung



Serienanhang R, L, C



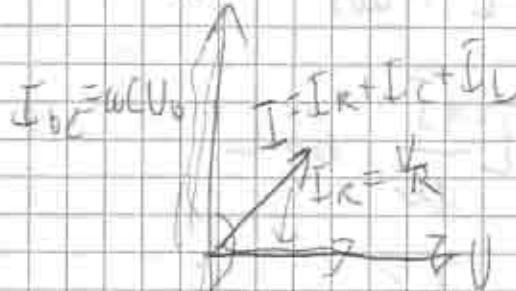
am kleinsten falls $U_{eff} = U_{oc}$

$\omega L I_0 = \frac{I_0}{\omega C} \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
 Serienresonanz

Parallelschaltung:

R, L, C

$$I_C = \omega C U$$



$$I_{OL} = \frac{U_0}{\omega L}$$

$$I_L = \frac{U}{Z} = \frac{U}{j\omega L} = -\frac{U}{\omega L}$$

am kleinsten $I_{OC} = \frac{U_0}{Z}$

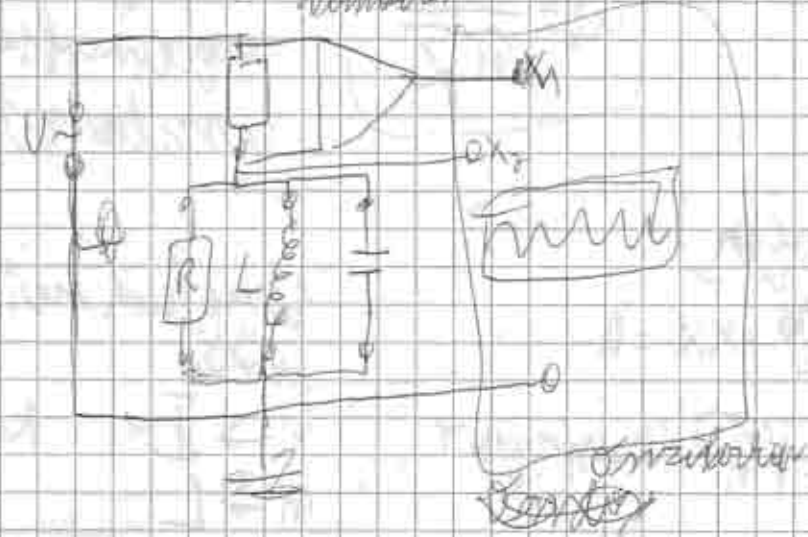
$$\omega C U_0 = \frac{U_0}{\omega L}$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Parallelresonanz

$U = I \cdot Z$

Z - komplexer Impedanz
 $\text{Re}(Z)$ - Wirkwiderstand
 $\text{Im}(Z)$ - Blindwiderstand
 Wechselstrom



Elektromagnet. Schwingkreise: ungekoppelter L-C-Kreis



$$U_{\text{ind}} = -L \frac{dI}{dt} \text{ an } L$$

$$\frac{Q}{C}$$

Spannung an C

$$-L \frac{dI}{dt} = \frac{Q}{C}$$

$$L \frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} = 0$$

Diff nach Zeit

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{I}{C} = 0$$

Schwingungsgleichung

$$I = \hat{I} e^{i\omega t}$$

$$\frac{dI}{dt} = i\omega \hat{I} e^{i\omega t}$$

$$\frac{d^2 I}{dt^2} = \hat{I} (i\omega)^2 e^{i\omega t} = -\hat{I} \omega^2 e^{i\omega t}$$

$$-L \hat{I} \omega^2 e^{i\omega t} + \frac{\hat{I}}{C} e^{i\omega t} = 0$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Kreisfrequenz des
ungekoppelten
Schwingkreises

Mechanische Analogie

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + Kx = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad \text{Kreisfrequenz}$$

Vergleich mit Elektrodynamik
Größen

$$x \rightarrow I \quad K \rightarrow \frac{1}{C}$$

$$m \rightarrow L$$

Ohm'sches Widerstand

$$U = U_0 \sin(\omega t)$$

$$I = I_0 \sin(\omega t - \varphi)$$

$$-U_R + I_R R = 0$$

$$U_R = R I_R$$

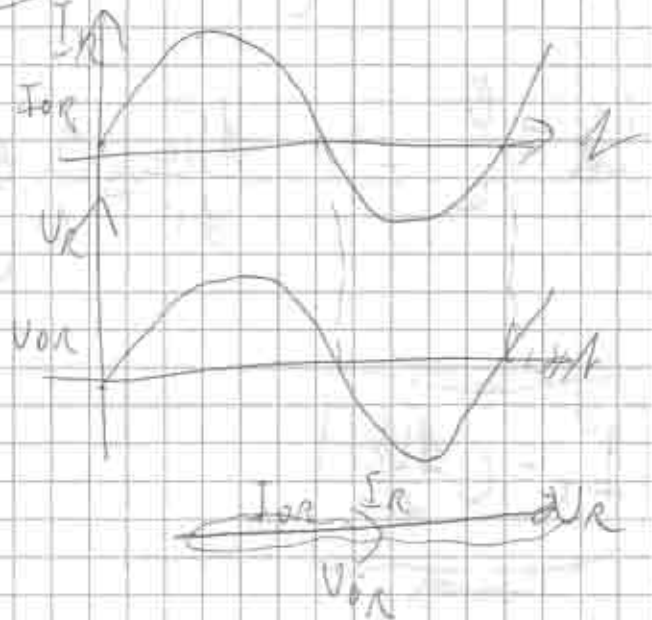
inphase

$$I_R = I_{0R} \sin(\omega t) \Rightarrow$$

$$U_R = \frac{R \cdot I_{0R}}{U_{0R}} \sin(\omega t)$$

Weg entfernt

U_R, I_R gleichphasig



Induktiver Widerstand (Spule)

$$U_L + U_{ind} = 0$$

$$U_{ind} = \frac{d\Phi_m}{dt} = -L \frac{dI_L}{dt}$$

bleibt

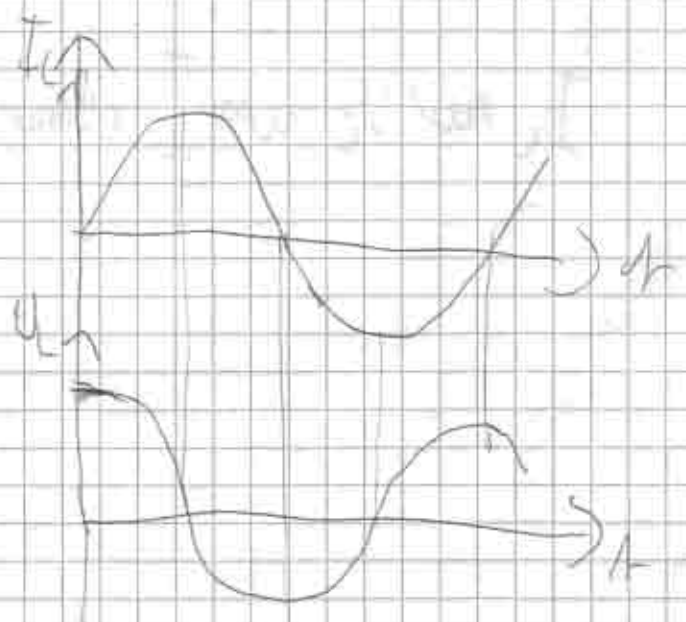
$$U_L = L \cdot \frac{dI_L}{dt}$$

annahme

$$I_L = I_{0L} \sin(\omega t) \Rightarrow$$

$$U_L = L \cdot I_{0L} \omega \cos(\omega t)$$

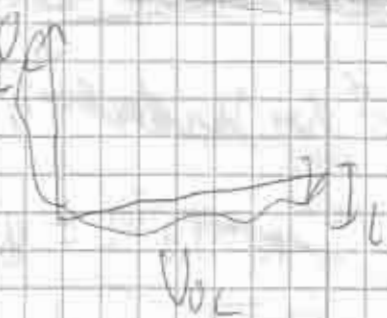
U_{0L}



Man erkennt

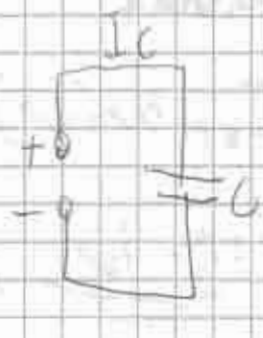
V_C und I_C um $\frac{\pi}{2}$ verschiebt

$$V_{OC} = I_{OC} R$$



Kapazitätswert (Kondensator)

$$V_C = \frac{Q}{C} \Rightarrow \frac{dV_C}{dt} = \frac{1}{C} \frac{dQ}{dt} \Rightarrow$$

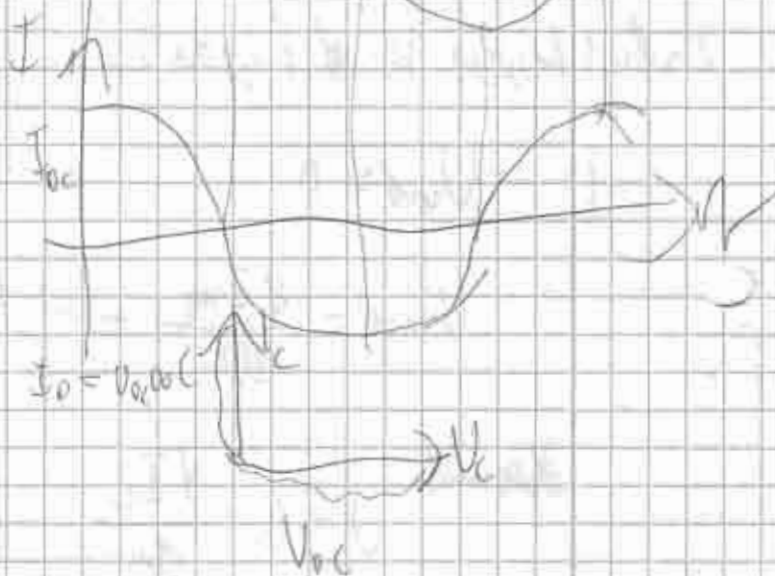
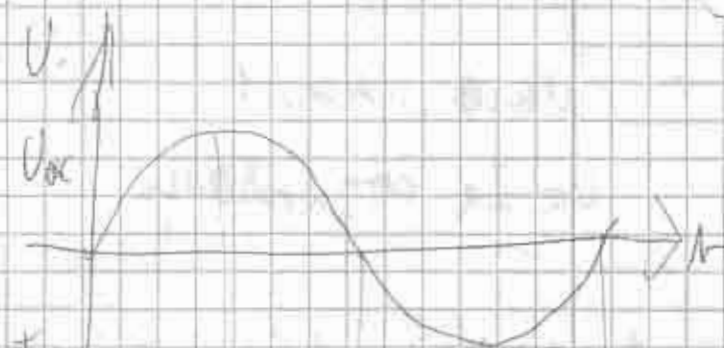


$$I_C = C \frac{dV_C}{dt}$$

Annahme

$$V_C = V_{OC} \sin(\omega t) \Rightarrow$$

$$I_C = C \underbrace{V_{OC} \omega}_{I_{OC}} \cos(\omega t)$$

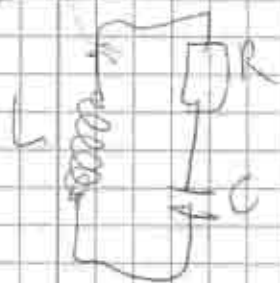


I_C und V_C um $\frac{\pi}{2}$ verschiebt

Q Damm

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{CL}} \checkmark$$

gedämpfte RLC-Schwingung



$$U_{\text{ind}} = -L \frac{dI}{dt} \quad (\text{an } L)$$

IR : Spannung an R

$\frac{Q}{C}$: Spannung an C

$$-L \frac{dI}{dt} = IR + \frac{Q}{C}$$

$$L \frac{dI}{dt} + IR + \frac{Q}{C} = 0$$

/ diff nach Zeit

$$\left(L \frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{dI}{dt} R + \frac{I}{C} = 0 \right)$$

Dgl 2. geordn. + inhomogen

Newton-Analogon:

$$U \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} + kx = 0$$

Ergebnis $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

stark gedämpfte Schwingung $\left(\frac{r}{2m} < \omega_0 \right)$

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{r^2}{4m^2}}$$

$$\gamma = \frac{r}{2m}$$

Damm

$$x = a \cdot e^{-\gamma t} \cdot e^{i \omega_d t}$$

BRUNNEN

Starke Dämpfung ($\frac{R}{2L} > \omega_0$):
(aperiodische Lösung)

$$\alpha = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} \quad \text{Damit} \quad x = a \cdot e^{-\gamma t} (e^{\alpha t} + e^{-\alpha t})$$

Vergleich mit el. Größen

$$x \rightarrow I$$

$$m \rightarrow L$$

$$r \rightarrow R$$

$$k \rightarrow \frac{1}{C}$$

Damit f. gedämpften elektr. Schwingungen

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Schwache Dämpfung ($\frac{R}{2L} < \omega_0$)

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{R^2}{4L^2}}$$

$$\gamma = \frac{R}{2L}$$

$$I = a e^{-\gamma t} e^{i\omega t}$$

Starke Dämpfung ($\frac{R}{2L} > \omega_0$)

$$\alpha = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$$

$$\text{damit} \quad I = a e^{-\gamma t} (e^{\alpha t} + e^{-\alpha t})$$

o) Elektromagnet. Wellen

Zeit- und Raumperiode Periodizität

$$u(x,t) = \underbrace{u_0}_{\text{Auslenkung}} \cdot \cos(\underbrace{\omega t - kx}_{\text{Phase}})$$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 Auslenkung Amplitude Phase

ω ... Kreisfrequenz

k ... Wellenzahl

$v_{ph} = \frac{\omega}{k}$ Phasengeschw.

Wie bei mechanischen Wellen gereicht:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{v_{ph}^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

Wellengleichung Verallg. auf 3-Dimensionen:

$$\underbrace{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}}_{\Delta u} - \frac{1}{v_{ph}^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

Result: $\Delta u - \frac{1}{v_{ph}^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$

= 3D Wellengleichung

Maxwell f. ruhende Materie:

$$\operatorname{div}(\vec{E}) = \frac{\rho}{\epsilon}$$

$$\operatorname{div}(\vec{B}) = 0$$

$$\operatorname{rot}(\vec{B}) = \mu \vec{j} + \epsilon \mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\operatorname{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Annahme: keine freien Ladungen und Ströme im Raumleert,

$$\text{rot}(\text{rot}(\vec{B})) = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\text{rot}(\vec{E}))$$

gradient-div - Δ
 $= \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

$$\text{grad}(\text{div}(\vec{B})) - \Delta \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

$$\Delta \vec{B} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0$$

$$= \frac{1}{v_{ph}^2}$$

$$v_{ph} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

$$\text{rot}(\text{rot}(\vec{E})) = \frac{\partial}{\partial t} \text{rot}(\vec{B})$$

gradient-div - Δ

$$\text{grad}(\text{div}(\vec{E})) - \Delta \vec{E} = \epsilon_0 \mu_0 + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\Delta \vec{E} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$= \frac{1}{v_{ph}^2}$$

$$v_{ph} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

Phasengeschw von
elektromagnetischen Wellen

~~im Vakuum~~

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

Phasengeschw
im Vakuum

$$V_{ph} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} \cdot c_0$$

$$\text{Brechungsindex} = \frac{c_{\text{vac}}}{c_{\text{med}}}$$

Elektromagnet. Felder in verschiedenen Bezugssystemen

$$\vec{F} = q (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad \text{Lorentzkraft}$$

- (a) Betr. System S mit $\vec{E}, \vec{B}$ Ladung q
 bewegt sich mit Geschw. $\vec{v}$ rel zu System S
 Damit Kraft auf q $(*) \vec{F} = q (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

Betr. System S' , bewegt sich mit Geschw. $\vec{v}$ rel zu S
 und q ruht rel zu S'

$$\text{Damit: } (**) \vec{F} = q \vec{E}'$$

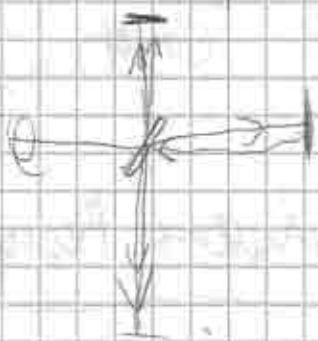
Vergleiche $(*)$, $(**)$ $\vec{E}' = \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}$

analog $\vec{B}' = \vec{B} - \frac{1}{c_0^2} (\vec{v} \times \vec{E})$

$\vec{E}, \vec{B}'$ in M. G. erhalten $\Rightarrow$

relativist. Theorie $\propto \frac{v^2}{c_0^2}$ gehen auf

Michelson, Morley (1886)



V Relativitätsphysik

1) Grundlagen:

Newton's Gesetze haben in allen Inertialsystemen die gleiche Form

Prinzip ①: Naturgesetze haben in allen Inertialsystemen die gleiche Form

(Relativitätsprinzip)

Prinzip ②: Der Vakuum-Lichtgeschwindigkeit hat in allen Inertialsystemen den gleichen Wert
(Konstanz der Lichtgeschwindigkeit)

2) Gleichzeitigkeit

Def: Licht-Synchronisation:



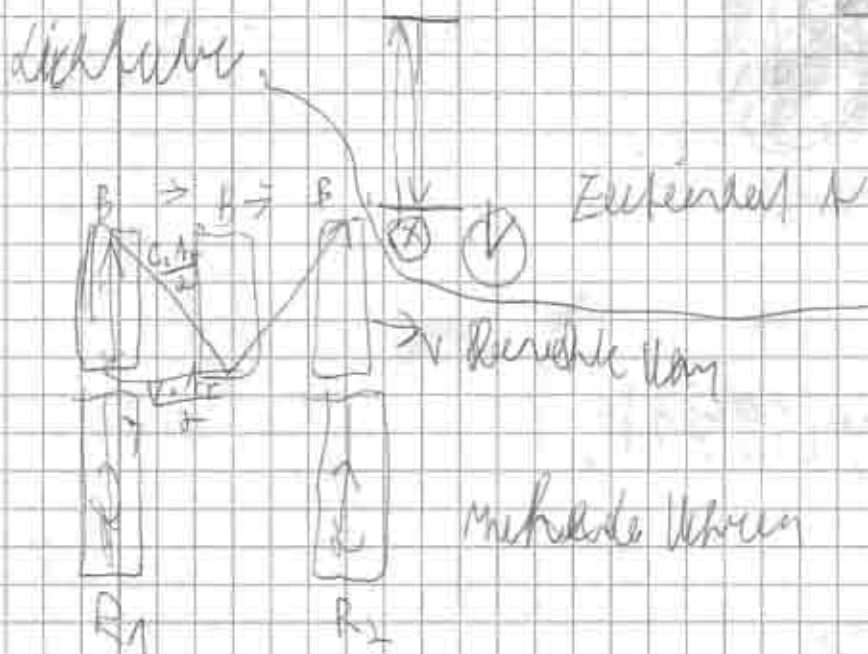
Gleichzeit am Ort des bestimmten Inertialsystems bezogen

≠ universelle Gleichzeitigkeit

Bsp aus dem Alltag:

Erreignisse die zu verschiedenen Zeitpunkten stattfinden erzeugen
 Licht in einem System am gleichen Ort, aber in anderen
 System an verschiedenen Orten (Gegensatzpaar)
 d. (Zerker)

3) Zeitdilatation



Handpuls der bewegten Uhr B

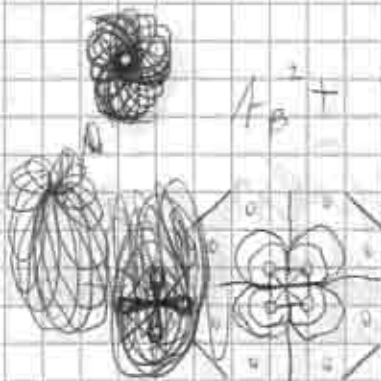
$$\textcircled{*} t_B = \frac{L}{c}$$

• Handpuls d. ruhenden Uhren R1

$$L^2 + \frac{v^2 L^2}{4} = \frac{c^2 t^2}{4}$$

$$L = \frac{c t}{2} \Rightarrow L' = \frac{c^2 t^2}{4}$$

$$\frac{c^2 t_B^2}{4} + \frac{v^2 t_R^2}{4} = \frac{c^2 t_R^2}{4}$$

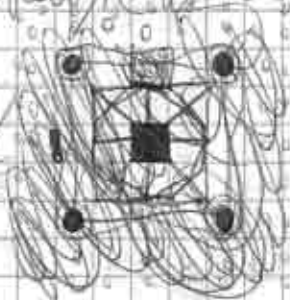


$$t_B^2 + \frac{v^2}{c^2} t_R^2 = t_R^2 \quad t_B^2 = t_R^2 - \frac{v^2}{c^2} t_R^2 \Rightarrow$$

$$t_B = t_R \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Erddrängung: Längenkontraktion

3) Zeitmessung



$$t_B = t_R \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$



$$K = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Tabell ~~von~~ Keating (1971):

4) Längenmessung



Standplatz d. ruhenden Uhren

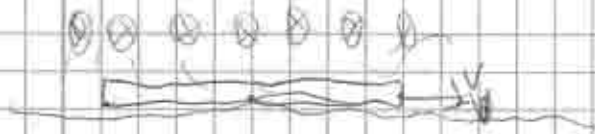
$$L_R = v \cdot t_R \quad \text{Ruhlänge}$$

Standplatz d. bewegten UH

$$L_{RS} = v \cdot t_{RS} = \frac{v \cdot t_R}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$L_B = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Längenkontraktion



Primär-Kohärenzstrahlung:

Hochoberflächen-Bestrahlung (bis 10^{12} GeV) $\rightarrow$

Sekundärstrahlung in 20 km Höhe in der Atmosphäre:

Erzeugung von Myonen ($\tau_{1/2} \approx 1,5 \mu s$)

6 GAMOV. M. Thompson in Nordland

9. Lorentz-Transf.

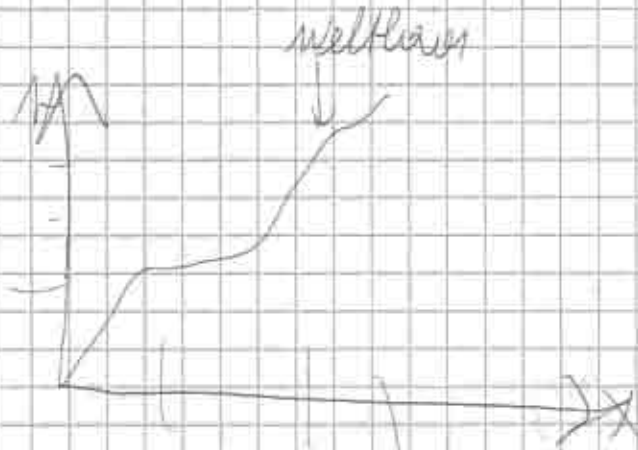
Bez. Inertialsysteme I, I' Relativgeschwindigkeit v

System $I: x, y, z, t$ $I': x', y', z', t'$

10. Galilei-Transformation



Raum-Zeit-Diagramm



t -Achse: $x=0$

x -Achse: $t=0$

t' -Achse

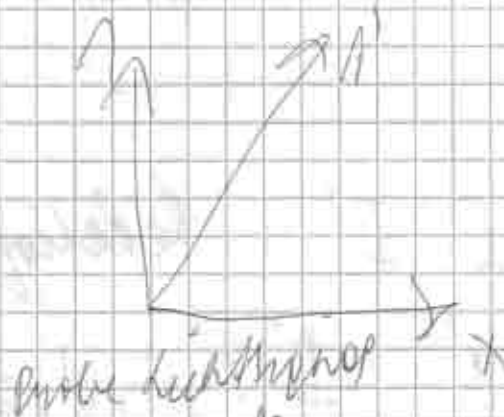
x' -Achse

$$x'=0 \Rightarrow v = \frac{x}{t} \Rightarrow t = \frac{x}{v}$$

$$t'=0 \Rightarrow t=0$$

c_{pr}

$$v = 0,5 c_{pr}$$



x' -Achse fällt ~~nicht~~ zusammen mit x -Achse $\Rightarrow$ Abg. Gleichrichtung

$x = ct$
Transformationsgleichung System S'

$$x' = x - vt = ct - vt = (c-v)t$$

kleinere Zeitintervall

b) Lorentz-Transformation

$$x' = \gamma (x - vt)$$

$$t' = \gamma (t - \frac{v}{c^2} x)$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma (t - \frac{v}{c^2} x)$$

$$x = \gamma (x' + vt')$$

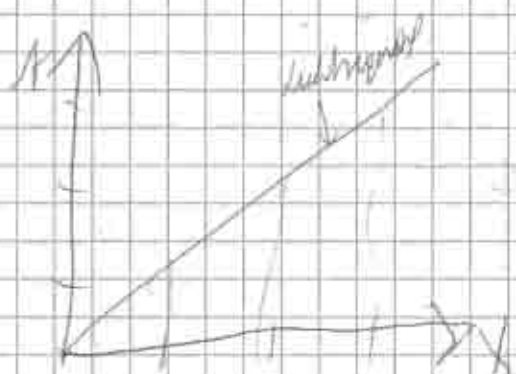
$$v = v'$$

$$z = z'$$

$$t = \gamma (t' + \frac{v}{c^2} x')$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Raum-Zeit-Diagramm



t -Achse $x=0$
 x -Achse $t=0$

Transform. auf System I'

t' -Achse $x'=0 \Rightarrow x = vt' \Rightarrow t = \frac{x}{v}$

x' -Achse $t'=0 \Rightarrow t = \frac{v}{c^2} x = 0 \Rightarrow x = \frac{c^2}{v} t$



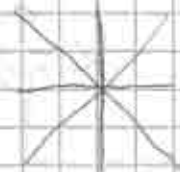
$v = 100\,000 \text{ km/s}$
 $c = 300\,000 \text{ km/s}$

$t = 3$

$x = 900\,000 \text{ km}$



Lorentz-Transform.



