

Gleichstromnetzwerke

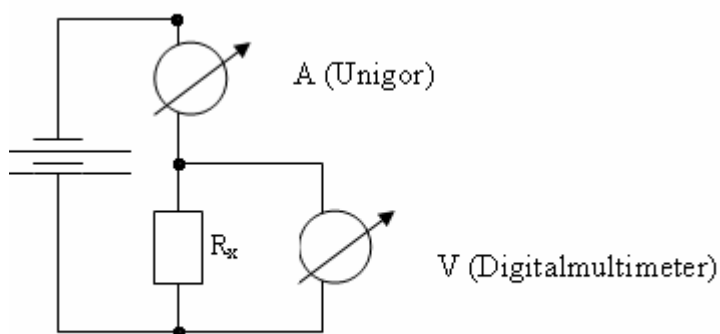
1. Durchführung

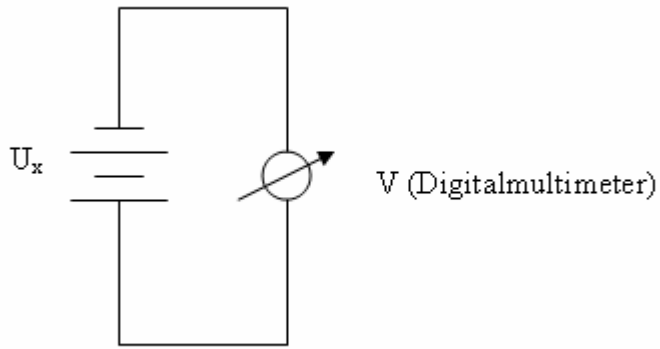
In diesem Experiment werden Spannungen und Ströme, eines auf einem Steckbrett aufgebauten Gleichstromnetzwerks, gemessen und mit den Berechnungen laut den Kirchhoff-Regeln verglichen.

Man beginnt mit der Messung der beiden Spannungen und der drei Widerstände. Zuerst werden die Komponenten allerdings einzeln gemessen.

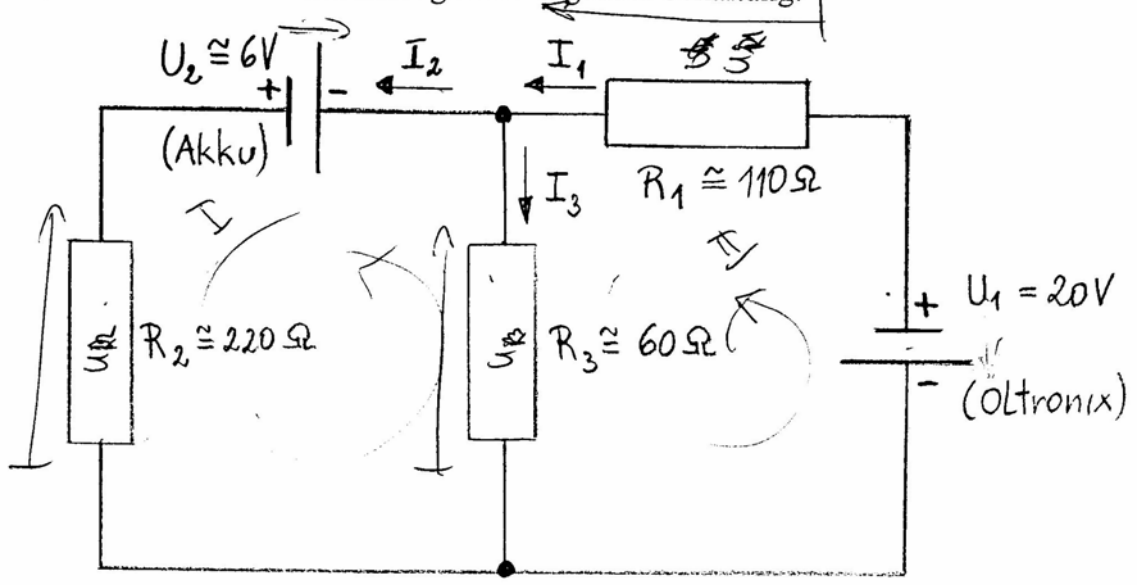
Anschließend wird das Netzwerk gemäß einer vorgegebenen Schaltung aufgebaut. Somit bilden sich drei Maschen und zwei Knoten. Dabei ist zu beachten, dass der Strom, beziehungsweise die Einzelströme mit in Serie Schaltung des Amperemeters gemessen wird und die Einzelspannungen sowie die Widerstände mit Parallelschaltung der Messgeräte ermittelt werden. Ebenfalls von Bedeutung ist die Richtung in der man Spannung und Strom misst, denn auch diese Faktoren gehen natürlich in die Berechnung ein.