Kinematik Begründung: $v \leq c$

Geschwindigkeitssaddition:

Klassisch: $w = u + v$

Relativistisch:

$$w = \frac{u + v}{1 + \frac{uv}{c^2}}$$

Fall: $u = v = c$

$$w = \frac{c + c}{1 + \frac{c \cdot c}{c^2}} = c$$

1) Masse und Energie



Relativistische Massenzunahme

Dynamische Masse

$$m = \frac{m_R}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

m_R : Ruhemasse

Photonen haben Ruhemasse $= 0$

Fall $v \ll c$

$$m = \frac{m_R}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx m_R$$

$$\sqrt{1 + \epsilon} \approx 1 + \frac{\epsilon}{2}$$

$$\frac{1}{1 - \epsilon} \approx 1 + \epsilon$$

$$= \frac{m_R}{1 - \frac{v^2}{2c^2}} = m_R \left(1 + \frac{v^2}{2c^2} \right) = m = m_R + \underbrace{\frac{m_R v^2}{2}}_{E_{kin}} \frac{1}{c^2} =$$

$$= \underbrace{m - m_R}_{\Delta m} = \frac{1}{c^2} \cdot E_{kin} \Rightarrow$$

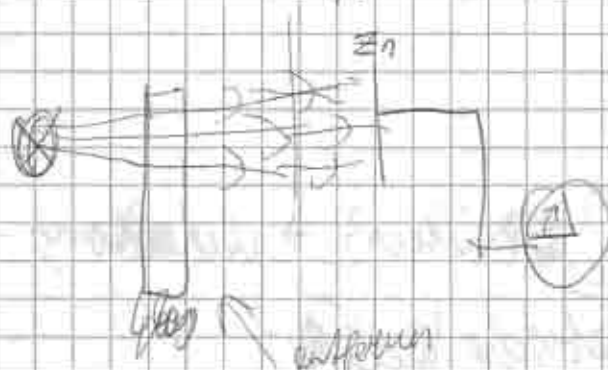
$$\Delta m \cdot c^2 = E_{kin}$$

Äquivalenz v. Masse und Energie

Wenn Masse eines Körpers um Δm verringert wird, dann wird Energie $\Delta m c^2$ frei

Daruf: Ruhender Körper mit Ruhemasse m_R enthält daher die Ruheenergie $E_R = m_R c^2$

Photoelektr. Effekt



Gras absorbiert UV-Strahl des Lichtes

Energie des Photons $h\nu$

$$h \sim 10^{-34} \text{ Js}$$

Energie der austretenden e^- :

$$W = h\nu - W_0$$

$\rightarrow$ Austrittsarbeit (Metallabhängig)

* Franck-Hertz-Versuch



I

U

OPTIK

Frage:

Teilchen oder Welle?

$\downarrow$ Medium

oder Licht? $\rightarrow$ Michelson-Experiment

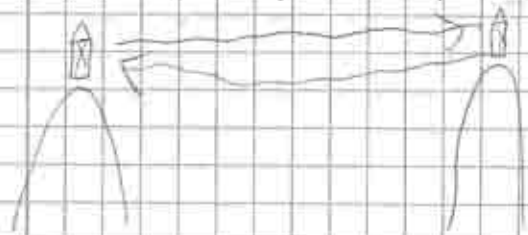
Elektromagnetische Welle

Maxwell

$$c = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}}$$

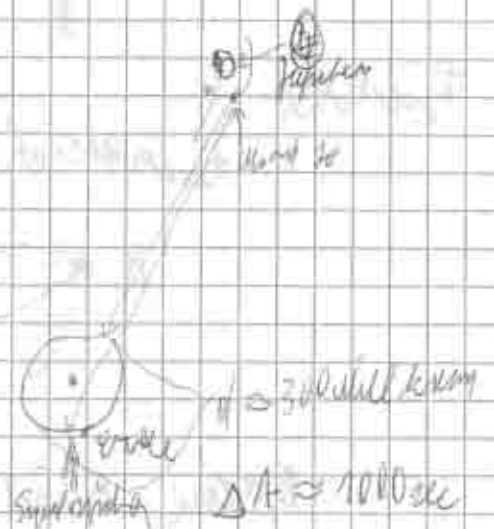
Lichtgeschwindigkeit

Experimente: Galileo Galilei:



Olaf Römer 1675: Zählung universeller Uhren

Römer-Idee: Jupitermonde



Kunde definiert $c = 299792458 \text{ m s}^{-1}$

c unabhängig von Geschwindigkeit der Quelle

$$c = \frac{300 \cdot 10^3 \text{ km}}{1000 \text{ sec}} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 300000 \text{ km/s}$$

Bradley:



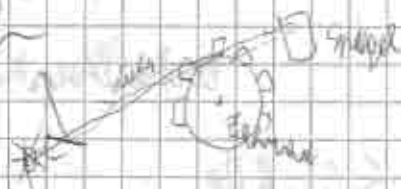
Entfernung durch Parallelverschiebung

Fizeau am Zahnrad angeschlossen



$$\theta = \frac{v}{c} = \frac{30 \text{ km/s}}{300000 \text{ km/s}} = 10^{-4} \text{ rad}$$

Fizeau Licht-Versuch



Kugels

1621-1695



Formel

Feinstrukturprinzip



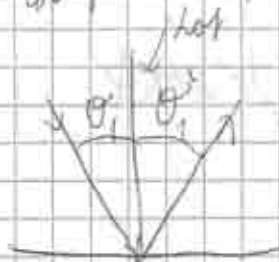
Zeit ein Minimum

Prinzip Zeit ist stationär bei Variation des Weges

Reflexion



Formel $\rightarrow$ symmetrisch wegen minimaler Zeit



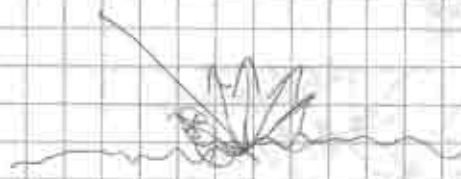
$$\theta_i = \theta_r$$

Einfallswinkel = Ausfallwinkel

④ Kirchhoff-Scheibbe

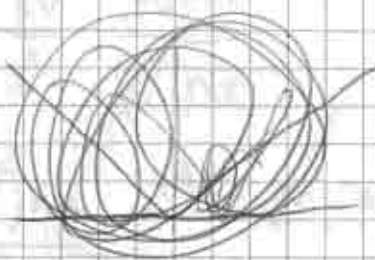
~~Reflexion~~

Diffuse Reflexion



keine Reflexion wenn Oberfläche glatt ist (im Vergleich zur Wellenlänge des Lichts)

Brechung:



$$\theta_2 < \theta_1$$

Brechung zum Lot

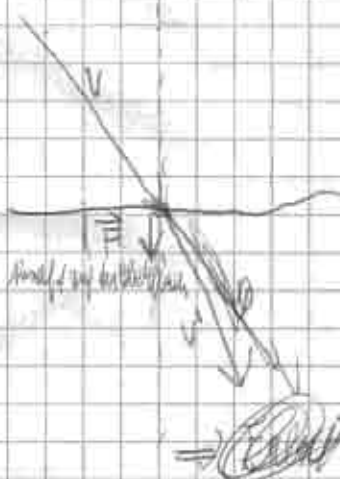
n_1, n_2 Brechungsindex

$$n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2)$$

Brechungsgesetz

$$n_{\text{Luft}} \approx 1$$

Teilechen-Energieübertragung



Druckton

$$v' > v$$

Teilchen wird schneller

~~Druckton~~ FALSCH

Wellen-Erklärung



$$v_2 < v_1$$

$$n_1(\theta_1) = v_1 \lambda / \lambda$$

$$n_1(\theta_2) = v_2 \lambda / \lambda$$

$$\frac{n_1(\theta_1)}{n_1(\theta_2)} = \frac{v_1}{v_2}$$

Brechungsgesetz

$$\frac{n_1(\theta_1)}{n_1(\theta_2)} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$n_1 v_1 = n_2 v_2$$

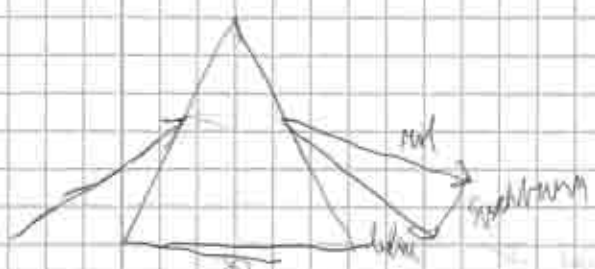
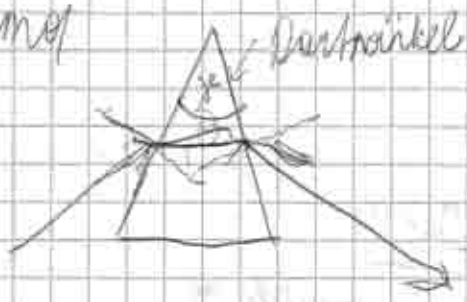
$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2}$$



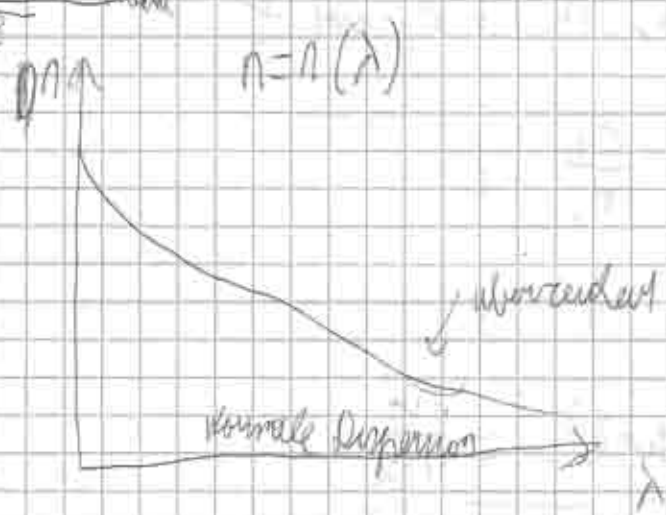
Einzelbündel für Bildbündelung
 Evanescente Welle
 Goos-Hänchen-Effekt



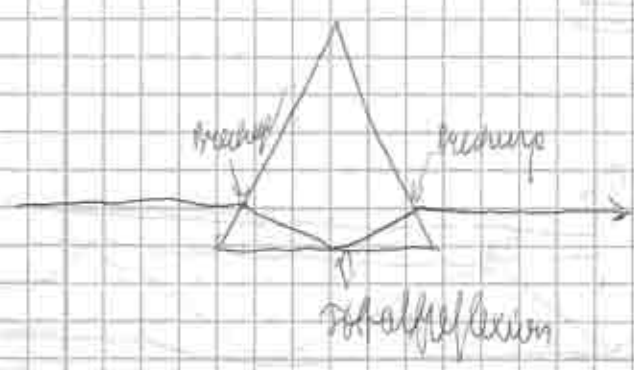
Prisma



Dispersion des Lichts



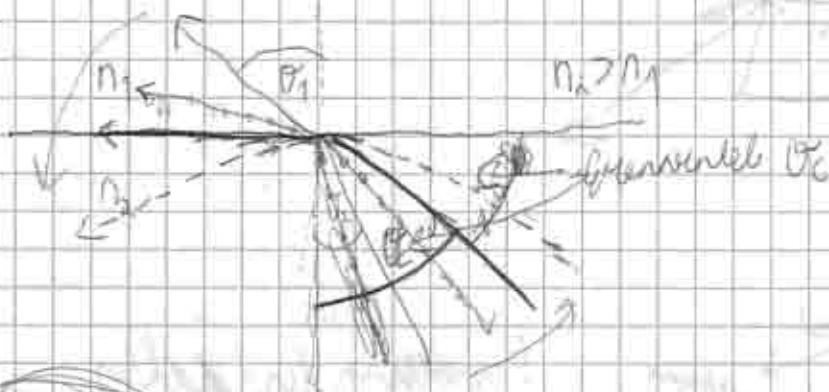
Gesamtdruckprisma





Welle $n_1 v_1 = n_2 v_2$

Totalreflexion



$$n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2)$$

$$\frac{\sin(\theta_1)}{\sin(\theta_2)} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\sin(\theta_2) = 1$$

$$\sin(\theta_2) = \frac{n_1}{n_2}$$

$$\sin(\theta_c) = \frac{n_1}{n_2}$$

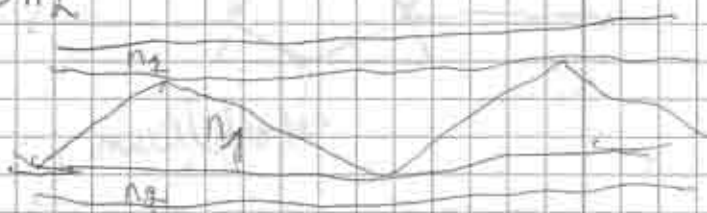
Grenzwinkel für Totalreflexion

Lichtleiter



Wellenlängenkomposition

$$n_1 > n_2$$



ν (Hz) | λ (m)

10^{21} Hz $\rightarrow 10^{-12}$ m

Gammabstrahlen

10^{18} Hz $\rightarrow 10^{-9}$ m

Röntgenstrahlen

10^{15} Hz $\rightarrow 10^{-6}$ m

Ultraviolett (UV)

10^{12} Hz $\rightarrow 10^{-3}$ m

Sichtbare Licht
Infrarot (IR)

10^9 Hz $\rightarrow 1$ m

Mikrowellen

10^8 Hz $\rightarrow 10^3$ m

VKW, TV

10^3 Hz $\rightarrow 10^6$ m

Mittelwelle, Langwelle

Langwelle

Plancksches Wirkungsprinzip
 $h = 6.6 \cdot 10^{-34}$ Js

$$E = h \nu$$

Planck

Probieren Lichtteilchen





↗ für kleine γ
und symmetrischen Durchtritt

symmetrischer Durchtritt $\rightarrow$ kleinste Ablenkung

Elektromagnetisches Spektrum

c , λ , ν
Wellenlänge Frequenz

$$c = \lambda \nu$$

$$\lambda = 1 \text{ m}$$

$$\nu = 3 \cdot 10^8 \text{ Hz}$$

$$99,9 \text{ MHz}$$

$$\lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{99,9 \text{ m}^2} \approx 3 \text{ m}$$

Licht

$$\lambda \approx 400 \sim 700 \text{ nm}$$

violett

rot

$$\lambda = 600 \text{ nm} \hat{=} 6 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

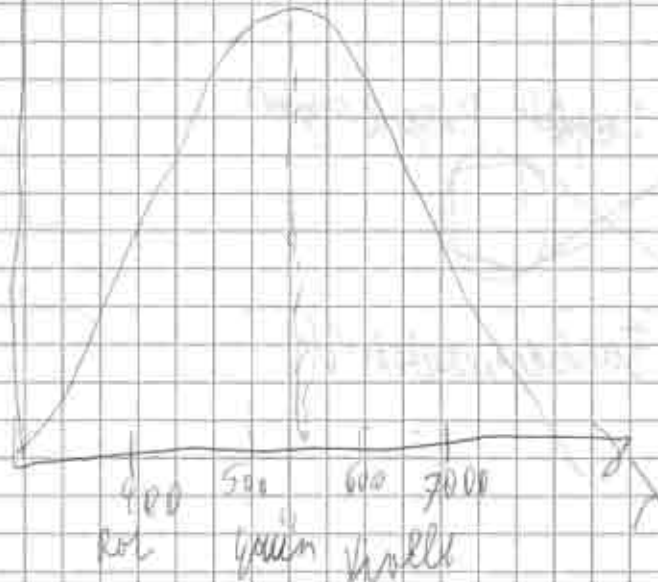
$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{-7}} = 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

Sichtbar

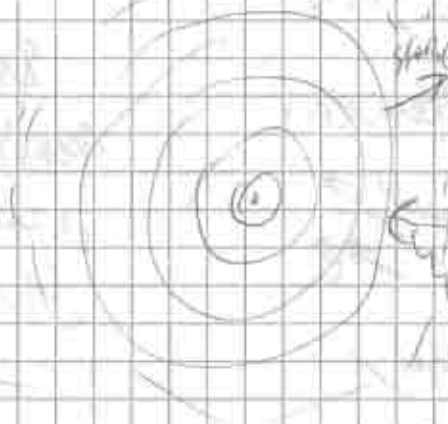
400nm - 700nm

Source 5800K

Empfindlichkeit



Emissionslinien
Absorptionslinien



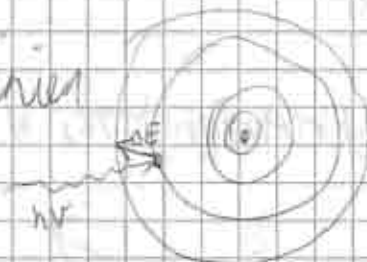
Rohre Energie

Thermische Energie

$$\Delta E = h \nu$$

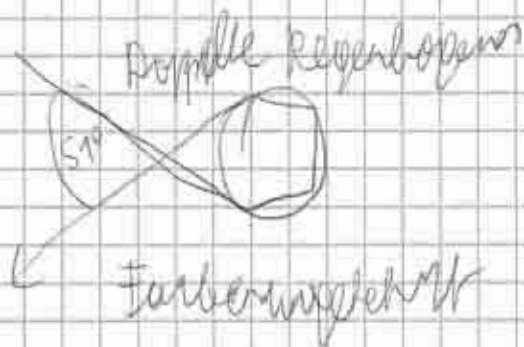
$$\nu = \frac{\Delta E}{h} \quad \text{Emission}$$

Absorptionslinien



Fraunhofer - Linien

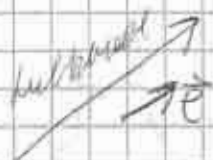
Regenbogen:



Quantisation:

$$\lambda \rightarrow E = h \nu$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ Wellenzahl}$$



Wellenvektor

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{e}$$

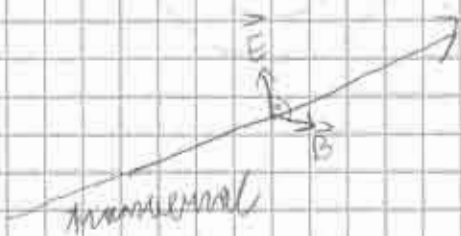
Impuls $\vec{p} = \hbar \vec{k}$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

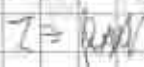
$$E = \hbar \omega$$

$$\vec{p} = \hbar \vec{k}$$

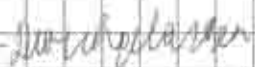
Elektromagnetische Welle



Impuls von Licht
Kepler: Kometschnabel
atomphysik: Ableitung von
Atomemissionen



Linear Polarization
in x-Rückführung



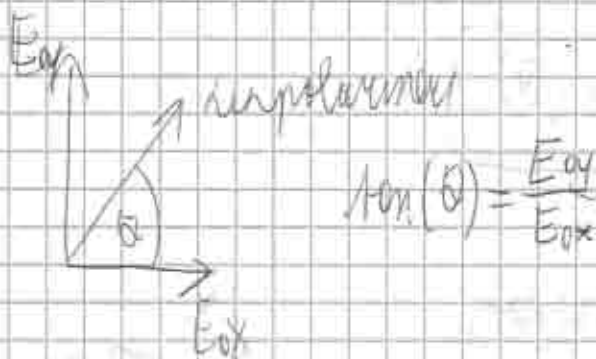
Die Welle erzeugt Schwingung
der e^- im Leiter $\rightarrow$ Strom
 $\rightarrow$ Widerstand $\rightarrow$ Energie
von Welle abgezogen

12/2/2014

Handwritten: $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

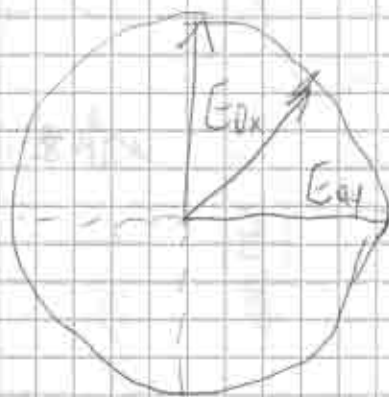


$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{0x} \cos(Kz - \omega t) \\ E_{0y} \cos(Kz - \omega t) \\ 0 \end{pmatrix}$$



$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{0x} \cos(Kz - \omega t) \\ E_{0y} \cos(Kz - \omega t + \frac{\pi}{2}) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$E_{0y} = E_{0x}$$



Rechts oder Links

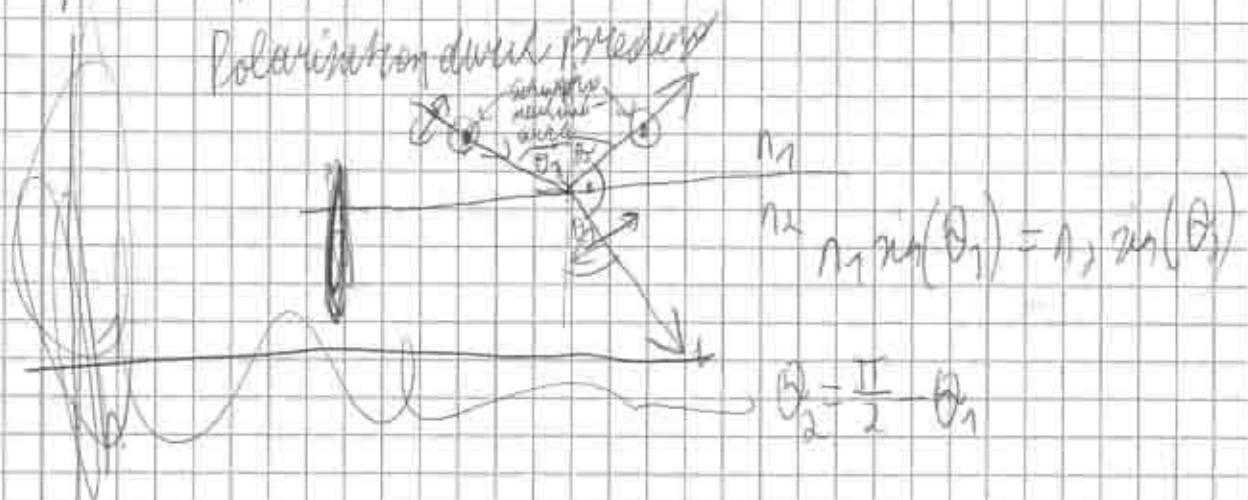


$$E_{0x} \neq E_{0y}$$

bei anderer Phase auch nur elliptisch polarisiert

Polarisation durch ~~Reflexion~~ Reflexion

Abstraktion für zwei linear pol. verschränkte



~~AB~~ $n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \cos(\theta_1)$

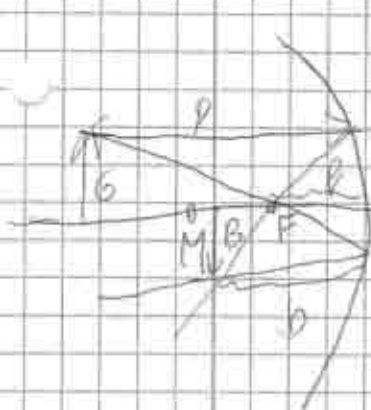
$\tan(\theta_1) = \frac{n_1}{n_2}$

Brewster-Winkel

$\theta_1 = \theta_B$

$\tan(\theta_B) = \frac{n_1}{n_2}$

1 TAG FEHLT

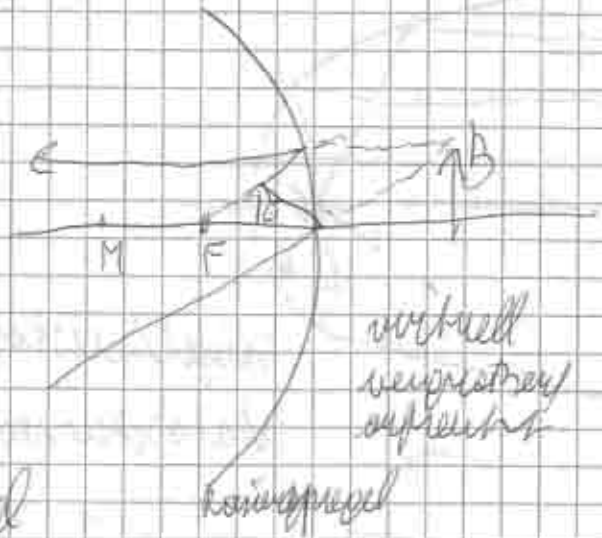


vertikal
Mittel

$$\left| \frac{B}{G} \right| = \frac{b}{g}$$

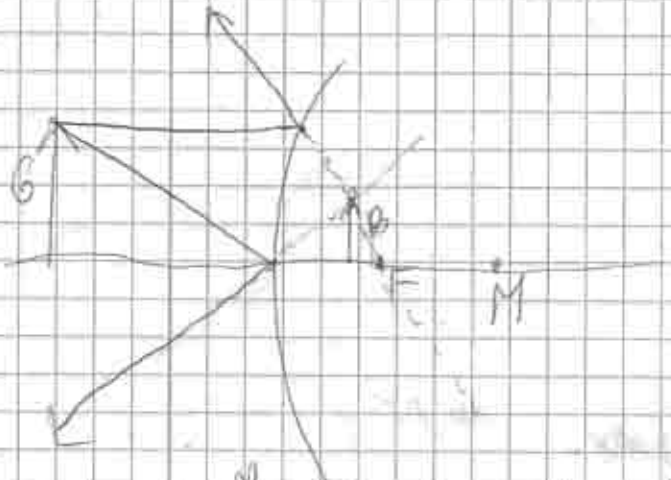
$$\frac{1}{b} + \frac{1}{g} = \frac{1}{f}$$

Konkavspiegel
Kohlspiegel



virtuell
vergrößernd
aufrecht

Konvexspiegel



virtuell
aufrecht vergrößert

Konkavspiegel
Wahlspiegel

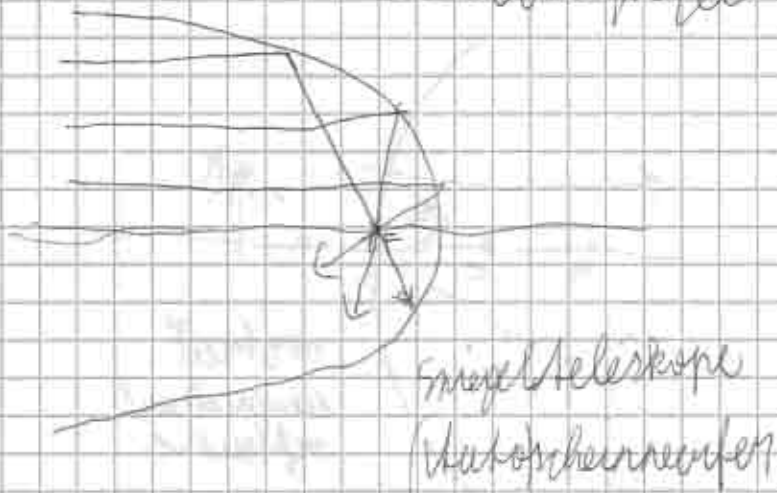
Rückspiegel (Auto)
Umkehrspiegel



Paraxiale Approximation

Näherungsweise Strahlung
wenn durch F $\Rightarrow$
näherungsweise Approximation

Rundbrennpunkt



Spiegelteleskope
(Katholikenreue)

Linsen:



bi-konvex



bi-konkav

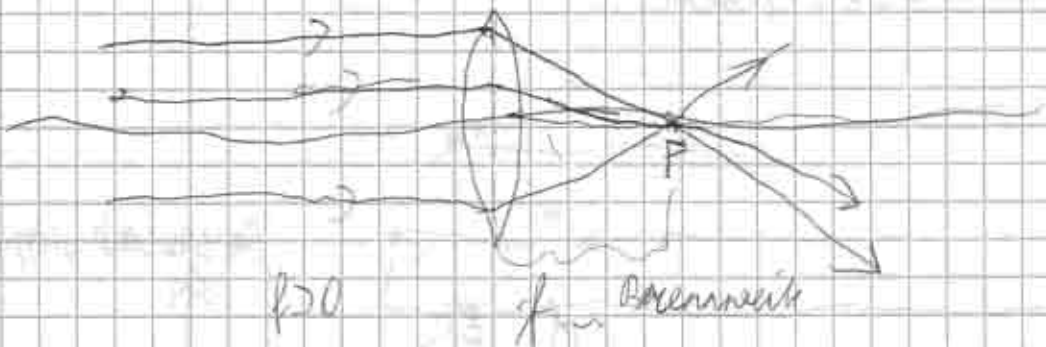


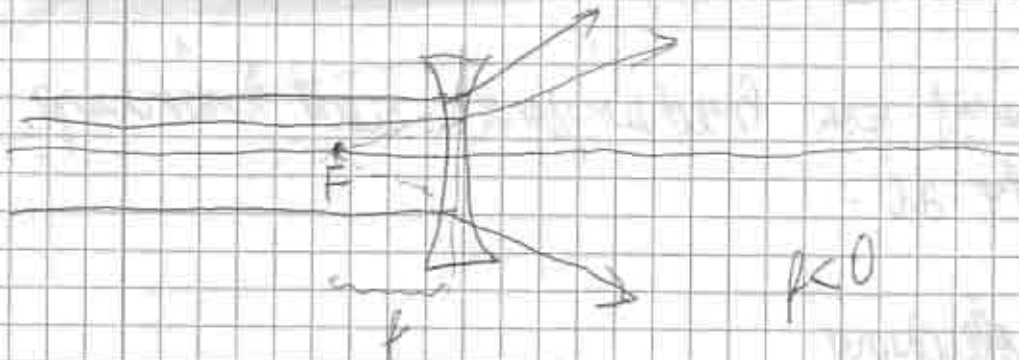
konvexkonkav



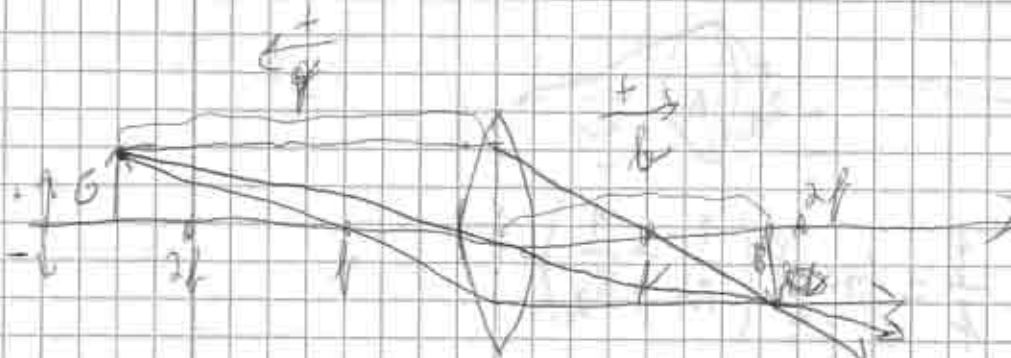
plan-konkav

WAV





$$p < 0$$



reell, verkehrt
verkleinert

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

$$g \rightarrow \infty \quad b = f$$

$$\left| \frac{b}{G} \right| = \frac{b}{g} = V \quad (\text{Vergrößerung})$$

$$g = 2f$$

$$\frac{1}{2f} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \Rightarrow$$

$$b = 2f$$

$$\Rightarrow V = 1$$

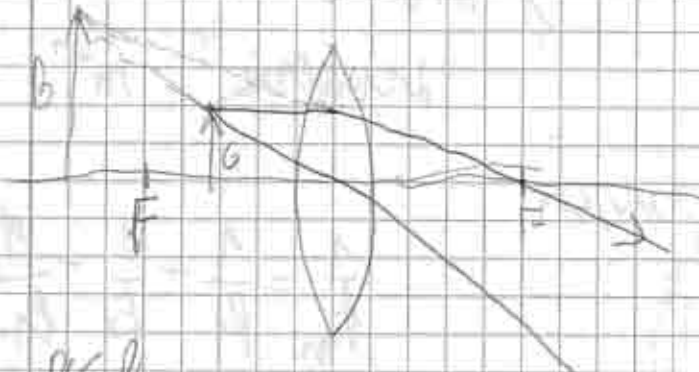
$$g > 2f$$

Verkleinerung

$$g < 2f$$

Vergrößerung

reell für $g > f$



$$g < f$$

virtuell
aufrecht
vergrößert

$\Rightarrow$ Lupe

Brennweite hängt von Brechungsindex und Krümmung der Oberfläche ab.

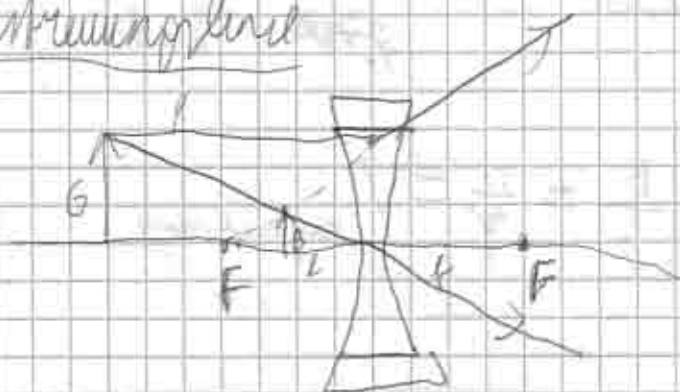
Linsenmachergleichung



$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

(wegen Vorzeichen)

Zerstreungslinse

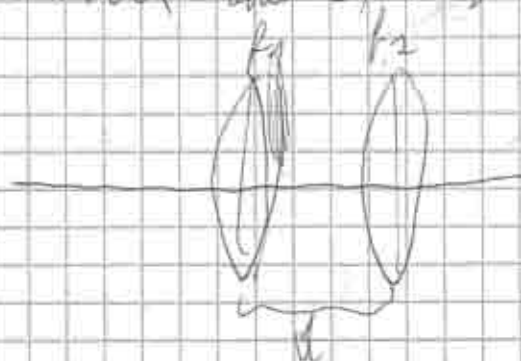


verkleinert
aufrecht
virtuell

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

$\frac{1}{f}$ Brechkraft
"Dioptrie" m^{-1}

Kombination zweier Linsen



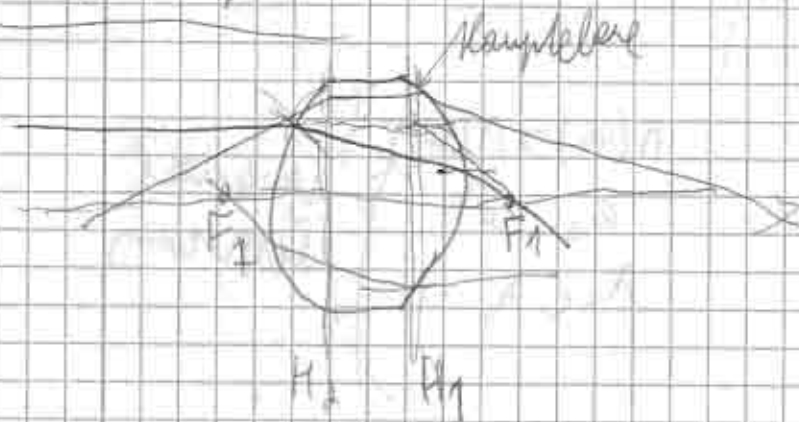
$$\frac{1}{f_{\text{ges}}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 \cdot f_2}$$

für $d < f$

$$\text{für } d \ll f_1, f_2$$

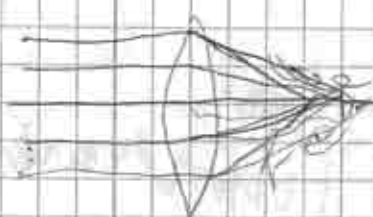
$$\frac{1}{f_{\text{ges}}} \approx \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

Dicke Linsen

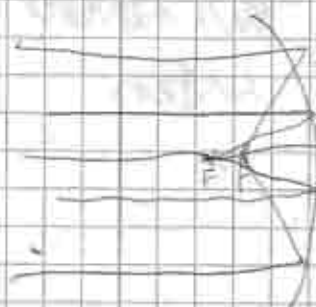


Linienfehler

① Sphärische Aberration



Sphärische ~~die~~ Strahlen werden
nicht fokussiert
möglich



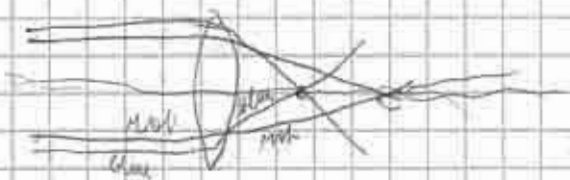
zu weit sprengt

Korrektoren: 1. nur achsennahe Strahlen

2. Linien - sphärische Schiffe

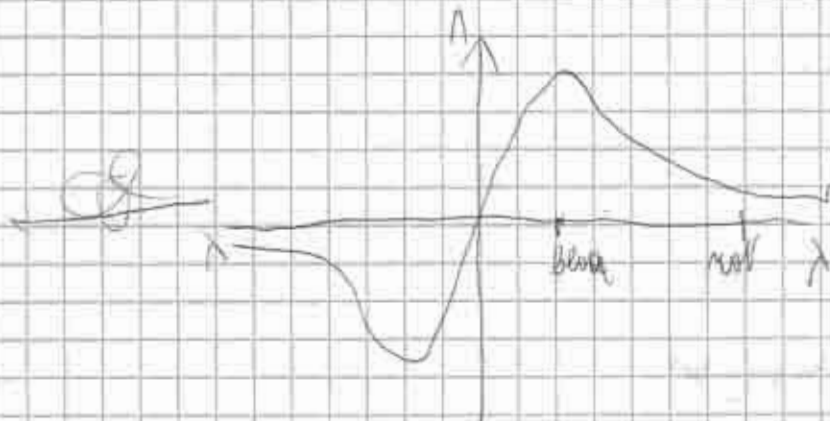
3. Spiegel - Parabolspiegel

Chromatischer Aberration



$$\begin{aligned} n(\omega_1) &> n(\omega_2) \\ \omega_2 &> \omega_1 \\ \lambda_2 &< \lambda_1 \end{aligned}$$

Normal Dispersion



Korrektur



~~Dispersions~~
chromat

Macht sich keinen

Kompensiert nur Wellenlängen



Achromat
mit mehreren Linsen



Artkuppelmechanismus



Wenn man den Sensor verschiebt, dann verschieben sich auch die anderen Strahlen

Kein Fehler

Coma, Feldkurve, Koma, Jitter

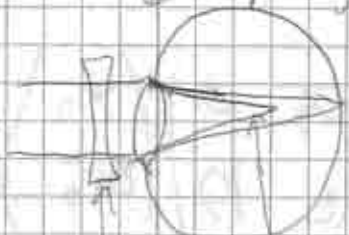


Zapfen: Farbe, weniger empfindlich

Stäbchen: schwarz-weiß, sehr empfindlich

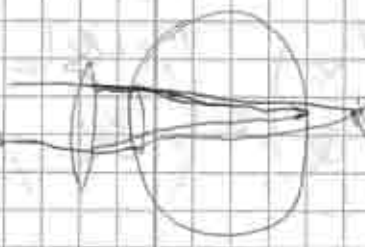
Kurzsichtigkeit

$\Rightarrow$ ~ 40 Dioptrien (Brechkraft von Auge)



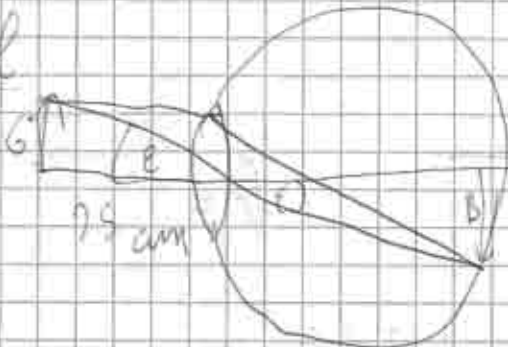
Zerstreuungslinse, fokussiert zu früh

Weitsehigkeit



fokussiert zu weit hinten

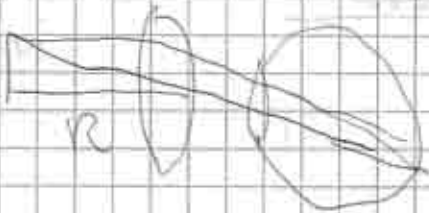
Schinkel



$$\epsilon = \frac{G}{B}$$

$$\epsilon_0 = \frac{G}{\varphi_0}$$

$$\alpha_L = \frac{G_0}{g}$$



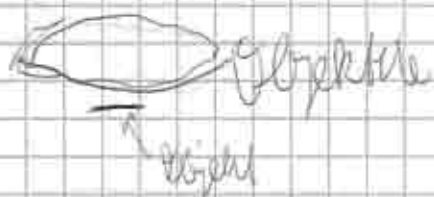
$$f = 25 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow v = 10 \times$$

Mikroskop



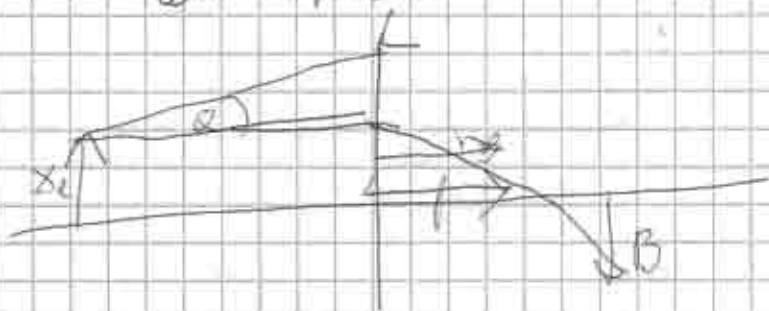
Okular



Wellenfeldmikroskopie (NSOM, SNOM)