Daraufhin, kann mit der Berechnung der Werte nach den Kirchhoff-Regeln begonnen werden, welche dann mit den experimentellen Werten verglichen werden.

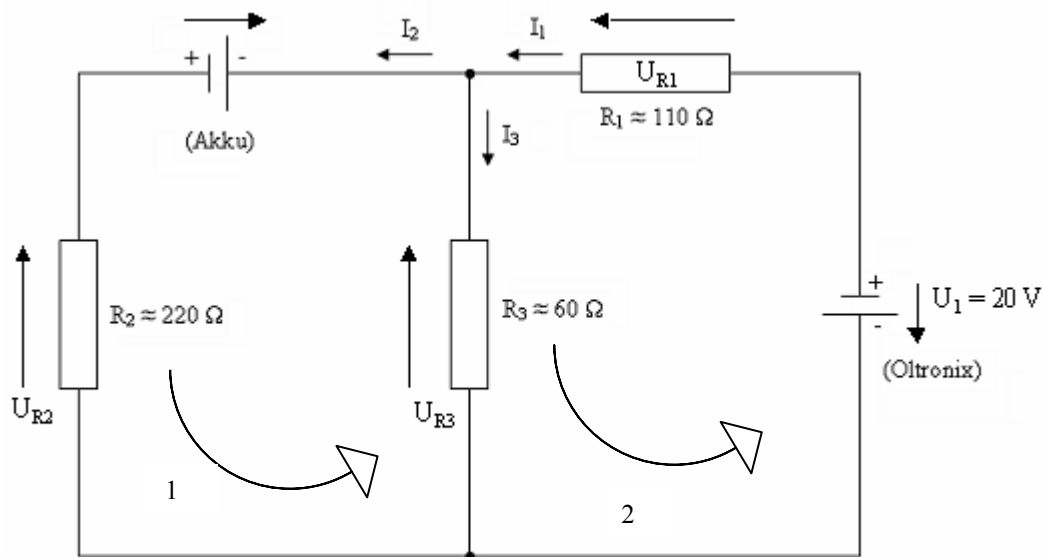




2) Aufbau eines Netzwerkes gemäß folgender Schaltung:



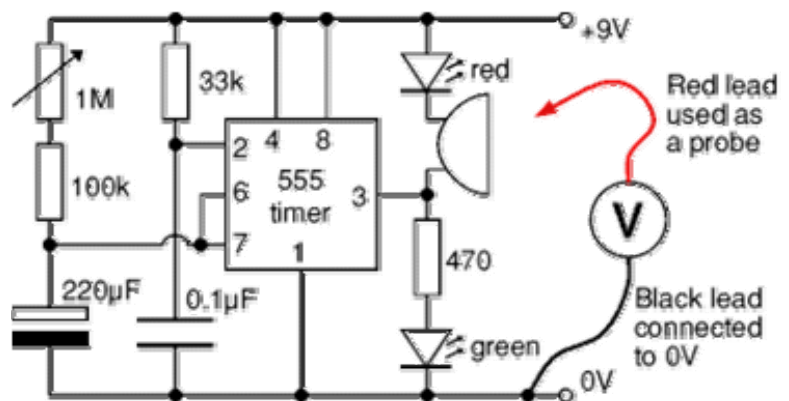
$U_2 \approx 6V$



2. Messgeräte

2.1 Digitale Multimeter:

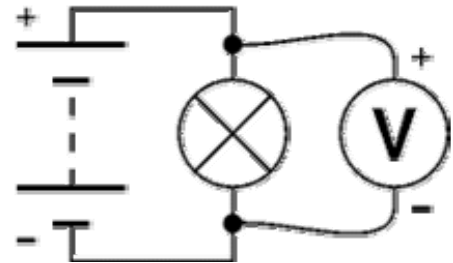
Diese Geräte können per Schaltung leicht und schnell zwischen Voltmeter, Amperemeter und Ohmmeter umschalten. Sie haben verschiedene Einstellungen für jedes einzelne Meter und die Auswahl zwischen Gleichstrom und Wechselstrom.