Matrix Optik



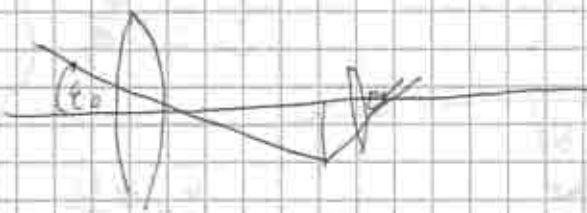
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_0 \end{pmatrix}$$

Frei Propagation L

$$M_{prop} = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + xL \\ x \end{pmatrix}$$

Teleskop

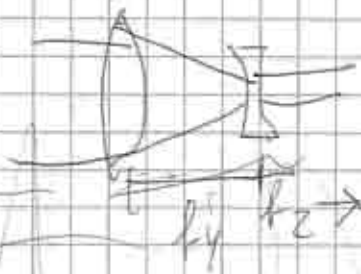


f =

$$V = \frac{f_1}{f_0} = \frac{f}{f}$$

Galilei

Galilei



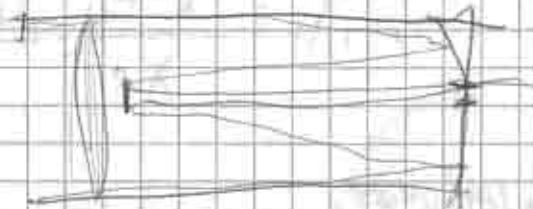
Spiegelteleskop

- keine ^{chromatische} ~~chromatische~~ Aberration
- Linsen - groß / teuer
- ~~keine~~ adaptive Optik

$\lambda \sim D^2 \sim \text{Intermittal}$

$\rightarrow \frac{D}{\lambda} \sim \frac{1}{\sigma}$
 $\uparrow$
 Beugungsgrenze

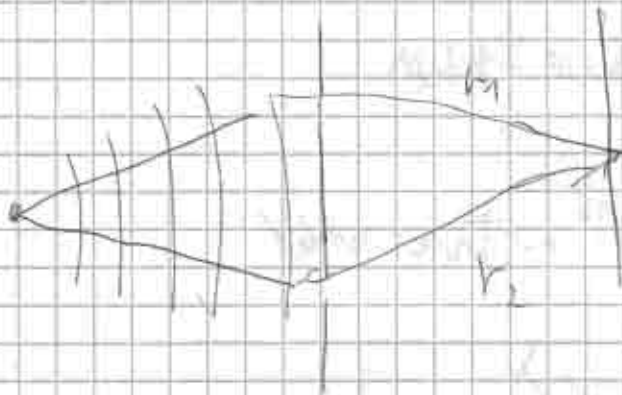
1) Laplace



1) Kohärenz / Interferenz



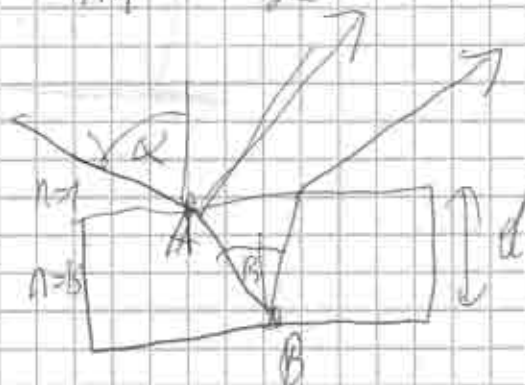
Spektrale Kohärenz



$$\lambda_0: \frac{r_2 - r_1}{\lambda_0} = n$$

$$\lambda_1: \frac{r_2 - r_1}{\lambda_1} = \frac{2n+1}{2}$$

Kohärenz / Interferenz



$$R = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2$$

$$\Delta = n(\overline{AB} + \overline{BC}) - AE + \frac{\lambda}{2}$$

$$\overline{AB} = \frac{d}{\cos(\beta)} = \overline{BC}$$

$$I_R = R I_0$$

$$\overline{AE} = \overline{AC} \sin(\alpha)$$

$$\Delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)} - \overline{AE} + \frac{\lambda}{2}$$

Reflexionskoeff.

$$R = \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2$$

$$n=1.5$$

$$R=0.04$$

$$I = R I_R$$

$$I^n \rightarrow (0.96)^{14}$$

20 Sekunden

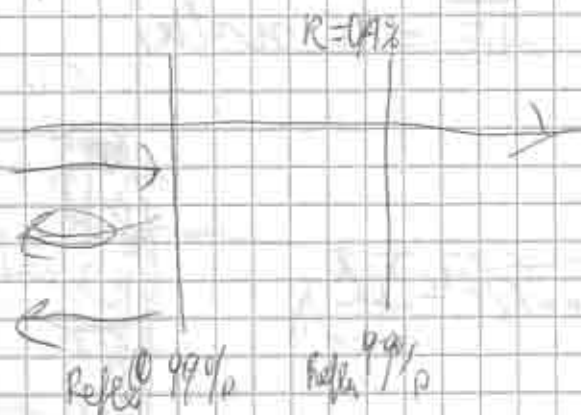
$$200 \text{ nm} = \Delta \lambda$$

$$R \leq 0.5\%$$

$$R < 0.1\%$$

Halbwellenlängenspiegel

Fabry-Pérot - ~~Kavität~~ Resonator



$$I = I_0 \cos^2(\delta)$$

Der Spiegel 99.9% Reflexion
 zwei Spiegel alles geht durch



$$A_{in} = \sqrt{1-R} A \rightarrow A_{in} = \sqrt{1-R} \cdot R^{n-1} A_0$$

$$I \propto E^2$$

$$I = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

$$A_n (1-R) R^{n-1} A_0$$



$$E = A \cos(\omega t + \varphi + \delta)$$

$$\delta = \frac{2\pi d}{\cos(\alpha)}$$



①

$$E_n = (1-R) R^n A_0 \cos(\omega t + k - n\delta)$$

$$E = \sum E_n$$

$$\cos(\varphi) = \frac{1}{2} (e^{i\varphi} + e^{-i\varphi})$$

$$E_{\text{tot}} = \text{Re} \left\{ e^{i(kx + \omega t)} \sum_{n=0}^{\infty} A_n e^{i(n-1-\delta)} \right\}$$

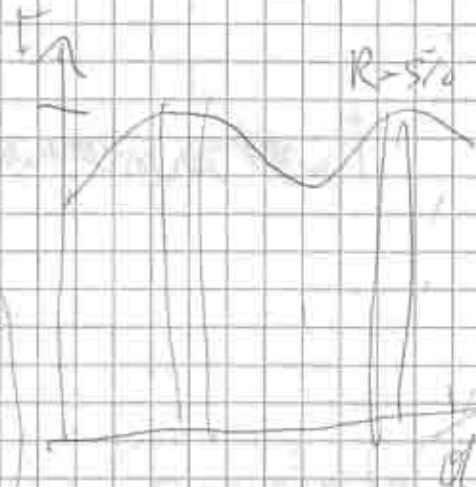
$$\text{Re} \left\{ e^{i(kx + \omega t)} (1-R) A e^{i\varphi} \sum_{n=0}^{\infty} R^n e^{i n \delta} \right\}$$

$1 - R e^{i\delta}$

$$I \sim E^2$$

$$\rightarrow I = I_0 \frac{(1-R)^2}{1+R^2 - 2R \cos(\delta)}$$

$$I = I_0 \frac{(1-R)^2}{1-R^2 + 4R \sin^2\left(\frac{2\pi l}{\lambda}\right)}$$



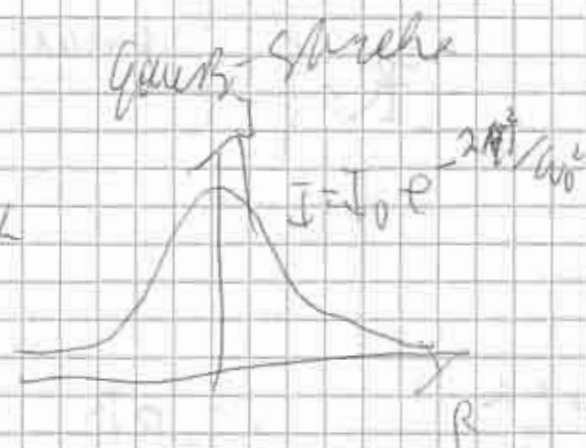
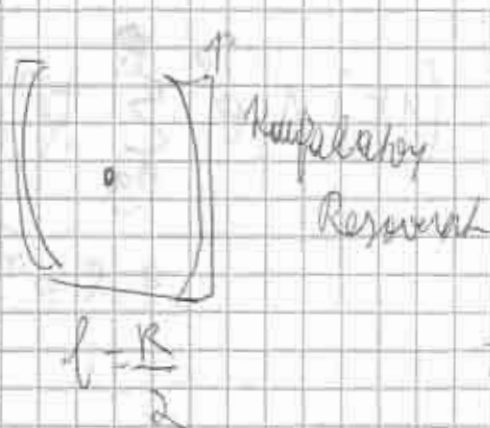
$$I_{\text{max}} = \frac{V_{\text{max}}}{\Delta V_{\lambda/2}} \quad \left(\text{Fraunhofer Spaltbeugungsbereich} \right)$$

Mineralelekt

$$\Delta V = \frac{c}{2\pi \delta} \frac{1-R}{\sqrt{R}}$$

~~Metal~~ Spiegel auf Oberfläche: elektr. Feld = 0

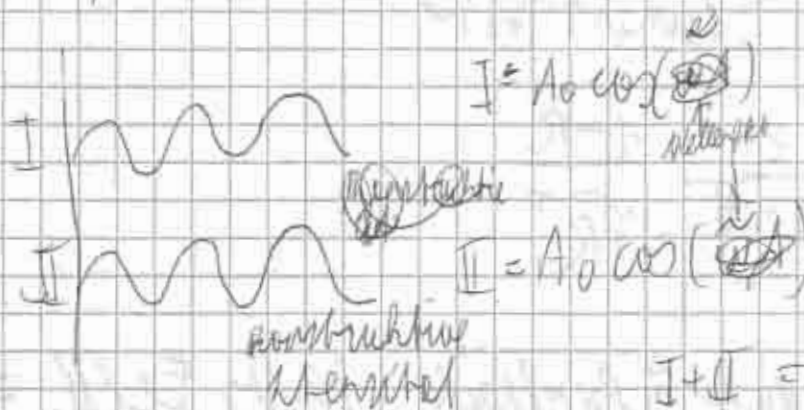
$$L = n \frac{\lambda}{2} = n \frac{c}{2\nu} \rightarrow \Delta \nu = \frac{c}{2L}$$



Interferenz
Superposition

Überlagerung

gleiche Polarisation: Intensitätsänderungen

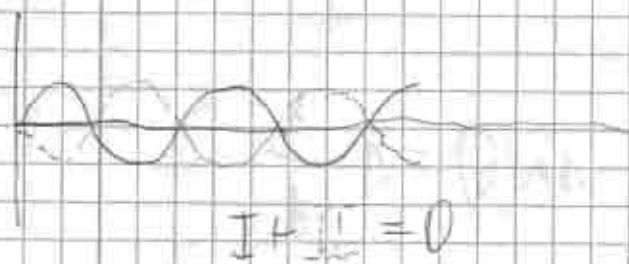


$$\text{Int } I = A_0^2$$

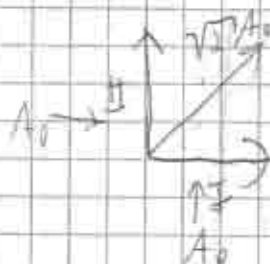
$$\text{Int } II = A_0^2$$

$$\text{Int } I+II = 4A_0^2$$

$$I+II = 2A_0 \cos(\omega t)$$

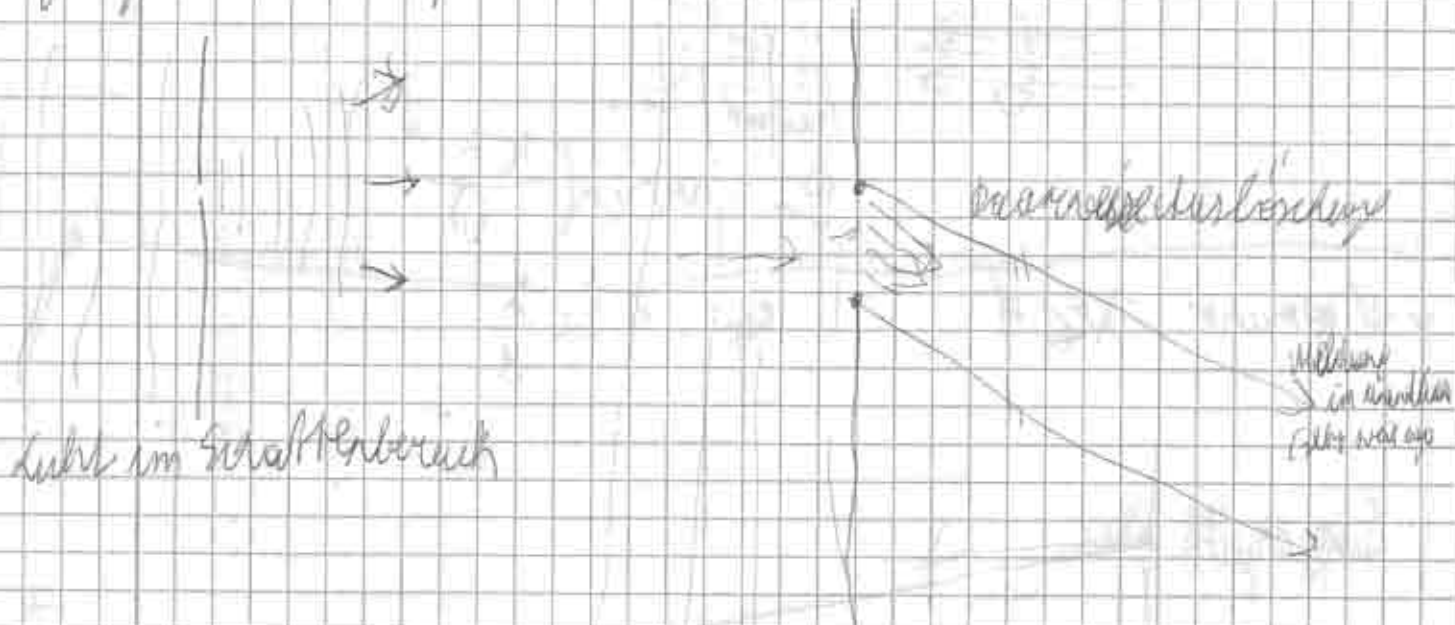


Polarisation orthogonal



keine destruktive Interferenz

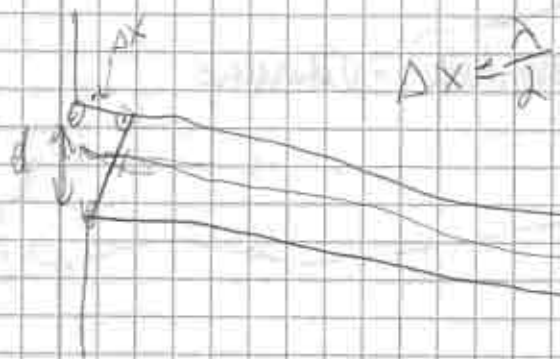
Beugung am Einzelspalt



Fraunhofer-Fall

→ Fernfeld $\Leftrightarrow$ d. parallele Strahlen

→ ~~Nicht~~ ~~parallel~~ ~~ist~~ ~~nicht~~ ~~parallel~~ ~~Strahlen~~



$\sin(\theta) = \frac{\Delta x}{d/L}$
1. Minimum

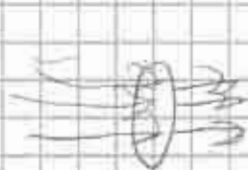
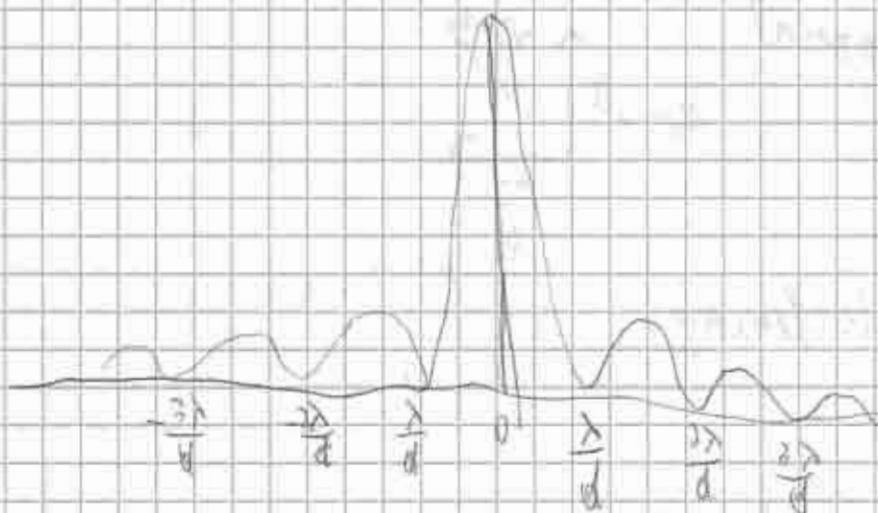
$\sin(\theta) = \frac{\lambda}{d}$

nichtere Minima



$$\sin(\theta) = n \frac{\lambda}{d}$$

$$n \in \mathbb{Z}$$



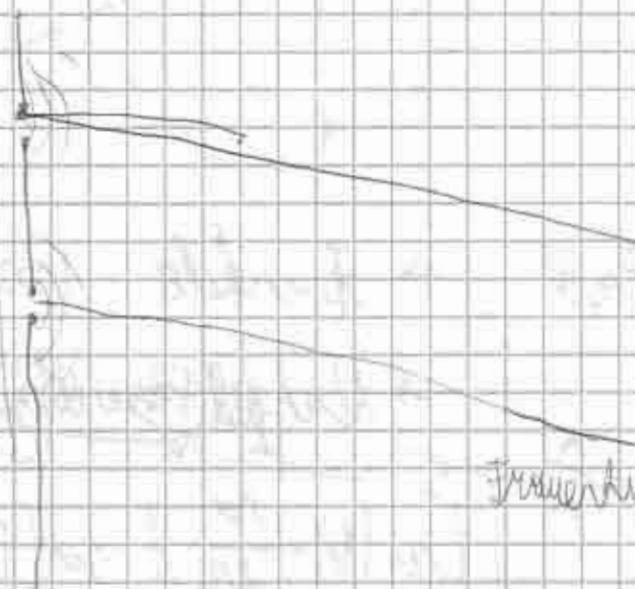
$$\theta_r = \arcsin\left(\frac{1.22 \lambda}{D}\right)$$

im Allgemeinen

$$\lambda \ll d$$

$$\theta_r = 1.22 \frac{\lambda}{d}$$

Doppelspalt



max
min

Fraunhofer-Ährung

$$I(\theta) = I_0 \sin^2(x)$$

$$= I_0 \left(\frac{\sin(x)}{x} \right)^2$$

$$\sin(x) = \frac{\sin(x)}{x}$$

$$x = \frac{\pi}{\lambda} d \sin(\theta)$$

$$\theta = 0$$

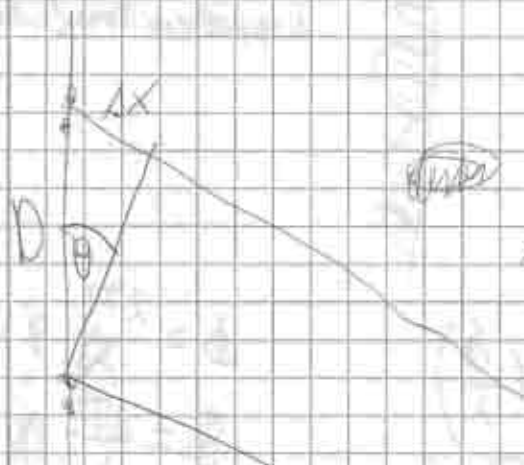
$$I = I_0 \frac{\sin(\theta)}{0} = I_0$$

in Einheitsvektor



Fraunhoferbeugung

Fourier-Transformation



$$\sin(\theta) = \frac{\Delta x}{D}$$

$$\text{Mittelpunkt: } \Delta x = n \cdot \lambda$$

$$\sin(\theta) = n \frac{\lambda}{D} \quad \text{Maximum}$$

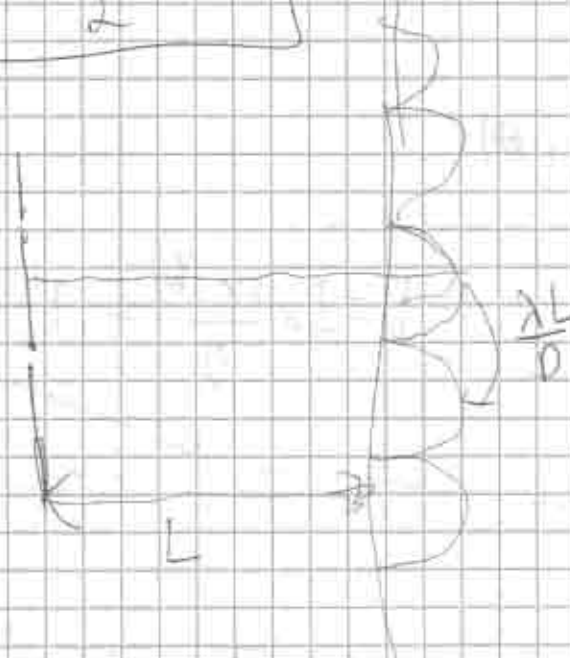
$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Beugungsgitter

Ann. $\Delta x = \frac{\lambda}{2} + n\lambda$

$$\Delta x = \frac{2n+1}{2} \lambda$$

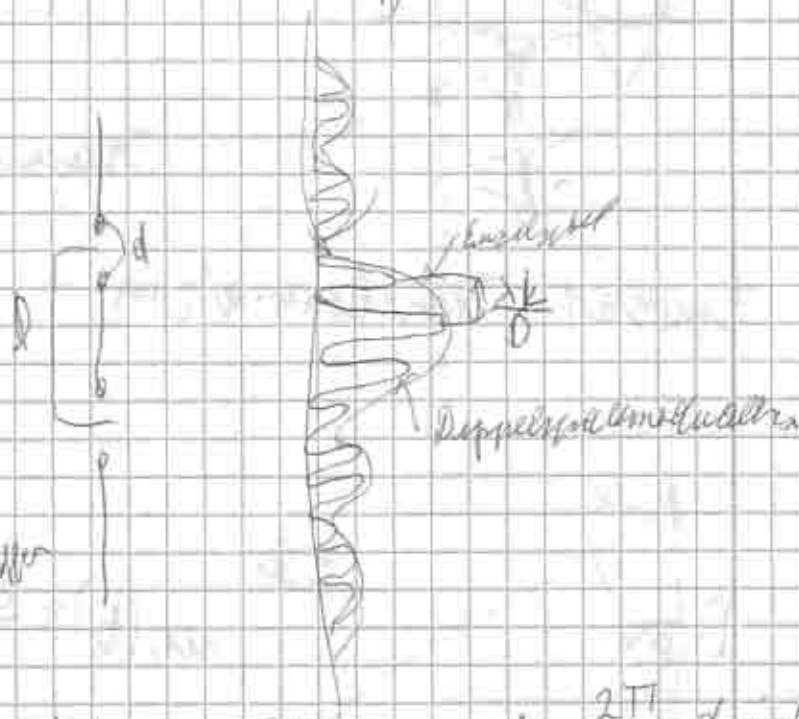
Minima



kleine θ

Abstand Max-Max $\Delta \theta = \frac{\lambda}{D}$

Spalte endlich breit



Immer bei $\theta = 0$ Spalte offen

$$I(\theta) = 4 I_0 \underbrace{\text{sinc}^2\left(\frac{\Phi}{2}\right)}_{\text{Einzelgitter}} \underbrace{\cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}_{\text{Doppeltgitter}}$$

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin(\theta)$$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} D \sin(\theta)$$

Wattenzellen

de Broglie

Wille-Teilchen Dualismus

de Broglie

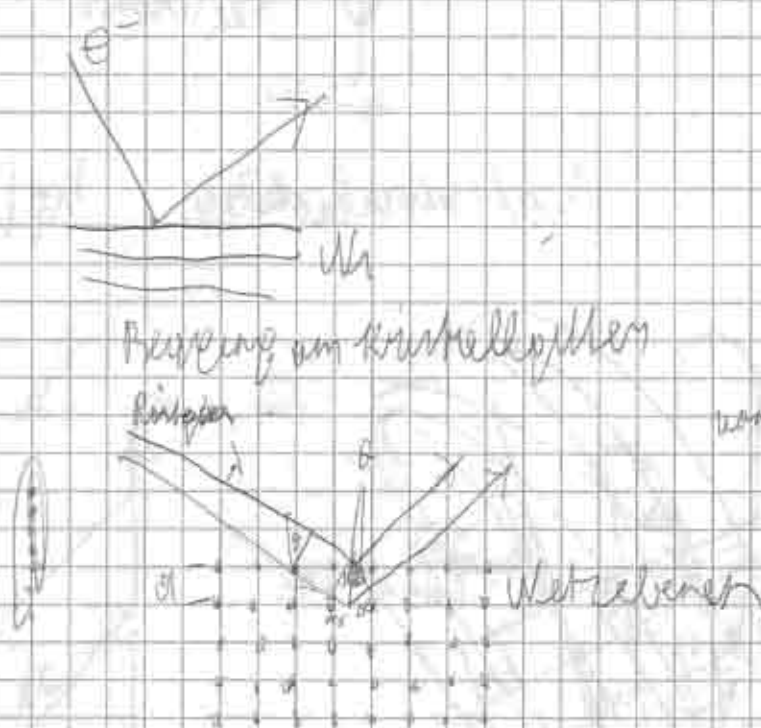
$$\lambda = \frac{h}{m v}$$

Plancks Wirkungsquantum

Welle Geschw.

$$\left. \begin{array}{l} E = h \nu \\ E = mc^2 \end{array} \right\} \nu = \frac{mc^2}{h}$$

Devison - Germer



von Max von Laue

Beugung am Gitter

$$2 \Delta x = n \lambda$$

$$2 a \sin(\theta) = n \lambda$$

Bragg'sche Bedingung

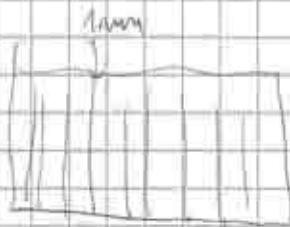
Wattenzellen, Ionen, Moleküle

C_{60} , C_{70} Fullerenmoleküle

Masse 720 u

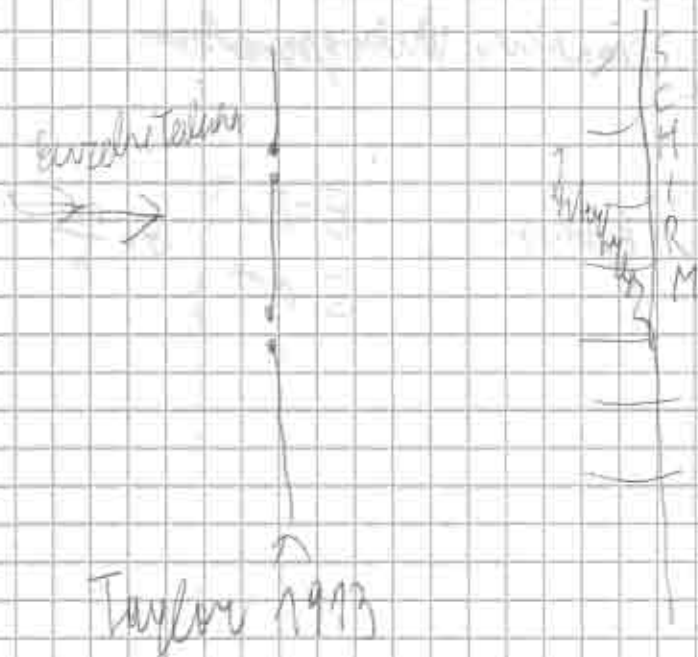
$$\Rightarrow \lambda = 10^{-35} \text{ m}$$

⑧



$$\Delta\theta \approx \frac{\lambda}{D} \sim 2 \cdot 10^{-5} \text{ rad}$$

$$L = 1 \text{ m} \quad \Delta x = 2 \cdot 10^{-5} \text{ m} = 20 \mu\text{m}$$



Taylor 1913

Wahrscheinlichkeitsmodell

ψ Wellenfkt.
komplex

Wahrscheinlichkeit $|\psi|^2$

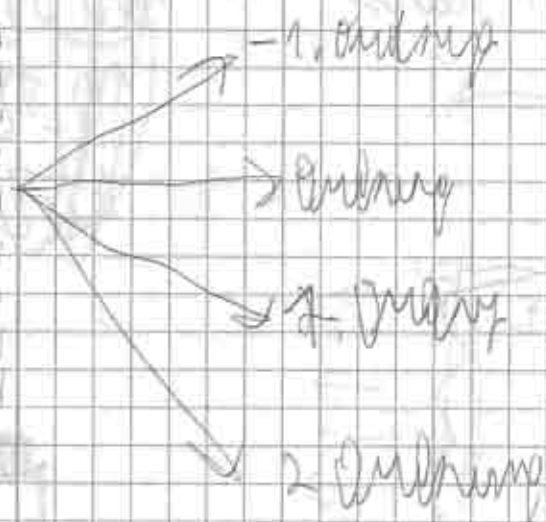
Gitter



N-1 Minima

N-2 Nebenmaxima

Gitteroptik



$$\sin(\theta) = n \frac{\lambda}{d}$$

d ... Gitterkonstante

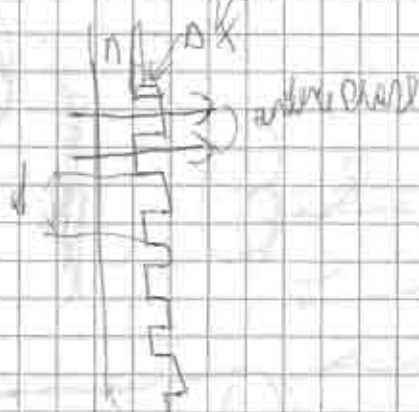
λ ... absolut bestimmbar

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} \approx \frac{1}{N n}$$

N ... Anzahl der Gitterelemente
 n ... Ordnung

Absolutmessungen
 Transmissionsgitter

Phasengitter



$$\Delta \varphi = 2\pi(n-1) \frac{\Delta x}{\lambda}$$

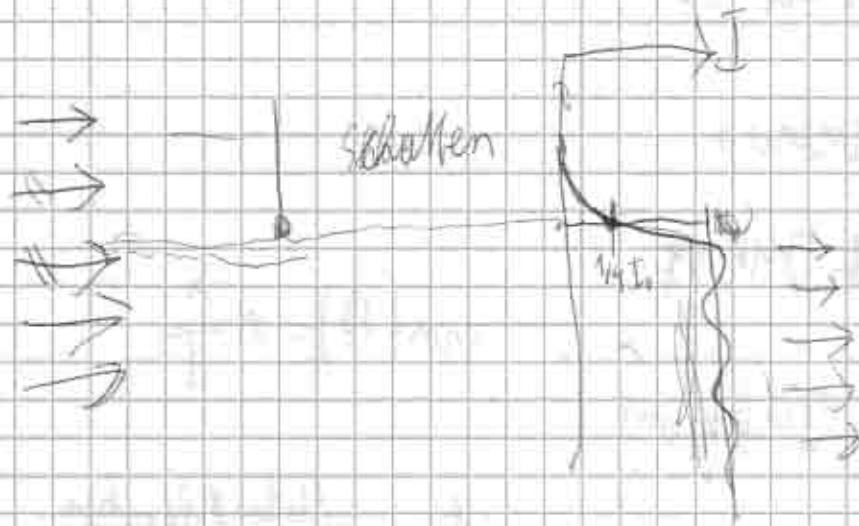
$$\sin(\theta) = n \frac{\lambda}{d}$$

Reflexionsgitter



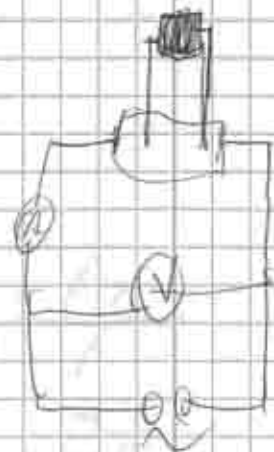
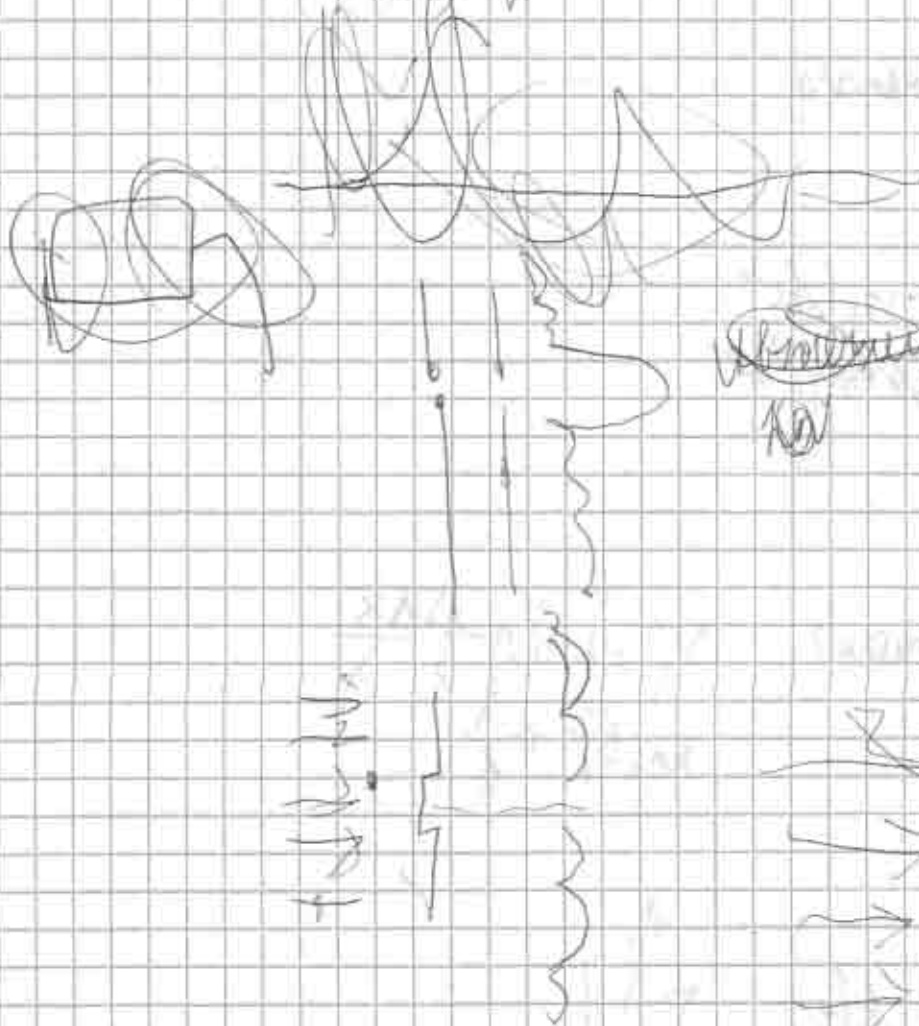
Fremdelektromagnetische Beeinträchtigung

an unbrochender Kante

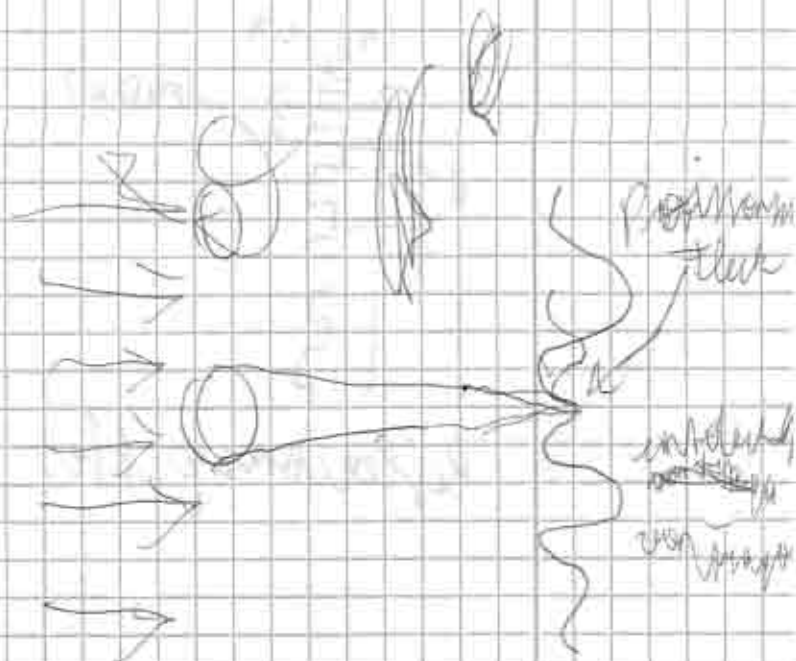


10.52
10.52
10.52

Berechnung der



~~Abstrakte~~ Abstrakte Interpretation



Maxwell-Gleichungen! → Anfang

2. ^{Prüfung} Differentialrechnung - Nennen "Eldröpfchen"

3. Coulombsches Gesetz $\leftrightarrow \text{div}(\vec{E}) = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

$\text{div}(\vec{B}) = 0 \rightarrow$ keine magnetische Monopole

④ 5. Kraft auf Einheitladung in Raumpunkt

Potenzielle Energie nur in konservativen Feld

grad = Steilheit

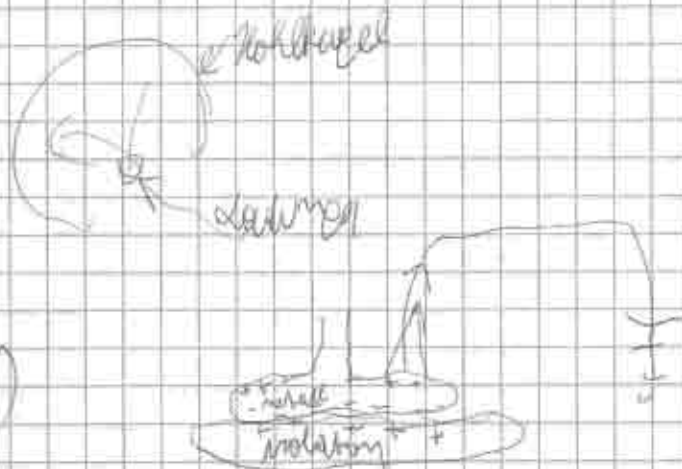
div = Quellstärke

rot = Wirbelstärke

~~grad~~

! elektrische Spannung Energiedifferenz pro Ladungseinheit

⑥ Influenz : leitende Oberfläche ist Äquipotentialfläche



Huygens-Zerfall $\rightarrow$ Zitterbewegung

! Lorentz-Transformation !

Linsenoptik - Spiegeloptik
Unterschied $\Rightarrow$ KELLER

Fermatsches Prinzip: Weg mit der kürzesten
Zeit (Minimierung) $\rightarrow$ kein
Weg mit der längsten
Zeit (Maximierung)
Huygens Prinzip: Elementarwellen

$$n = \frac{c_0}{c} \quad c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \epsilon_0 \mu_r \mu_0}}$$

$$n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} = \sqrt{\epsilon_r}$$

$\uparrow$ n_A $\uparrow$ abhängig von Frequenz

$f \uparrow \quad \epsilon_r \downarrow$

in Optik $\rightarrow$ Dispersion
Aufspaltung nach Wellenlänge

anomale Dispersion: Resonanz

optische Instrumente: Messgrößen des Strahlwinkels
Punktwinkel (Winkelbereich)
Fläche

Polarisation durch Reflexion

Halbkonzentration + Quanteneffekt

Gesamtenergiegehalt $\propto$ ~~zu~~ Volumen

Maximaler Wirkungsgrad: Flächen von Kondensator

Charakteristische Eigenschaften von Hetero:
 dirac-map
 para-map
 ferro-map

~~Maximaler Wirkungsgrad~~

komplexe Impedanz, Frequenzabhängigkeit
Phasenverschiebung



Differentialgleichung für elektr. harmonischen Oszillator

$$L\ddot{I} + R\dot{I} + \frac{1}{C}I = 0$$

Abbremsender Dipol $\rightarrow$ Abstrahlung vermindert

bei Kraftmessung keine Unterscheidung von B- und E-Feld

! Lichtstrahl

! Doppelspalt

Die Bragg'sche Wellen, Schrägungsgleichung

Maxwell-Gleichungen

$\text{div}(\vec{E}) = \frac{\rho}{\epsilon_0} \rightarrow$ freie Ladungen Quelle von E-Feld

$\text{div}(\vec{B}) = 0 \rightarrow$ MF quellfrei $\rightarrow$ keine mag. Monopole

$\text{rot}(\vec{B}) = \mu \vec{j} + \epsilon \mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ Maxwellscher Verschiebungsstrom

$\text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \rightarrow$ Wellengleichung

Lorentz-Kraft

$F = q(\vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B}))$

$\Delta B - \epsilon \mu \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = 0$
 $\Delta E - \epsilon \mu \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$ } elektromagnetische Wellen

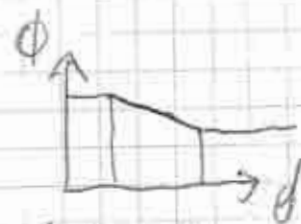
elektrische Spannung:

Energiedifferenz pro Ladungseinheit

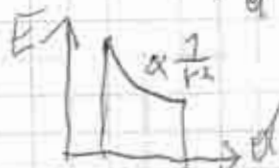
$U = \Phi_1 - \Phi_2$ $\Phi(P) = -\int_{P_1}^P \vec{E} \cdot d\vec{s}$

Kondensator:

Plattenkondensator



Kugelkondensator



Zylinderkondensator



Strom, Stromdichte

Strom = Ladung pro Zeit

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad [A]$$

Stromdichte = Ladung pro Flächeneinheit $\vec{j} = q\vec{v} \quad [A/m^2]$

$$I = \int_A \vec{j} \cdot d\vec{f}$$

Verlustleistung

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{P \cdot R_{\text{Leit}}}{U^2}$$

Hochspannung $\Rightarrow$ geringe Verluste

Fermi-Niveau (und Abhängigkeit von Temp.)