2.1.1 Voltmeter

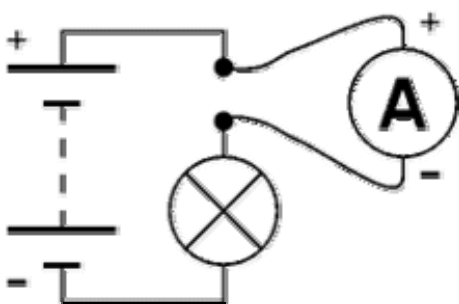
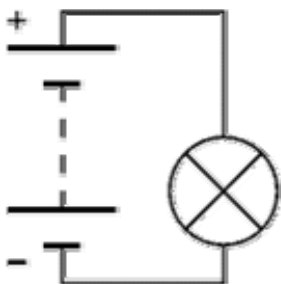


- Das Voltmeter misst die **Spannung**.
- Die Spannung wird in **Volt, V** gemessen .
- Ein Voltmeter sind **parallel** zu den Komponenten geschaltet .
- Voltmeter haben eine **sehr hohe Widerstandsfähigkeit** .

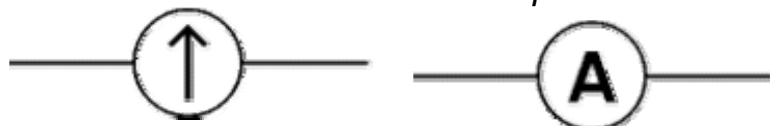


Spannungsmessung an einem Punkt (Bei der Spannungsmessung an einem Punkt geht es darum, dass der Spannungsunterschied zwischen den Punkt und 0 V gemessen wird.)

- Verbinde den **schwarzen** (negativen -) Voltmeter mit 0V, normalerweise die Minus-Klemme von der Batterie oder vom Spannungs-Versorgungsteil. Den **roten** (positiven +) Voltmeter führt man zu den Punkt wo die Spannung gemessen wird .
- Der **schwarzen** Teil kann dauerhaft mit 0V verbunden sein während man den **roten** teil als Prüfspitze für Spannungsmessungen an verschiedenen Punkten benutzen kann. Dadurch muss nicht in die Schaltung eingegriffen werden. Daher ist die Spannungsmessung die häufigste Form der elektrischen Kontrolle. Sogar Strommessungen können häufig durch Spannungsmessungen ersetzt werden.
- Man wird wahrscheinlich eine Krokodilklemme brauchen um den **schwarzen** Teil an seinem Platz zu halten.



2.2.2 Amperemeter



- Amperemeter messen die **Stromstärke**.
- Die Stromstärke wird in **Ampere A** gemessen.

1A ist sehr groß, so werden oft mA (milliampere) und μA (microampere) benutzt . $1000\text{mA} = 1\text{A}$, $1000\mu\text{A} = 1\text{mA}$, $1000000\mu\text{A} = 1\text{A}$.

- Amperemeter werden in **Serie geschaltet** .
Um sie in Serie zu schalten muss man den Stromkreis durchbrechen und das Amperemeter über die Lampe tun .
- Amperemeter haben eine **sehr geringe Widerstandsfähigkeit** .

The need to break the circuit to connect in series means that ammeters are difficult to use on soldered circuits. Most testing in electronics is done with voltmeters which can be easily connected without disturbing circuits.

2.2.3 Ohmmeter



Ein Ohmmeter wird dazu benutzt den Widerstand in Ohm zu messen (Ω). 1Ω ist sehr klein und so werden $\text{k}\Omega$ und $\text{M}\Omega$ oft benutzt .

$$\underline{1\text{k}\Omega = 1000\Omega, 1\text{M}\Omega = 1000\text{k}\Omega = 1000000\Omega.}$$

3. Ergebnisse der Messungen im Gleichstromnetzwerk

1.) Messung der Quellspannungen sowie der Widerstände separat

$$\begin{array}{lll} \underline{U_1 = 4,90 \text{ V}} & U_{R1} = 4,63 \text{ V} & I_1 = 42,1 \text{ mA} \\ \underline{U_2 = 6,39 \text{ V}} & U_{R2} = 4,72 \text{ V} & I_2 = 21,7 \text{ mA} \\ & U_{R3} = 4,47 \text{ V} & I_3 = 74,7 \text{ mA} \end{array}$$

Daraus ergeben sich die Widerstände aus $R_i = U_{Ri}/I_i$ zu:

$$\begin{array}{l} \underline{R_1 = 109,98 \Omega} \\ \underline{R_2 = 217,51 \Omega} \\ \underline{R_3 = 59,84 \Omega} \end{array}$$