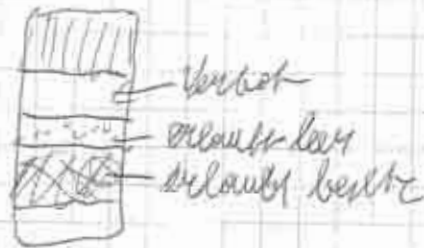
Isolation



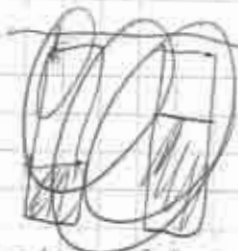
Halbleiter



Leiter



Vorkritischer

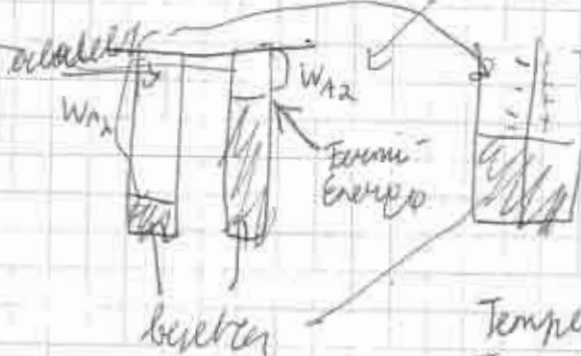


Wärmefähigkeit

$$\frac{\lambda}{\sigma} \approx kT$$

elektr. Leitfähigkeit

Wärmeleitfähigkeit



Leiter

$$U_{\text{Kont}} = \frac{W_{A1} - W_{A2}}{e}$$

Temperatur beeinflusst
Fermi-Energie nur schwach

Interpretation des maxwell'schen Verschiebungstroms

~~rot(B) = \mu \vec{j}~~ $\text{rot}(\vec{B}) = \mu \vec{j} + \mu \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

Verschiebungsstrom

$$\vec{j}_V = \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$I_V = \epsilon_0 A \frac{\partial E}{\partial t}$$

ermöglicht elektromagnetische Wellen
zeitlich veränderliche elektr. und
magnetische Felder erzeugen sich gegenseitig

Gedankenexperiment mit Kondensator

komplexe Impedanz

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{U_0}{I_0} e^{i\varphi} \quad Z \text{ ist zeitunabhängig}$$

$$|Z| = \frac{U_0}{I_0}$$

Blindwiderstand $\rightarrow \text{Im}(Z)$
Wirkwiderstand $\rightarrow \text{Re}(Z)$
 $= \tan(\varphi)$ Phasenverschiebung

$$Z_R = R$$

$$Z_C = -\frac{i}{\omega L}$$

$$Z_L = i\omega L$$

} Frequenzabhängig

Lichtuhr



Lichtstrahl braucht
Zeit um
Weg zurückzulegen



Ruhe

Heraflax

$$\Rightarrow \Delta t_B = \Delta t_R \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

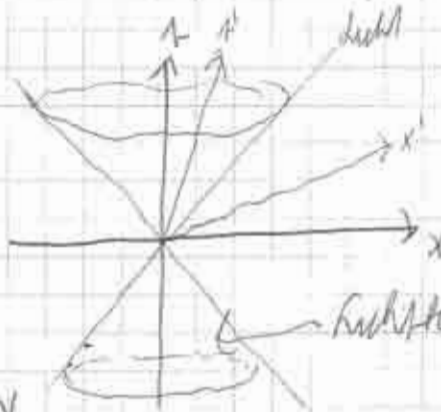
Zeitdilatation

bewegte Uhren laufen langsamer

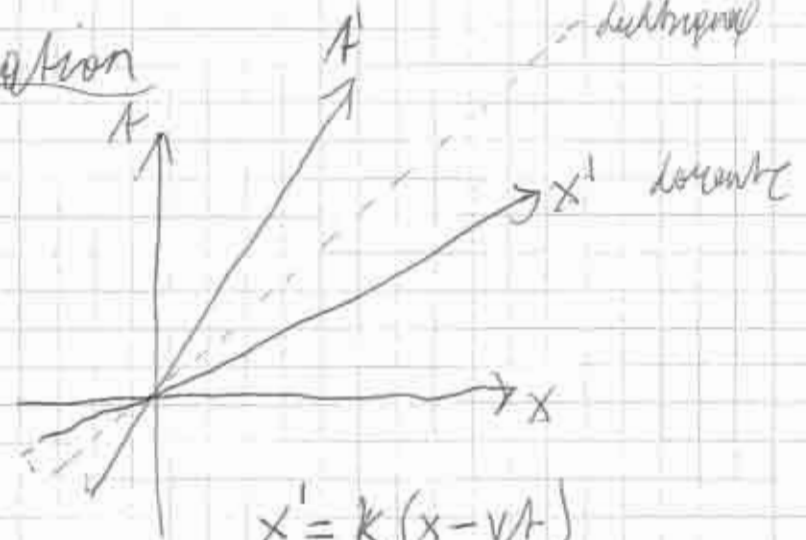
Lorentz-Transformation



$$K := \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$



$$w = \frac{u+v}{1 + \frac{uv}{c^2}}$$



$$x' = K(x - vt)$$

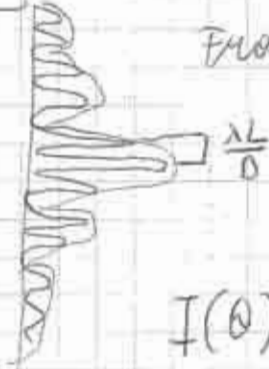
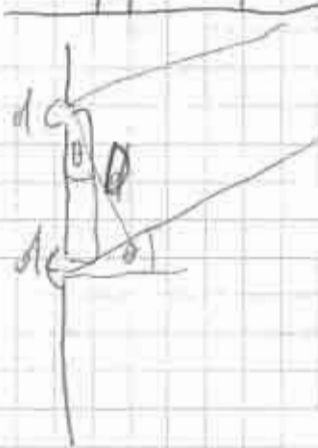
$$x = K(x' + vt')$$

$$t' = K\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)$$

$$t = K\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right)$$

um Info über Ereignisse im Kegel erhältlich

Doppelspalt



$$\sin(\theta) = n \frac{\lambda}{D} \text{ maximum-Minima}$$

$$\frac{\lambda}{D} \sim \Delta\theta \sim \Delta\alpha \text{ zu } \Delta\alpha$$

$$I(\theta) = I_0 \underbrace{\text{sinc}^2\left(\frac{\Phi}{2}\right)}_{\text{Einzelspalt}} \underbrace{\cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}_{\text{Doppelspalt}}$$

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin(\theta)$$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} D \sin(\theta)$$

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k}$$

Coulomb'sches Gesetz

elektrische Feldstärke: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$

elektrischer Fluß: $\Phi_E = \iint_A \vec{E} \cdot d\vec{f}$

Gauß'sches Gesetz: $\Phi_E = \frac{Q}{\epsilon_0}$

Ladungsdichte $\rho = \frac{\Delta Q}{\Delta V}$

elektrisches Potential $\Phi(r) = - \int_{r_0}^r \vec{E} \cdot d\vec{r}$

Spannung: $U = \Phi_1 - \Phi_2$

$\vec{E} = -\text{grad}(\Phi)$
↑
skalares Potential

Poisson-Gleichung: $\Delta\Phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$

Kapazität eines Kondensators: $C = \frac{Q}{U}$

Kraft im Plattenkondensator $|\vec{F}| = \frac{1}{2} Q |\vec{E}|$

Energiedichte des elektr. Feldes $w_{\text{el}} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$

Parallelschaltung von Kondensatoren $C = \sum_i C_i$

Serienschaltung von Kondensatoren $\frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}$

2

Elektrisches Dipolmoment $\vec{p} = q \cdot \vec{d}$ Gesamtdrehmoment $\vec{N} = \vec{p} \times \vec{E}_a$

$$\vec{E}_{\text{pol}} = -\frac{\vec{p}}{\epsilon_0} \quad \vec{E}_{\text{diel}} = \vec{E}_{\text{vac}} + \vec{E}_{\text{pol}} = \vec{E}_{\text{vac}} - \frac{\vec{p}}{\epsilon_0}$$

$$E_{\text{diel}} = \frac{1}{\epsilon_r} E_{\text{vac}}$$

Kontinuitätsgleichung $\frac{\delta q}{\delta t} + \text{div}(\vec{j}) = 0$ $\vec{j} = q \cdot \vec{v}$ $I = \vec{j} \cdot \vec{A}$ elektr. Leitfähigkeit $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ Integriertes ohm'sches Gesetz $U = R \cdot I$ 1. Kirchhoff Gesetz $\sum_k (\pm I_k) = 0$ 2. Kirchhoff Gesetz $\sum_k (\pm U_k) + \sum_l (\pm I_k) \cdot R_l = 0$ Differenzieller Widerstand $R = \frac{dU}{dI}$ Aufladen eines Kondensators $I = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}$
 $U = U_0 (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$ Serienschaltung von ohm'schen Widerstand $R_{\text{ges}} = \sum_i R_i$ Parallelschaltung von ohm'schen Widerstand $\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \sum_i \frac{1}{R_i}$

FORMELN



Innenwiderstand $U_{kl} = \frac{U_0}{1 + \frac{R_i}{R_v}}$
 U_0 = Nennspannung, R_i = Innenwiderstand, R_v = Verbraucher-Widerstand

elektr. Leistung $P = U \cdot I = I^2 R = \frac{U^2}{R}$

Verbrauch von Leistung in Leitung $\frac{\Delta P}{P} = \frac{P \cdot R_{Leit}}{U^2}$

Stromleitung in Festkörpern $\sigma = \frac{\sigma_0}{1 + \alpha T + \beta T^2}$
 $\beta \ll \alpha$

Wärmeleitfähigkeit λ
 elektr. Leitfähigkeit $\sigma = \alpha \cdot \lambda \cdot T$

1. Faraday-Gesetz $m = I \cdot t \cdot K_F$

2. Faraday-Gesetz $K_F = \frac{M}{z \cdot e}$

elektr. Leitfähigkeit in Elektrolyten $j = \sigma E$
 $\sigma = n q U_K$ (Ionenbeweglichkeit), U_K = Ionenbeweglichkeit

Magnetfeld $|\vec{B}| = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r}$

magnetische Spannung $V_m = \frac{1}{\mu_0} \int_{P_1}^{P_2} \vec{B} \cdot d\vec{r}$

Ampere'sches Gesetz $V_m = I$

magnetischer Fluss $\Phi_m = \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{f}$

Vektorpotential $\vec{A}$ $\vec{B} = \text{rot}(\vec{A})$

zylindrischer Leiter
 innen $B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I r}{r_0^2}$
 außen $B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r}$

Magnetisches Dipolmoment:
Stromschleife $\vec{p}_m = I \vec{A}$

$$\vec{B} = \frac{\mu \vec{p}_m}{r^2}$$

Spule $|\vec{B}| = \mu \cdot n \cdot I = \mu \frac{N \cdot I}{l}$

Lorentz-Kraft $\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B})$ prob
 $\vec{F} = q (\vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B}))$

Kraft auf Leiter in MF $d\vec{F} = I (d\vec{L} \times \vec{B})$

Faraday'sches Induktionsgesetz $U_{\text{ind}} = - \frac{d\Phi_m}{dt}$

$$\Phi_m^{(a)} - \Phi_m^{(e)} = \int_{t_a}^{t_e} U_{\text{ind}} dt$$

$\vec{B}$, $U_{\text{ind}} = l \cdot v \cdot B$

$$\text{rot}(\vec{E}) = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{div}(\vec{B}) = 0$$

$$\text{div}(\vec{E}) = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\text{rot}(\vec{B}) = \mu \vec{j} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Maxwell'sche Verschiebungsstrom

$$U_{\text{ind}} = -L \frac{dI}{dt}$$

$$L = \mu_0 n^2 A l$$

Ind

Maxwell-Gleichungen

Induktivität

FORMELN

5

$$W = \frac{1}{2} L I_0^2 \quad \text{Energie der Spule}$$

$$I = I_0 e^{-\frac{t}{L/R}} \quad \text{Ausschalten einer Spule}$$

$$W = \frac{1}{2} \left(\epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right) \quad \text{Gesamtenenergie-dichte}$$

$$\vec{p}_m = I \vec{A} \quad \text{magn. Dipolmoment}$$

$$\vec{p}_m = \frac{q}{2} R^2 \vec{\omega} \quad \text{magn. Dipolmoment des Kreisstroms}$$

$$\vec{p}_m = \frac{q}{2m} (\vec{L}) \quad \text{Drehimpuls eines Teilchens}$$

$$\mu_B = \frac{e}{2m_e} \hbar \quad \text{Bohr'sches Magneton}$$

$$\text{div}(\vec{D}) = \rho$$

$$\text{div}(\vec{B}) = 0$$

$$\text{rot}(\vec{H}) = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} \frac{I}{r} \quad \text{Gerade Leiter}$$

$$|\vec{B}| = \mu_0 \mu_r n I \quad \text{Spule}$$

$$|\vec{F}| = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{d} l \quad \text{Laplace-Ref.}$$

$$L = \mu_0 \mu_r n^2 A l \quad \text{Selbstinduktivität einer Spule}$$

$$U = U_0 \cos(\omega t) \quad \text{Wechselspannung}$$

$$I = I_0 \cos(\omega t - \varphi) \quad \text{Wechselstrom}$$

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi}$$

Frequenz

$$P = U_0 I_0 \cos(\omega t) \cos(\omega t - \varphi) \quad \text{Momentanleistung}$$

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} U_0 I_0 \cos(\varphi) \quad \text{Wirkleistung}$$

$$Q = \frac{1}{2} U_0 I_0 \sin(\varphi) \quad \text{Blindleistung}$$

$$S = \frac{1}{2} U_0 I_0 \quad \text{Scheinleistung}$$

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}; \quad I_{\text{eff}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad \text{Effektivwerte} \quad \Rightarrow \langle P \rangle = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \quad \text{für } \varphi = 0$$

$$\frac{U_2}{U_1} = - \frac{N_2}{N_1} \quad \text{Transformator}$$

$$U = Z \cdot I$$

↳ komplexe Impedanz

$$Z_R = R \quad \text{ohmscher Widerstand}$$

$$Z_L = i\omega L \quad \text{induktiver Widerstand}$$

$$Z_C = -\frac{i}{\omega C} \quad \text{kapazitiver Widerstand}$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{Resonanz}$$

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{dI}{dt} R + \frac{I}{C} = 0 \quad \text{gedämpfte Schwingung}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$$\frac{R}{2L} < \omega_0 \quad \Rightarrow \quad \text{schwache Dämpfung}$$

$$I = I_0 e^{-\gamma t} e^{i\omega t}$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{R^2}{4L^2}}$$

$$\gamma = \frac{R}{2L}$$

$$\frac{R}{2L} > \omega_0 \quad \Rightarrow \quad \text{starke Dämpfung}$$

$$I = I_0 e^{-\gamma t} (e^{\alpha t} + e^{-\alpha t}) \quad \alpha = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$$



$$\Delta U - \frac{1}{v_{ph}} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0 \quad \text{Wellengleichung}$$

$$\Delta \vec{B} - \epsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0 \quad \Delta \vec{E} - \epsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

für elektromagnetische Wellen

$$v_{ph} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} \cdot c_0$$

$$t_B = t_R \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \text{Zeitdilatation}$$

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$l_B = l_R \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \text{Längenkontraktion}$$

$$t = K \left(t' + \frac{v}{c^2} x' \right)$$

Lorentz-Transformation

$$t' = K \left(t - \frac{v}{c^2} x \right)$$

$$w = \frac{u + v}{1 + \frac{uv}{c^2}}$$

Geschwindigkeitsaddition

$$m = \frac{m_R}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Dynamische Masse

$$\Delta m c^2 = E_{kin}$$

$$E_R = m_R c^2$$

$$W = \hbar \omega - W_0$$

↳ Austrittsarbeit
(Materialabhängigkeit)

Energie von Photonen

$$E = h \nu$$

$$\Theta_{EW} = \Theta_{RVS}$$

Reflexion

$$n_1 \sin(\Theta_1) = n_2 \sin(\Theta_2) \quad \text{Brechungsgesetz}$$

$$n_1 c_1 = n_2 c_2 \quad \text{Lichtgeschw. in Medien}$$

$$\sin(\Theta_{\text{Grenz}}) = \frac{n_2}{n_1}$$

Grenzwinkel für Totalreflexion

$$n_2 > n_1$$

$$c = \lambda \nu$$

$$E = h \omega$$

$$\vec{p} = h \vec{k}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ Wellenzahl}$$

$$I = I_0 \cos^2(\theta) \quad \text{Intensität nach Polarisation}$$

$$\tan(\theta) = \frac{E_{0y}}{E_{0x}} \quad \text{Polarisationswinkel}$$

$$\tan(\theta_B) = \frac{n_1}{n_2} \quad \text{Winkel für Polarisation durch Reflexion}$$

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{g} = \frac{1}{f} \quad \text{Spiegel / Linsen - Gleichung}$$

$$\left| \frac{B}{G} \right| = \frac{b}{g} = V \quad \text{Vergrößerung}$$

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad \text{Linsengleichung}$$

$\uparrow$ $\uparrow$
 vordere $\uparrow$ hintere
 Krümmung $\uparrow$ Krümmung

$$\frac{1}{f_{\text{ges}}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} \quad (w d < f) \quad \text{2 Linsen}$$

$$E = \frac{G}{B}$$

Schwund

$$v_L = \frac{G_v}{B}$$

$$R = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2 \quad \text{Reflexionskraft} \quad \text{II}$$

$$I = A_0^2 \quad \text{Intensität}$$

FORMELN



$$\sin(\theta) = \frac{\lambda}{d} n \quad \text{Minimum bei Einzelspalt}$$

$$\theta_R = \sin^{-1}\left(\frac{\lambda}{d}\right) \quad \text{Winkelauflösung}$$

$$I = I_0 \left(\frac{\sin(\frac{\pi x}{\lambda})}{x} \right)^2 \quad x = \frac{\pi}{\lambda} d \sin(\theta) \quad \text{Intensität bei Einzelspalt}$$

$$\sin(\theta) = n \frac{\lambda}{D} \quad \text{Maximum bei Doppelspalt}$$

$$I = 4 I_0 \underbrace{\text{sinc}^2\left(\frac{\Phi}{2}\right)}_{\text{Einzelspalt}} \underbrace{\cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}_{\text{Doppelspalt}}$$

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin(\theta)$$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} D \sin(\theta)$$

Intensität
bei Doppelspalt

$$\lambda = \frac{h}{m v} \quad \text{De Broglie - Wellenlänge}$$

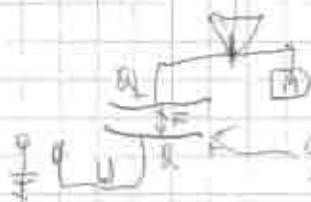
$$\sin(\theta) = n \frac{\lambda}{\theta} \quad \text{Gitterbeugung Maximum}$$

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{1}{N n} \quad \text{Auflösungsvermögen}$$

1. Messung elektrischer Ladung, Elektrometer

zwei Ladungstypen +, -

Ladungserzeugung = Ladungstrennung



Spannung an Platte

Wasser mit Kraft gezwungen Ladungen

2. Bestimmung der elektrischen Elementarladung

Milliken-Versuch

Öltröpfchen in elektrischen Feld $\rightarrow$ Bewegung $\rightarrow$
 $\rightarrow$ Vielfaches von einer Elementarladung

3. Coulombsches Gesetz

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \quad \Leftrightarrow \quad \text{div}(\vec{E}) = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

4. Expr. Nachweis des Coulombschen Gesetz

Geladene Stäbe

5. Definition der elektrischen Feldstärke

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

~~Wird eine Kraft aus~~
Kraft auf Probeladung q im ~~elektrischen~~ ^{Raumpunkt im}
Feld einer anderen Ladung

6. Skalares Potential und elektrische Spannung

Potentielle Energie $V = \int_{P_0}^P \vec{F} \cdot d\vec{r}$

Elektrische Potential: $\Phi = - \int_{P_0}^P \vec{E} \cdot d\vec{r}$

$\vec{E} = -\text{grad}(\Phi)$
↑
skalares Potential

~~Spannung $U = \Phi_1 - \Phi_2$~~

Spannung $U = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \stackrel{!}{=} \text{Potentialdifferenz pro Ladungseinheit}$
Energiedifferenz pro Ladungseinheit

7. Zusammenhang von stat. elektrischen Feldstärke und skalarem Potential

$$\vec{E} = -\text{grad}(\Phi)$$

8. Grundgleichungen der Elektrostatik (Poisson, Laplace)

$\Delta \Phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$ Poisson

$\Delta \Phi = 0$ Laplace
im ladungsfreien Raum

9. Influenz

leitende Oberfläche ist Äquipotentialfläche

Ladung in der Nähe $\Rightarrow$ Ladungen auf Fläche wandern um dies auszugleichen $\Rightarrow$ Ladungsverteilung auf Fläche

10. Wirkungsweise des Van de Graaf Generators

① leitende Hohlkugel $\Rightarrow$ Innenraumfeldfrei
Hohlkörper

② Ladungen in Innenraum gebracht $\rightarrow$ lagern sich an dem Körper ab $\rightarrow$ fast unbegrenzte Ladungssteigerung

11. Wirkungsweise des Elektrophors

Isolator wird geladen; Leiter in die Nähe gebracht, Ladungsverteilung am Leiter, eine Ladungsart wird abgeleitet

12. Faraday-Käfig

leitender Hohlkörper $\rightarrow$ Innenraum Feldfrei

$\downarrow$ (Feld durch Influenz kompensiert)
leitende Oberfläche Äquipotential

13. Der Kondensator

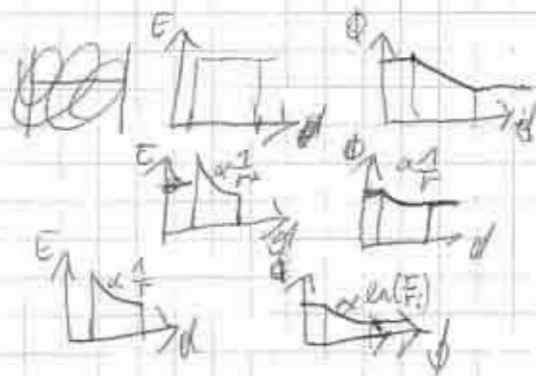


parallel
geladene Platten
mit elektrischem Feld
dazwischen

Plattenkondensator: Feld homogen

Kugelkondensator: Feld $\propto \frac{1}{r^2}$ fallend

Zylinderkondensator: Feld $\propto \frac{1}{r}$ fallend



14. Def. der Kapazität eines Kondensators

$$C = \frac{Q}{U} \quad [C] = [\text{Farad}]$$

Platten $C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$

Kugel $C = 4\pi\epsilon_0 \cdot \frac{r_A r_i}{r_A - r_i} = 4\pi\epsilon_0 \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_A} \right)$

Zylinder $C = 2\pi\epsilon_0 \frac{L}{\ln\left(\frac{r_A}{r_i}\right)}$

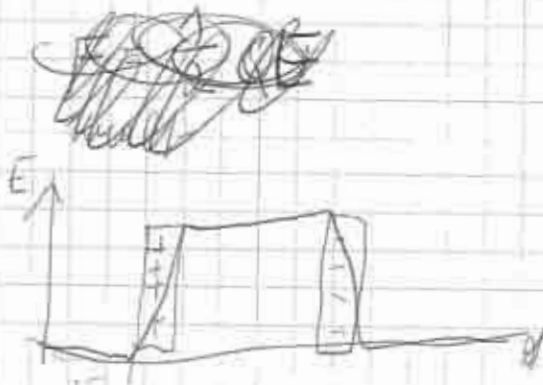
15. Kapazität eines Plattenkondensators, Abhängigkeit von Plattenabstand

$$\frac{U}{d} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

$$C = \frac{Q}{U} = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

Abstand kleiner $\Rightarrow$ Kapazität größer $\Rightarrow$ Gefahr der Überschlagsspannung

17. ~~Kraft~~ ~~zwischen~~ ~~Kondensatorplatten~~, absolute Elektrizität



$$W_E = \frac{1}{2} C U^2$$

benutzte Kraft

einheiten für 1"

Feld steht in Platten

Feld geht von Platten in beide Richtungen und kompensiert

18. ~~Wirkung~~ ~~Kraft~~ ~~zwischen~~ ~~Kondensatorplatten~~, absolute Elektrizität

$$F = \frac{1}{2} Q E$$

Anziehung wegen Ladung

Wirkung mit Kraft - wirkt Platten

18. Serienschaltung, Parallelschaltung von Kondensatoren

Parallel $C_{\text{ges}} = \sum C_i$

Spannung gleich

Serie $\frac{1}{C_{\text{ges}}} = \sum \frac{1}{C_i}$

Ladung gleich

19. Elektrische Eigenschaften von Materie, dielektrische Polarisation

Ausrichtung von elektr. Dipolen

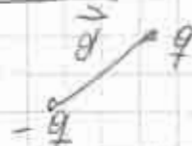
E-Feld erzeugt Gegenfeld in Materie, welches das Gesamtfeld schwächt

Dipole können induziert werden

$$\vec{E}_{\text{tot}} = - \frac{\vec{p}}{\epsilon_0}$$

20. Elektrisches Dipolmoment

$$\vec{p} = q \vec{d} \quad \text{elektr. Dipolmoment}$$



Drehmoment
auf Dipol
in Feld

$$\vec{N} = Q \vec{d} \times \vec{E} = \vec{p} \times \vec{E}$$

keine Drehung mehr wenn parallel zu Feld
→ Gleichgewicht

21. Definition des dielektrischen Verschiebung

$$\vec{E}_{\text{diel}} = \frac{1}{\epsilon_r} \vec{E}_{\text{vac}}$$

$$\vec{p} \propto \vec{E}_{\text{diel}}$$

$$\vec{E}_{\text{diel}} = \vec{E}_{\text{vac}} - \frac{\vec{P}}{\epsilon_0}$$

~~Wasser Verschiebung~~

Schwächung des Gesamtfeldes durch Gegenfeld der
dielektr. Dipole

Dielektrikum $\epsilon \downarrow$ CT

$$\vec{D} \equiv \epsilon_0 \vec{E}_{\text{vac}}$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

dielektrische Verschiebung (mit durch freie Ladungen)

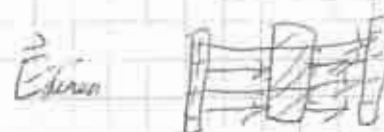
die $(\vec{D}) \neq 0$

ϵ_r nicht konstant er!

22. E und D-Linien an Grenzflächen: Stetigkeitsbedingungen, Brechung

$$\vec{D}_{11} = \vec{D}_{12}$$

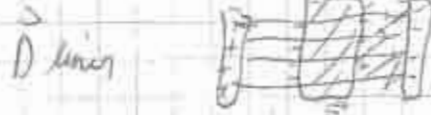
$$\vec{E}_{12} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \vec{E}_{11}$$



an Grenzflächen keine freien Ladungen

$$\vec{D}_{12} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \vec{D}_{11}$$

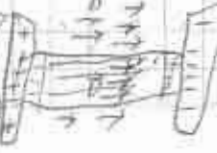
$$\vec{E}_{11} = \vec{E}_{12}$$



D-Feld ist quelfrei

Brechung!

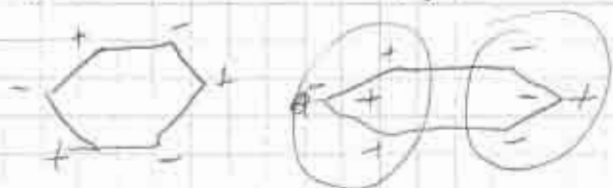
$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{D_{11}}{D_{12}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$$



23. Piezo-Effekt

ϵ_r - nicht konstant $\Rightarrow \epsilon_r$ - Tensor

bei Kristallen reversibler Prozess



Deformation $\leftrightarrow$ elektr. Dipolmoment

25. Elektrischer Strom, Stromstärke, Stromdichte

bewegte Ladungen

mit magnetischen Feld, moving charges

sind Quellen des magnetischen Felds

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad \text{Ladung pro Zeit}$$

Amperes

$\vec{j}$ = Stromstärke pro Querschnitt
Querschnitt A

$$[\vec{j}] = [A/m^2]$$

$$I = \oint_A \vec{j} \cdot d\vec{f}$$

mit $\vec{E}$ (Ladungsdichte)
 $\vec{j} = \sigma \vec{E}$

26. Elektrischer Widerstand, Ohmsches Gesetz, spezif. Leitfähigkeit

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad \text{ohmsches Gesetz}$$

$$\hookrightarrow [\sigma] = [S/m]$$

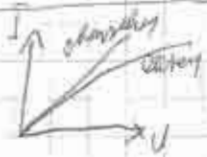
$$U = \frac{L}{\sigma A} \cdot I = \boxed{RI = U}$$

Leitfähigkeit

Integral ohmsches Gesetz

27. Nichtlineare Widerstände, differentieller Widerstand

$$R_D = \frac{dU}{dI}$$



Gründe: Erwärmung durch Strom

alle Widerstände sind nicht linear
können aber in gewissen Bereich $\frac{dU}{dI}$ $\frac{dI}{dU}$ betrachtet werden

28. Serienschaltung, -Parallelschaltung von Widerständen, Kapazitäten, Induktivitäten

	Serie	Parallel
R	$R = \sum R_i$	$\frac{1}{R_0} = \sum \frac{1}{R_i}$
L	$L = \sum L_i$	$\frac{1}{L_0} = \sum \frac{1}{L_i}$
C	$\frac{1}{C_0} = \sum \frac{1}{C_i}$	$C = \sum C_i$

Wheatstone-Bridge



29. Gleichstromnetzwerke, Kirchhoffsche Regeln, Spannungsteiler

Knotenregel: $\sum_K (\pm I_k) = 0$

Schleifenregel: $\sum_K (\pm U_k) + \sum_l (\pm I_k) R_l = 0$



Spannungsteiler

Laden von Kondensator

$$I = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$U = U_0 (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

30. Messung von elektrischen Spannungen und Strömen

Ampereometer $\rightarrow$ kleiner Innenwiderstand $\rightarrow$ Serie

Voltmeter $\rightarrow$ großer Innenwiderstand $\rightarrow$ Parallel

31. Stromleistung, Joule'sches Gesetz, Hochspannungsferritkern

$$W = q U$$

von q geleistete Arbeit
in E-Feld

Annahme ungeschalteter Ladungen

Arbeit $\rightarrow$ thermische Energie
($E_{kin} \propto k_B T$)

$$P = U I$$

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{P \cdot R_{Leit}}{U^2}$$

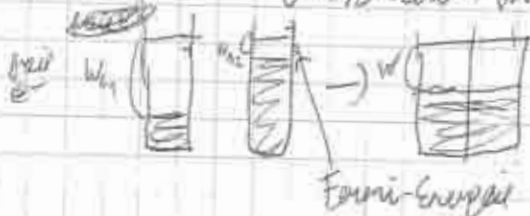
$\Downarrow$
Verluste (Wärme) $\rightarrow$
Verluste (Wärme)



32) Kontaktspannung, Fermi-Energie, Kontaktspannungsskizze

$$U_{\text{Kontakt}} = \frac{W_{A1} - W_{A2}}{e}$$

Entsteht bei verschiedenen Metallen



Fermi-Energie

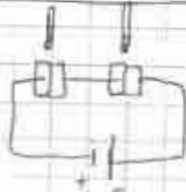
Energie für Elektronen
von elektr. Feld

in edlerer Metalle negativ

Rb - K - Na - Li - Pb - Fe - Cu - Ag - Au

sind von T abhängig
Wärmefähigkeit $\frac{\lambda}{\sigma} = \theta T$
Elektronen

33) Peltier-Effekt



bei Stromfluss
Temperaturunterschied + genaue Kühlung

Gegenteil: Seebeck-Effekt

34) Faraday Gesetze

$$I \cdot t \cdot K_F = m$$

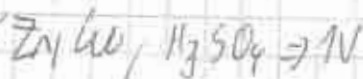
$$K_F = \frac{\mu}{z \cdot e}$$

Masse durch Transport in Ionenleiter

Leitfähigkeit im Fließrohr $\sigma \uparrow \Rightarrow T \uparrow \Rightarrow n \uparrow$

35) Galvanische Zelle, Elektrodenpotential, galvanische Spannungsreihe

bei Lösung bleiben neg. Ladung an Elektrode
positive wandern zur anderen $\Rightarrow$ Spannung



Verhalten bzgl.
Löslichkeit
edlerer Metalle positiv

36. Ionisation von Gasen (thermisch, Photoionisation, Stoßionisation)

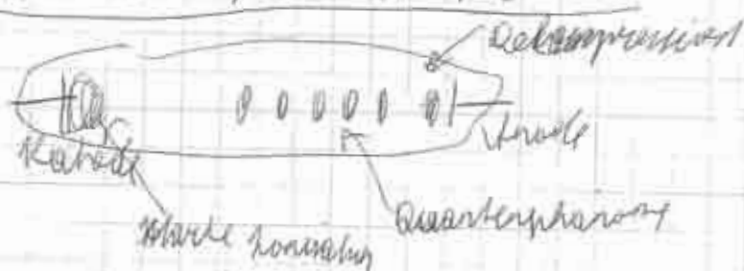
Gase $\rightarrow$ gemischte Leiter (e^- , pos Ionen, neg Ionen) = Plasma

thermisch $\rightarrow$ hohe Spannung (Schmelzlichtbogen)

Photoionisation $\rightarrow$ UV-Licht

Stoßionisation (Hauptmechanismus!) $\rightarrow$ Funken (kurz, starker Strom)
Bogen (länger, starker Strom)
Glimmentladung (wenig Strom, geringer Druck)

37. Geostet Versuch



38. Magnetfeld eines dünnen geraden Stromleiters

$V_m = I$ Amperisches Gesetz

Ma

$$|\vec{B}| = \frac{\mu}{2\pi} \frac{I}{r} \quad \text{außerhalb} \quad V_m = \frac{1}{\mu_0} \int_{P_1}^{P_2} \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

$$|\vec{B}| = \frac{\mu}{2\pi} \frac{I}{r} \quad \text{innerhalb}$$

$$[B] = [T/m]$$

$$[V_m] = [A]$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e}_\phi$$

amperes

39. Quelfreiheit des Magnetfelds, Vektorpotential

$\text{div}(\vec{B})=0$ ergibt keine magnetischen Monopole, $\text{rot}(\vec{A}) = \vec{B}$

$\vec{A}$ Vektorpotential
nicht eindeutig, $\text{div}(\vec{A})=0$

$\Delta \vec{A} = -\mu_0 \vec{j}$ Poisson $\Delta \Phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$
 $\Delta \vec{A} = 0$ Laplace $\Delta \Phi = 0$

40. Grundgleichung der Magnetostatik (Poisson, Laplace)

$\Delta \vec{A} = -\mu_0 \vec{j}$ $\Delta \vec{A} = 0$
 $\hat{=}$ Poisson $\hat{=}$ Laplace

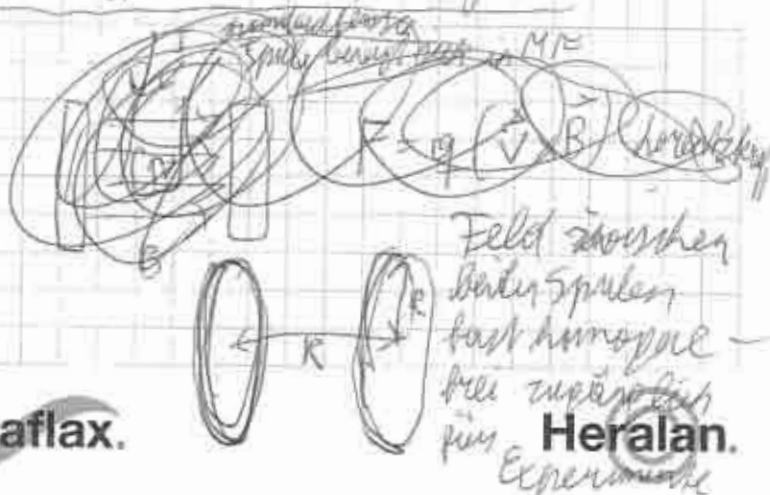
41. Biot-Savart-Gesetz

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(z^2 + R^2)^{3/2}}$$

42. Magnetfeld einer Spule, Helmholtz-Spulenpaar

$$|\vec{B}| = \mu_0 n I$$

$\downarrow$
 $\frac{N}{L}$



43. Lorentz-Kraft, exp. Demonstration mit Hilfe des Federstahlzuges

$$\vec{F} = q(\vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B}))$$

Bewegung senkrecht zu $\vec{B}$ -feld



$$d\vec{F} = I(d\vec{L} \times \vec{B})$$

44. Ampere'sches Kraftgesetz

$$F = I_1 I_2 \frac{\mu_0}{d} \frac{L}{2\pi}$$



interaktionale Ampere-Definition

zwei Stromdurchflossene Leiter

45. Def der Stromstärke Ampere

zwischen 2 Stromdurchflossenen Leitern mit je 1A im Abstand von 1m
und der Länge 1m $\Rightarrow$ Ampere'sches Kraftgesetz
 $2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$

46. Induktionsgesetz

$$U_{\text{ind}} = - \frac{d\Phi_m}{dt} \leftarrow \text{Magnetischer Fluss durch geschlossene Kurve eines Leiters nimmt}$$

$$U_{\text{ind}} = L \cdot \dot{I}$$

U & Richtung des Magnetfeldes relativ zum Leiter

47. Lenz'sche Regel (Wickelsprachene, Thompsonsche Regel)

Bei induzierter Spannung führt zu einer Gegenrichtung der induzierten Vorgangs

Strom durch MP in Rohr induziert $\rightarrow$

- Bremswirkung ohne Reibung (Kontaktfreiheit)

Heracflax

aber mit Erhitzung

48. Gegenseitige Induktion, Selbstinduktion

(1) Feldspule $\leftrightarrow$ Spulentransformspule
erzeugt Feld in durch diese V. induziert

$$U_{\text{ind}}^{(2)} = -L_{12} \frac{dI^{(1)}}{dt}$$

$$\Phi_m^{(2)} = L_{12} I^{(1)}$$

↑
Gegenseitinduktivität

$$L_{12} = \mu n^{(1)} n^{(2)} A \cdot l$$

bei zwei Spulen ineinander

$$\Phi_m = L I$$

Selbstinduktivität $L = \mu_0 n^2 A l$

Spulenlänge

Aufladen $I = I_0 e^{-\frac{t}{L/R}}$

49. Energiegehalt einer Spule

$$W_m = \frac{1}{2} L I_0^2$$

ähnlich einer Kondensator

$$W_m = \frac{1}{2} \left(\epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right) \text{ Gesamtennergieinhalt}$$

50. Physikalische Bedeutung des Maxwell'schen Verschiebungsstroms

$$\text{rot}(\vec{B}) = \mu \vec{j} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

~~Veränderung des~~
Veränderungsstrom

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

$$\text{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j}$$

$$I_v = \epsilon_0 A \frac{\partial E}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \vec{j} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Verschiebungsstromdichte

ermöglicht elektromagnetische Wellen

zeitlich veränderlich

elektr. und magnetische Felder erzeugen sich gegenseitig

Leidentkugelexperiment mit Fläche durch Kondensator

51. Physikalische Interpretation der Maxwellgleichungen

$$\operatorname{div}(\vec{E}) = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \text{Quellstärke}^{\text{E-Feld}} = \text{Ladungsdichte von } \vec{E}$$

$$\operatorname{div}(\vec{B}) = 0 \quad \text{Quellfreies Magnetfeld} \Leftrightarrow \text{keine magnetischen Monopole}$$

$$\operatorname{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \text{Maxwell'scher Verschiebungstrom} \rightarrow \text{Wellen}$$

$$\operatorname{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

beschreiben die Elektrodynamik vollständig

52. Magnetischen Eigenschaften von Materie

Magnetische Dipole

Elementarmagnete induziert
Mikroströme entgegen aus
 $\Rightarrow$ schwaches Feld

Wird immer auf, während kuppeln die anderen Effekte durch

diat-Magnetismus: ~~paramagnetisch~~ ^{paramagnetisch}

para-Magnetismus $\rightarrow$ Elementarmagnete
neude ausgerichtet
 $\rightarrow$ stärkeres Feld

ferro-Magnetismus
Weiß'sche Bereiche richten sich aus $\rightarrow$ enorme
Stärkung
des Feldes
Temperatur zusammenbrechen

53. Magnetisches Dipolmoment

$$\vec{p}_m = I \vec{A} \quad \rightarrow \quad \vec{\tau} = I \vec{L} \times \vec{B}$$

Drehmoment auf Dipol (Drehachse)

$$\vec{p}_m = \frac{q}{2} R^2 \vec{\omega} \quad \text{Kreistrom} \quad \vec{p}_m = \frac{q}{2m} \vec{L}$$

durch Drehimpulsquantisierung

$$\mu_B = \frac{e}{2m_e} \hbar$$

$\uparrow$
Bohr'sches Magnetikum
 e^- auf stabiler Bahnen

54. Def der magnetischen Feldstärke

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}_{\text{vac}}}{\mu} = \frac{B_{\text{vac}}}{\mu_0}$$

$\vec{H}$ erzeugt $\vec{H}$ -Feld
durch d. freiestrom

$\mu = \mu_0 \mu_r$ Magnet permeabilität

$$[\vec{H}] = \left[\frac{A}{m} \right]$$

weil μ_r nicht konst $\Rightarrow \text{div}(\vec{H}) \neq 0$

55. B- und H-Linien an Grenzflächen: Stetigkeitsbedingungen

wie bei Druck E-Feld

$$H_{11} = H_{12}$$

$$H_{\perp 1} = \frac{\mu_1}{\mu_2} H_{\perp 2}$$

parallel und normal Komponenten
sind stetig

$$B_{11} = \frac{\mu_2}{\mu_1} B_{12}$$

$$B_{\perp 1} = B_{\perp 2}$$

$$\frac{\tan(\alpha)}{\tan(\beta)} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

$\vec{B}$ -Linien sind immer durchgehend
 $\vec{H}$ -Linien können an Grenzflächen enden

$$\text{div}(\vec{D}) = \rho$$

$$\text{div}(\vec{B}) = 0$$

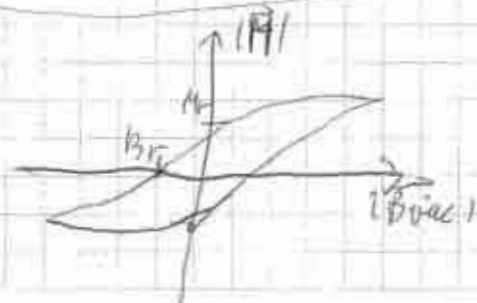
$$\text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{rot}(\vec{H}) = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Magnetfeld-
gleichungen für
quasistatische

56. Ferro-Magnetismus, Hysterese, Weiss-Bezirke

spontane Ausrichtung der
magnetischen Dipole in
den Weiss'schen Bezirken



Weiss-Bezirke
gekoppelte
elementare
magnete

57. Wechselspannung, Wechselstrom, Leistungsgrößen

$$U = U_0 \cos(\omega t) \quad I = I_0 \cos(\omega t - \varphi)$$

← Amplituden →

Momentanleistung: $P = UI = U_0 I_0 \cos(\omega t) \cos(\omega t - \varphi)$

Wirkleistung: $\langle P \rangle = \frac{1}{2} U_0 I_0 \cos(\varphi)$ Mittelung über eine Periode

Blindleistung: $Q = \frac{1}{2} U_0 I_0 \sin(\varphi)$

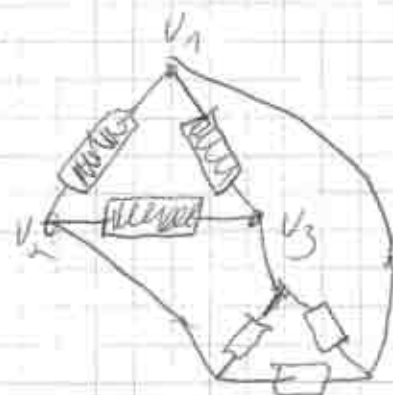
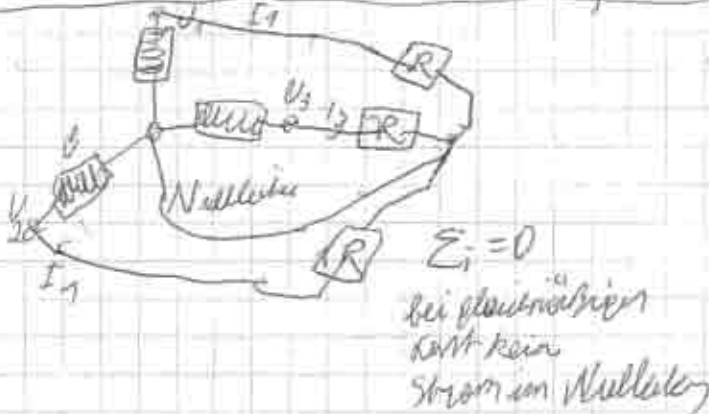
Scheinleistung: $S = \frac{1}{2} U_0 I_0$

58. Effektivwerte von U und I

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \quad I_{\text{eff}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad \text{bei } \varphi = 0 \quad \langle P \rangle = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}}$$

werden üblicherweise immer gemessen

59. Dreistrom (Dreieck, Stern)



$$U_1 = U_2 = U_3$$

$$I_1 = I_2 = I_3$$

60. Physikalische Bedeutung der komplexen Impedanz

$$U = \underline{Z} I$$

$$U = U_0 e^{i\omega t}$$

$$I = I_0 e^{i(\omega t - \varphi)}$$

Komplex Impedanz

ist Zeitunabhängig

$$\underline{Z} = \frac{U}{I} = \frac{U_0}{I_0} e^{i\varphi}$$

$$|\underline{Z}| = \frac{U_0}{I_0}$$

Reaktionsleistung

$$\operatorname{Im}(\underline{Z}) = \tan(\varphi) \quad \text{Phasenverschiebung}$$

Wirkleistung

$$\operatorname{Re}(\underline{Z})$$

61. Impedanzen von Ohmschen Widerstand, Spule, Kondensator

Ohmscher Wid.: $\underline{Z} = R$

Spule

$$i\omega L = \underline{Z}$$

Spannung voraus

je höher die Frequenz desto größer der Widerstand

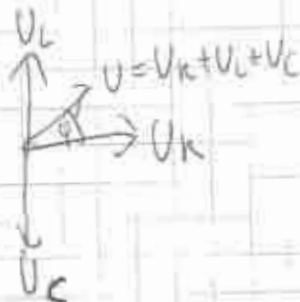
Kondensator:

$$\frac{1}{\omega C} = \underline{Z}$$

Strom will voraus

je höher die Frequenz desto kleiner der Widerstand

62. Zeigerdarstellung



$$U = U_R + U_L + U_C$$

63. Phasenverschiebung an Wechselstromwiderständen

Ohmscher $\rightarrow$ keine

Spule $\rightarrow$ Spannung um 90° vor Strom

Kondensator $\rightarrow$ Strom um 90° vor Spannung

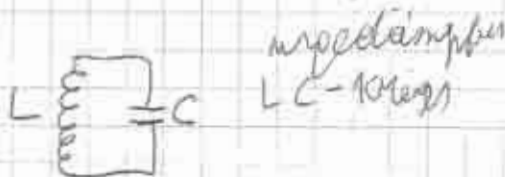
64. Serienresonanz, Parallelresonanz

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ Resonanzfrequenz}$$

Serie $\rightarrow$ am durchlässigsten bei Resonanz

Parallel $\rightarrow$ speist am stärksten bei Resonanz

65. Elektromagnetischer Schaltkreis

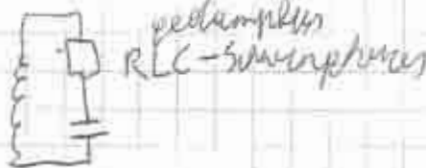


ungedämpft
LC-Kreis

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{I}{C} = 0$$

Schwingungsgleichung $\rightarrow$ Oszillator

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ Schwingung mit Kreisfrequenz}$$



gedämpft
RLC-Schwingkreis

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{dI}{dt} R + \frac{I}{C} = 0$$