2.) Messung der Spannungen im Gleichstromnetzwerk und daraus Berechnung der Ströme

$$\begin{array}{ll} U_1 = 19,84 \text{ V} & U_{R1} = 14,76 \text{ V} \\ U_2 = 6,37 \text{ V} & U_{R2} = -11,45 \text{ V} \\ & U_{R3} = -5,08 \text{ V} \end{array}$$

Daraus ergeben sich die Ströme aus $I_i = U_{Ri}/R_i$ zu:

$$\begin{array}{l} \underline{I_1 = 134,2 \text{ mA}} \\ \underline{I_2 = -52,6 \text{ mA}} \end{array}$$

$$\underline{I_3 = -84,9 \text{ mA}}$$

3.) Berechnung von Strömen und Spannungen nach Kirchhoff-Regeln

- 1) $I_1 - I_2 - I_3 = 0$ Knotenregel
- 2) $-U_1 + I_1 R_1 + I_3 R_3 = 0$ Maschenregel, Masche II
- 3) $-U_2 + I_2 R_2 - I_3 R_3 = 0$ Maschenregel, Masche II

$$\underline{-U_1 + I_1(R_1 + R_3) - I_2 R_3 = 0 \quad R_3 \cdot 1) + 3)}$$

$$\underline{-U_1 - U_2 + I_1 R_1 + I_2 R_2 = 0 \quad 2) + 3)}$$

$$\underline{-U_1(R_2 + R_3) - U_2 R_3 + I_1((R_1 + R_3) R_2 + R_1 R_3) = 0}$$

$$I_1 = \frac{U_1(R_2 + R_3) + U_2 R_3}{(R_1 + R_3) R_2 + R_1 R_3} \quad I_2 = \frac{U_1 + U_2 - I_1 R_1}{R_2} \quad I_3 = I_1 - I_2$$

$$\underline{I_1 = 135,2 \text{ mA}} \quad \underline{I_2 = 52,1 \text{ mA}} \quad \underline{I_3 = 83,1 \text{ mA}}$$

Daraus errechnen sich die Spannungen aus $U_{R_i} = I_i R_i$ zu :

$$\underline{U_{R1} = 14,87 \text{ V}}$$

$$\underline{U_{R2} = 11,33 \text{ V}}$$

$$\underline{U_{R3} = 4,97 \text{ V}}$$

4.) Messung der Ströme

$$\underline{I_1 = 133,8 \text{ mA}}$$

$$\underline{I_2 = 51,4 \text{ mA}}$$

$$\underline{I_3 = 83,0 \text{ mA}}$$

4. Fehlerrechnung

- a) **Systematische Fehler** ergeben sich bei den obigen Messungen hauptsächlich durch
 - einerseits die Eigenwiderstände der Messgeräte:
Das Voltmeter müsste theoretisch einen unendlich großen Widerstand besitzen, um keinen Strom vom eigentlichen Stromkreis umzuleiten, das Amperemeter sollte hingegen völlig widerstandsfrei sein, um keinen Strom zu „verbrauchen“. In beiden Grenzfällen würde aber (abgesehen von der Unmöglichkeit einer praktischen Durchführung) durch das Messgerät kein Strom fließen. Endliche Widerstände beeinflussen aber die Messung.

- Andererseits ändern sich während der Messung die Messbedingungen:
Die Widerstände werden heiß, die chemische Spannungsquelle gibt die Spannung ungleichmäßig ab, außerdem verbraucht sie sich mit der Zeit zunehmendes.

b) **Statistische Fehler**

Die absoluten Fehler werden mit 1% der Skalenlänge angenommen, das sind 0,1V für die Spannung und 1mA für die Stromstärke.

1) Bei der separaten Messung der Quellspannungen und Widerstände erhält man für die Widerstände folgende Abweichungen:

$$R_1 = 109,98 \pm 3,53 \Omega$$

$$R_2 = 217,51 \pm 11,03 \Omega$$

$$R_3 = 59,84 \pm 1,56 \Omega$$

2) Bei der Berechnung der Ströme aus den gemessenen Teilspannungen und berechneten Widerständen treten folgende Fehler auf:

$$I_1 = 134,2 \pm 4,4 \text{ mA}$$

$$I_2 = -52,6 \pm 2,7 \text{ mA}$$

$$I_3 = -84,9 \pm 2,8 \text{ mA}$$

3) Die Berechnung von Strömen und Spannungen nach den Kirchhoffschen Regeln aus den Widerständen und Quellspannungen führt wie oben ersichtlich zu einem Gleichungssystem mit drei Unbekannten. Da die gesuchten Größen also wechselseitig voneinander abhängig sind und ohnehin Zusammenhänge wie $I_1 - I_2 - I_3 = 0$ für statistische Größen nicht realistisch sind, ist das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz nicht anwendbar und eine Fehlerrechnung zwecklos: Man könnte – je nachdem welche Unbekannten man zuerst eliminiert – zum Beispiel die Fehler für I_1 und I_2 aus den algebraischen Formeln, die sich durch Lösung des Gleichungssystems ergeben, "berechnen". Da nun $I_3 = I_1 - I_2$, findet man für den Fehler von I_3 die Quadratwurzel aus der Summe der (Absolutfehler der anderen Ströme) zum Quadrat. Dieses Vorgehen ist aber für jede Reihenfolge der Ströme möglich, was zu einem Widerspruch führt.

4) Die direkte Messung der Ströme beinhaltet keine Fehlerrechnung.

Auswertung:

Zu aller erst mussten wir einmal die Messreihen mit den einzelnen Widerständen auswerten um ihren Wert zu berechnen. Dafür bildeten wir den Mittelwert aus all unseren Messergebnissen für den jeweiligen Widerstand und ermittelt dazu auch eine Standardabweichung. Hierbei ergab sich aus $R = U / I$ für R_1 ($110,095 \pm 6,5548$) Ω , R_2 ($224,7465 \pm 37,048$) Ω und R_3 ($60,0114 \pm 0,141$) Ω . Als nächste berechneten wir uns den Mittelwert und die Standardabweichung unserer Stromstärkemessungen im Stromkreis. Durch einfache Rechnung erhielten wir die Werte ($0,1345 \pm 0,0001$) A für I_1 , ($0,052 \pm 0,0001$) A für I_2 und ($0,0833 \pm 0,0002$) A für I_3 . Diese Werte musste ich dann durch mit den durch die Kirchhoff'sche Regel errechneten Werten vergleichen. Dazu musste ich er einmal die Kirchhoff'sche Regel auf unseren Stromkreis Anwenden und erhielt daraus folgende Formeln:

$$I_1 - I_2 = I_3 \text{ (Knotenregel)}$$

$$U_1 + I_1 * R_1 + I_3 * R_3 = 0 \text{ (Maschenregel)}$$

$$I_2 + I_2 * R_2 - I_3 * R_3 = 0 \text{ (Maschenregel)}$$

Durch ein wenig geschicktes Umformen ergaben sich nun folgende Gleichungen:

$$I_1 = (U_1 * (R_2 + R_3) + U_2 * R_3) / ((R_1 + R_3) * R_2 + R_1 * R_3)$$

$$I_2 = (U_1 + U_2 - I_1 * R_1) / R_2$$

$$I_3 = I_1 - I_2$$

U_1 ist die Spannung am Netzgerät und beträgt exakt 20 V und U_2 ist die Spannung der Batterie, für welche wir den Wert 6,39 V. Durch Einsetzen unserer Werte für die Widerstände erhielten wir für I_1 den einen Wert von 0,1356 A und somit weicht der Mittelwert von unserer Messung um -0,0011 A oder -0,8% von diesem errechneten Wert ab. Bei I_2 ergaben unsere Berechnungen einen Wert von 0,051 A, von welchen unsere Messung um 0,0009 A abweicht, was 1,86% entspricht. Zu guter letzt errechneten wir I_3 und bekamen einen Wert von 0,0846 A. Unsere Messung wich davon somit um -0,0022 A oder -2,62% ab.

Interpretation:

Die Messungen sind qualitativ zufrieden stellend. Die Standardabweichung der Widerstände ist um eine Größenordnung geringer als ihr Mittelwert. Die Messung der Ströme ist sogar als noch besser einzustufen, da hier nur ein verschwindend geringer mittlerer Fehler auftrat. Obwohl der Differenz zwischen den errechneten Werten und den Messwerten größer als die Standardabweichung ist, kann man bei einem Unterschied von nur wenigen Prozent von einem geglückten Beweis der Kirchhoff'schen Regel sprechen. Es traten einige Störfaktoren auf die unsere Berechnungen nicht berücksichtigen wie die Innenwiderstände des Amperemeters und des Voltmeters, den Widerstand der „Drähte“ die die einzelnen Elemente des Stromkreis verbanden (obwohl dies wahrscheinlich der unwesentlichste Fehler ist) und die Erwärmung der Widerstände durch den Stromfluss. Letztere konnten wir beim Abbauen der Versuchsanordnung deutlich spüren und dürfte eine nicht zu unterschätzende Fehlerquelle für unsere Messung gewesen sein.