$x \rightarrow I$
 $m \rightarrow L$
 $r \rightarrow R$
 $k \rightarrow \frac{1}{C}$

schwache Dämpfung

$$R_{\text{SL}} < \omega_0$$

$$I = a e^{-\gamma t} e^{i \omega t}$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$$

$$\gamma = \frac{R}{2L}$$

starke Dämpfung

$$\frac{R}{L} > \omega_0$$

$$I = a e^{-\gamma t} (e^{i \omega t} + e^{-i \omega t})$$

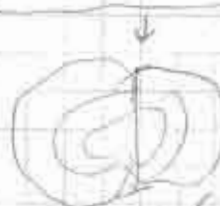
$$\alpha = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$$

66. Offene Schaltkreise, Vertikales Dipol, Abstrahlung



Spule zu Draht aufwickeln

Spitzen mit Kondensator



Dämpfung $\frac{1}{2}$

strahlt Energie ab

aber nicht in Richtungsrichtung

67. Elektromagnetische Wellen, Wellengleichung

$U(x,t) = U_0 \cos(\omega t - kx)$ Welle + räumlich und zeitlich periodischer Vorgang
 stationäre Amplitude Phase

$$\Delta U - \frac{1}{v_{ph}^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0$$

Aus Maxwell-Gleichungen $\Rightarrow$

$$\Delta B - \epsilon \mu \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = 0 \quad \text{und} \quad \Delta E - \epsilon \mu \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$$

$$v_{ph} = c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} \quad v_{ph} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} \cdot c$$

68. Ausbreitungsgeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen

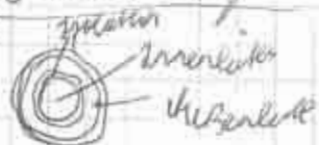
$$\frac{1}{v_{ph}^2} = \epsilon \mu$$

$$v_{ph} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = c$$

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

$$v_{ph} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} \cdot c_0$$

69. Leiterleitung, Koaxialleitung



Schutz vor Interferenzen

Hochfrequenz-Übertragung

70. Transformation elektromagnetischer Felder

$$F = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

q bewegt sich mit $\vec{v}$ relativ zu System S (Lab)

S' bewegt sich relativ zu S mit $\vec{v}$ sodass q in S' ruht

$$\vec{F} = q \vec{E}'$$

$$\Rightarrow \vec{E}' = \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}$$

$$\Rightarrow \vec{B}' = \vec{B} - \frac{1}{c^2} (\vec{v} \times \vec{E})$$

in Maxwell-Gleichungen
 durch Terme $\propto \frac{v^2}{c^2}$ auf

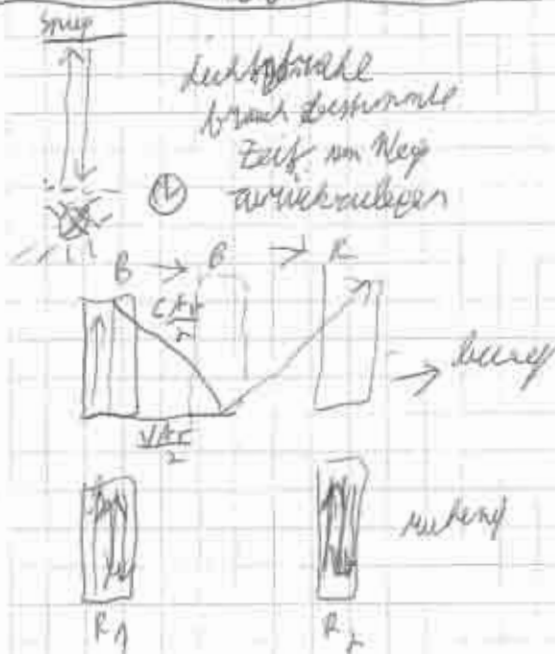
71. Grundprinzip der speziellen-relativistischen Physik

Naturgesetze haben in allen Inertialsystemen die gleiche Form (Relativitätsprinzip)

Vakuumlichtgeschwindigkeit ist in allen Bezugssystemen den gleichen Wert.

Es gibt keine universelle Gleichzeitigkeit

72. Zeitdilatation - Lichtuhr



$$t_B = t_R \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Bewegt Uhren langsamer

73. Exp. Evidenz für die Zeitdilatation

Flugzeug mit Uhr, zwei Uhren zurückgefahren, flog herein, nach Rückkehr mehr Zeit auf der Erde vergangen.

74. Relativität der Gleichzeitigkeit

Gleichzeitigkeit nur für Bezugssystem definierbar (Simultaneität)

Es gibt keine absolute Gleichzeitigkeit

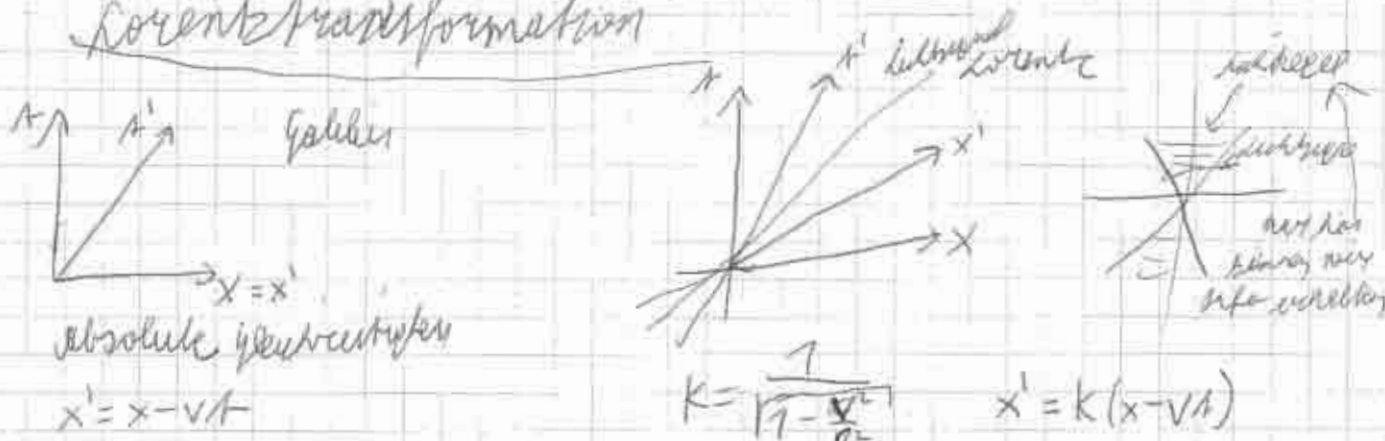
75. Lorentzkontraktion

$$l_B = l_M \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$
 als Folge der Zeitdilatation
Längenkontraktion

76. Exp. Evidenz für die Lorentzkontraktion

18 Höhenstrahlung → Halbwertszeit von Myon kurz → können nur tief eindringen wenn Weg kürzer

77. Unterschiede zwischen Galileitransformation und Lorentztransformation



Geschwindigkeitsaddition
$$W = \frac{u+v}{1 + \frac{uv}{c^2}}$$

78. Masse und Energie

dynamische Masse
$$m = \frac{m_R}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\Delta m c^2 = E_{kin}$$

Äquivalenz von Energie und Masse

$$E_R = m_R c^2$$

$$E = h \omega$$
 Photonen

$$W = h \omega - W_0$$
 Lichteffekt

81. Reflexion an sphärischen Spiegeln, Brennweite, Krümmung



Konkavspiegel

$$p > f$$

verkehrtes
reelles

$$p < f$$

virtuell
vergrößert
aufrecht



Konvexspiegel

virtuell aufteilt verkleinert

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$$

Parallelstrahl $\rightarrow$ Brennpunkt
Einfallswinkel = Ausfallswinkel

82. Abbildung durch sphärische Spiegel, Abbildungsformel

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$$

$$-\frac{B}{G} = \frac{b}{p} = V = \text{Vergrößerung}$$

Schnittmenge von Parallel und Brennpunktstrahl $\rightarrow$ dort Abbildung

83. Snellius'cher Brechungsgesetz

$$n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2)$$

Wellenfunktion



$$\frac{c_2}{c_1} = \frac{n_1}{n_2}$$



$$n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} \sim \sqrt{\epsilon_r}$$

84. Totalreflexion

$$\sin(\theta_c) = \frac{n_2}{n_1} \text{ Grenzwinkel}$$

geht nur vom optisch dichteren in optisch dünneres

Umwandlung

Lichtstrahl $\rightarrow$



$$n_1 > n_2$$

Wellen Lichtwellen dringen kurz ins andere Medium ein $\Rightarrow$ Evaneszente Welle

85. Fermatsches Prinzip

Licht nimmt den Weg für den es die kürzeste Zeit braucht
 ⇒ keine Notwendigkeit für Erklärung nötig (Minimum)

Vgl.: ~~Keplersches~~ Keplersches Prinzip: Elementarwellen

86. Brechung am Prisma, Prinzerspektrometer



je größer die Wellenlänge desto geringer die Brechung



Gesamtwinkel



$$\delta = (n-1) \cdot \gamma$$

für γ klein und symmetrisch

bei Symmetrischer Durchbrechung → kleinste Ablenkung

87. Dispersion der Lichtwellen

n ist Funktion von λ

Lichtwellen je nach λ unterschiedlich stark gebrochen



88. Brechung an sphärischen Linsen, Brennweite, Linsenfehler



$$\frac{1}{f_{\text{Ges}}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$$

addition

$$\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Linsengleichung

Fehler

sphärische Aberration: achsennah und achsenfern Strahler haben anderen Brennpunkt → Verzeichnung
 chromatische Aberration: Folge der Dispersion
 Astigmatismus
 Coma - Fehler, Kissen Fehler

89. Abbildung durch sphärische Linsen, Abbildungsgleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$$

$$\frac{b}{g} = \left| \frac{B}{G} \right| = V$$

bei Zerstreuungslinse $f < 0$
Sammellinse $f > 0$

Sammellinse

$$g = 2f \Rightarrow V = 1$$

$$g > 2f \Rightarrow \text{Verkleinerung}$$

$$g < 2f \Rightarrow \text{Vergrößerung}$$

$g > f$ reell

$g < f$ virtuell
aufrecht
vergrößert

$\Rightarrow$ Lupe

Zerstreuungslinse $\Rightarrow$ virtuell, aufrecht, verkleinert

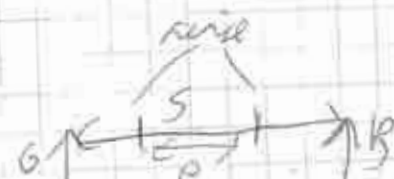
90. Bestimmung der Brennweite von Sammellinsen

a) nach Brennpunkt bei ^{parallel} Licht



b) Bessel'sches Verfahren

$$f = \frac{1}{4} \left(s - \frac{e^2}{s} \right)$$



bei Zerstreuungslinse nur in Kombination mit ^{stark} Sammellinse

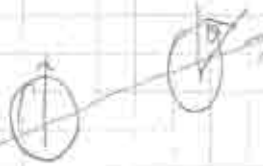
91. Vergrößerung opt. Instrumente, Abbildungsmaßstab Hebelvergrößerung

92. Funktionsweise optischer Instrumente

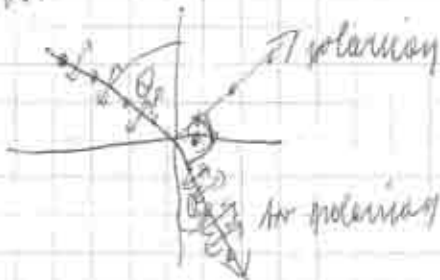
Vergrößerung des Sehwinkels bei Winkelbereich
(Lupe, Teleskop) (Rückspiegel, Verkehrsreflekt)

93. Polarisation des Lichtes

$$I = I_0 \cos^2(\theta)$$



Welle erzeugt Schwingung der e⁻ im Gitter → Strom → Widerstand → Energie von der Welle abgezogen



$$\tan(\theta_p) = \frac{n_2}{n_1}$$

Polarisation durch Reflexion

94. Reflexion und Brechung an Grenzflächen, Brewsterwinkel

$$\tan(\theta_p) = \frac{n_2}{n_1}$$

Bei jeder Brechung auch Reflexion
(einzelne Strahl ist dann polarisiert)



95. Doppelbrechung, ordentliches - außerordentliches Strahl, Polarisation



nur bei bestimmten Kristallstrukturen



96. Interferenz, Kohärenz, Kohärenzzeit, Kohärenzlänge

konstruktiv $I_1 = I_2$ $(I_1 + I_2 = 4 I_1)$

destruktiv $(I = 0)$

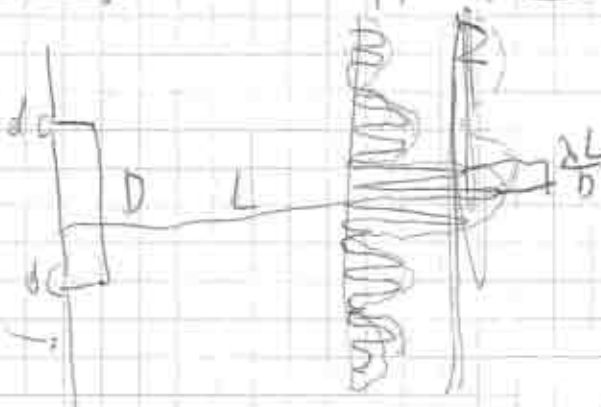
Interferenz nur bei gleicher Polarisation

Kohärenz: Wellenpaket bricht Phasenverteilung

Kohärenzlänge: Länge eines Wellenpaketes

Kohärenzzeit: Zeit die ein Wellenpaket braucht um einen Raumzeit zu überqueren

97. Beugung am Doppelspalt



Fraunhofernäherung

~~$\sin \theta \approx \theta$~~ ~~Minima~~

$$\sin(\theta) = n \frac{\lambda}{b} \quad \text{Maxima} \quad n \in \mathbb{Z}$$

Abstand Max-Max $\Delta \theta \approx \frac{\lambda}{b}$

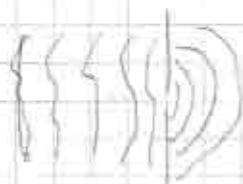
$$I(\theta) = 4 I_0 \underbrace{\text{sinc}^2\left(\frac{\Phi}{2}\right)}_{\text{Einzelspalt}} \underbrace{\cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}_{\text{Doppelspalt}}$$

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin(\theta)$$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} D \sin(\theta)$$

98. Huygens-Prinzip

Wellenfront setzt sich aus Elementarwellen zusammen (Kugelformung)



101. Welle-Teilchen; Photoelektrischer Effekt, Einsteingleichung

Quantismus
Licht hat Wellen und Teilcheneigenschaften
auch Materie hat beides

$$E = h \omega$$

Energie von Photon

$$W = h \omega - W_0$$

→ Austrittsarbeit von e⁻ im Materialabhängig

103. Diskrete opt. Emissionenfrequenzen (Emissionsspektren, Spektrallinien)

$$\nu = \frac{\Delta E}{h}$$



Übergang bei Rückfall, bei bestimmter Energie

Hebung in Atom durch Stoß

Emissionsspektrum

105. De Broglie Wellen, Schrödingergleichung

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

$$\frac{E = h \nu}{E = mc^2} \Rightarrow \nu = \frac{mc^2}{h}$$

Materie hat auch Welleneigenschaften

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} + E_{\text{pot}} \psi(x,t) = i \hbar \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t}$$

zeitabhängig

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + E_{\text{pot}}(x) \psi(x) = E \psi(x)$$

zeitunabhängig

99. Beugung am Gitter, Gitterspektrometer

$$\sin(\alpha) = n \frac{\lambda}{d}$$

d. aus Material d_h ⇒ Absolutmessung von λ

$$\text{Auflösung } \frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{1}{N \cdot n \cdot \kappa}$$

↑
Spalten
κ = Beugungswinkel

Absorptionsgitter
Transmissionsgitter
Phasengitter
Reflexionsgitter

Einführung in die Physik II
G. Reischl, P. Wagner
Prüfungsfragen (mündlich)

1. Messung elektrischer Ladungen, Elektrometer
2. Bestimmung der elektrischen Elementarladung
3. Coulombsches Gesetz
4. Exp. Nachweis des Coulombschen Gesetzes
5. Def. der elektrischen Feldstärke
6. Skalares Potential und elektrische Spannung
7. Zusammenhang von stat. elektrischer Feldstärke und skalarem Potential
8. Grundgleichungen der Elektrostatik (Poisson, Laplace)
9. Influenz
10. Wirkungsweise des Van de Graaf Generators
11. Wirkungsweise des Elektrophors
12. Faraday-Käfig
13. Kondensator
14. Def. der Kapazität eines Kondensators
15. Kapazität eines Plattenkondensators, Abhängigkeit vom Plattenabstand
16. Kraft zwischen Kondensatorplatten, absolutes Elektrometer
17. Energiegehalt des Kondensators
18. Serienschaltung - Parallelschaltung von Kondensatoren
19. Elektrische Eigenschaften von Materie, dielektrische Polarisierung
20. Elektrisches Dipolmoment
21. Def. der dielektrischen Verschiebung
22. E- und D-Linien an Grenzflächen: Stetigkeitsbedingungen, Brechung
23. Piezo-Effekt
- ~~24. Ferro- und Antiferroelektrizität~~
25. Elektrischer Strom, Stromstärke, Stromdichte
26. Elektrischer Widerstand, Ohm'sches Gesetz — *mer. Leitfähigkeit*
27. Nichtlineare Widerstände, differentieller Widerstand
28. Serienschaltung - Parallelschaltung von Widerständen — *Kombination, Induktivität*
29. Gleichstromnetzwerke, Kirchhoffsche Regeln, Spannungsteiler
30. Messung von elektrischen Spannungen und Strömen
31. Stromleistung, Joulesches Gesetz, Hochspannungsfernleitungen
32. Kontaktspannung, Fermi-Energie, Kontaktspannungsreihe
33. Peltier-Effekt
34. Faraday-Gesetze
35. Galvanische Zelle, Elektrodenpotential, galvanische Spannungsreihe *prob*
36. Ionisation von Gasen (thermisch, Photoionisation, Stoßionisation)
37. Oersted-Versuch — *Kompensations*
38. Magnetfeld eines dünnen geraden Stromleiters
39. Quellfreiheit des Magnetfeldes, Vektorpotential

40. Grundgleichungen der Magnetostatik (Poisson, Laplace)
41. Biot-Savart Gesetz $\vec{B}(\vec{r}) = \mu_0 \cdot \frac{1}{4\pi} \cdot \int \frac{(\vec{r} - \vec{R}) \times d\vec{r}}{|\vec{r} - \vec{R}|^3}$
42. Magnetfeld einer Spule, Helmholtz-Spulenpaar
43. Lorentz-Kraft, exp. Demonstration mit Hilfe des Fadenstrahlrohrs
44. Amperesches Kraftgesetz
45. Def. der Stromstärkeeinheit Ampere
46. Induktionsgesetz
47. Lenzsche Regel (Wirbelstrombremse, Thomsonscheuleuder)
48. Gegenseitige Induktion, Selbstinduktion
49. Energiegehalt einer Spule
50. Physikalische Bedeutung des Maxwell'scher Verschiebungsstroms
51. Physikalische Interpretation der Maxwellgleichungen
52. Magnetische Eigenschaften der Materie, Magnetisierung
53. Magnetisches Dipolmoment
54. Def. der magnetischen Feldstärke
55. B- und H-Linien an Grenzflächen: Stetigkeitsbedingungen, Brechung
56. Ferro- und Antiferromagnetismus, Hysterese, Weiss-Bezirke
57. Wechselspannung, Wechselstrom, Leistungsgrößen
58. Effektivwerte von U und I
59. Drehstrom (Dreieck, Stern)
60. Physikalische Bedeutung der komplexen Impedanz
61. Impedanzen von Ohmschem Widerstand, Spule und Kondensator
62. Zeigerdarstellung
63. Phasenverschiebung an Wechselstromwiderständen
64. Serienresonanz, Parallelresonanz
65. Elektromagnetischer Schwingkreis *Interferenz*
66. Offene Schwingkreise, Hertz'scher Dipol, Abstrahlung *zwei schwingkreise*
67. Elektromagnetische Wellen, Wellengleichung
68. Ausbreitungsgeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen
69. ~~Stehende elektromagnetische Wellen~~, Lecherleitung, Koaxialleitung
70. Transformation elektromagnetischer Felder
71. Grundprinzipie der speziell-relativistischen Physik
72. Zeitdilatation - Lichtuhr
73. Exp. Evidenz für die Zeitdilatation
74. Relativität der Gleichzeitigkeit
75. Lorentzkontraktion
76. Exp. Evidenz für die Lorentzkontraktion
77. Unterschiede zwischen Galileitransformation und Lorentztransformation
78. Masse und Energie
79. Photometrische Parameter
80. Diffusive Lichtabstrahlung, Lambertgesetz
81. Reflexion an sphärischen Spiegeln, Brennweite, Kaustik
82. Abbildung durch sphärische Spiegel, Abbildungsgleichung

83. Snellius'sches Brechungsgesetz
 84. Totalreflexion
 85. Fermatsches Prinzip
 86. Brechung am Prisma, Prismenspektrometer
 87. Dispersion der Lichtwellen
 88. Brechung an sphärischen Linsen, Brennweite, Linsenfehler
 89. Abbildung durch sphärische Linsen, Abbildungsgleichung
 90. Bestimmung der Brennweite von Sammellinsen
 91. Vergrößerung opt. Instrumente, Abbildungsmaßstab, Tiefenvergrößerung
 92. Funktionsweise opt. Instrumente (Projektor, Lupe, Mikroskop, Teleskope)
 93. Polarisation des Lichtes, Spiegelversuch von Malus
 94. Reflexion und Brechung an Grenzflächen, Brewsterwinkel
 95. Doppelbrechung, ordentlicher - außerordentl. Strahl, Polarisationsprisma
 96. Interferenz, Kohärenz, Kohärenzzeit, Kohärenzlänge
 97. Beugung am Doppelspalt
 98. Huygens-Prinzip
 99. Beugung am Gitter, Gitterspektrometer
 100. Optische Interferometrie
 101. Welle - Teilchen: Photoelektrischer Effekt, Einsteingleichung
 102. ~~Teilchen - Welle: Interferenz von Elektronenstrahlen (Davisson-Germer)~~
 103. Diskrete opt. Emissionsfrequenzen (Emissionsspektren, Spektrallinien)
 104. Diskrete Anregungsenergien von Atomen (Franck-Hertz)
 105. De Broglie Wellen, Schrödingergleichung
 106. Physikalische Interpretation der Wellenfunktion
 107. Operatordarstellung von Meßgrößen
 108. Wellenpakete, Unschärferelation
 109. Atombau, Quantenzahlen, Pauli-Verbot
 110. Periodensystem der Elemente
- 