

Protokoll zu Methoden der Experimentellen Physik am 8. 4. 2005

Nichtlineare Widerstände

(Bestimmung des Innenwiderstandes von Spannungsquellen
und
Bestimmung des Innenwiderstands einer Glühlampe)

Von Christoph Saulder (Mat.Nr.: 0400944; Studienkennzahl: 411)

Experiment 1: Bestimmung des Innenwiderstandes von Spannungsquellen

Durchführung

Zu aller erst bestimmte ich mit einem Voltmeter die Klemmenspannung der unbelasteten Batterie. Danach stellte ich den vorgesehenen Stromkreis wie folgt zusammen: Als erstes verband ich einen Ausgang des Amperemeters mit dem Schiebewiderstand. Anschließend stellte ich eine Verbindung zwischen dem anderen Ausgangs des Amperemeters und des Voltmeters her, welches ich dann gleich mit dem noch ungenützten Anschluss des Schiebewiderstands verband. Daraufhin fügte ich je ein Kabel links und rechts neben dem Voltmeter in den Stromkreis ein und versah die freien Enden dieser Kabel mit Krokoklemmen. Zu guter Letzt fixierte ich diese Klemmen an den beiden Polen der zu messenden Batterie. Nun begann ich mit den Messungen der Strömstärke und der Spannung. Ich verstellte stufenweise den Schiebewiderstand und lass die Werte von Voltmeter und Amperemeter ab. Als ich dann das Maximum des Schiebewiderstands erreicht entfernte ich die Batterie aus dem Stromkreis und stellte ihre Leerlaufspannung wieder mit dem Voltmeter fest. Diesen gesamten Vorgang wiederholte ich noch 2 mal.

Messergebnisse

Ich führte 3 Messreihen durch:

Messreihe 1

$U_{0\text{Anfang}}$: 4,2 V
 $U_{0\text{Ende}}$: 3,94 V

Spannung [V]	Strom [mA]
3,97	12
3,99	12,9
4	13,6
4	14
4	15,5
4	17,2
4	19,1
4	21,4
4	24,5
3,99	28,6
3,99	32,8
3,98	35,4
3,97	40,5
3,97	45
3,96	50
3,96	55,1
3,94	62,4
3,92	69,9
3,91	76,6
3,9	84
3,89	87,2
3,88	93,7
3,86	101,7
3,85	108,2
3,83	118,6
3,82	122,1
3,8	132,2
3,77	138,4
3,76	144,7
3,74	153,8
3,73	162,9
3,71	171,6
3,64	190
3,6	210
3,57	230

3,5	270
-----	-----

$U_{0\text{Ende}}$: 3,99 V

Messreihe 2

$U_{0\text{Anfang}}$: 4,13 V
 $U_{0\text{Ende}}$: 4,08 V

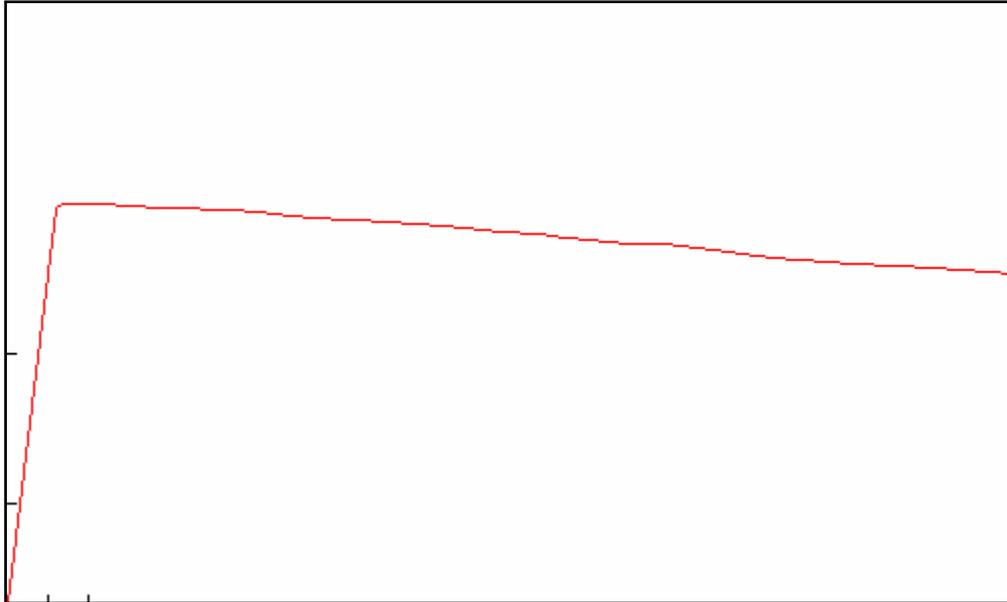
Spannung [V]	Strom [mA]
4,1	12,1
4,09	13,8
4,09	14,5
4,08	15,5
4,08	16,8
4,08	18
4,08	18,6
4,07	20,5
4,07	21,9
4,06	24,1
4,06	26,2
4,05	28,7
4,05	30,7
4,04	33,5
4,04	36,1
4,02	39,9
4,02	43,9
4,01	48,5
4	53,8
3,98	65,8
3,97	70,5
3,95	82,1
3,92	98,7
3,88	116,9
3,87	121,9
3,82	150,1
3,63	191
3,59	205
3,52	255

Spannung [V]	Strom [mA]
4,05	12,1
4,05	12,5
4,05	13,4
4,05	14,3
4,05	15,5
4,05	16,3
4,05	17,3
4,05	18,2
4,04	19,6
4,04	21
4,04	22,2
4,03	24
4,03	25,5
4,02	27,9
4,03	29,8
4,02	31
4,01	33,9
4,01	37,6
4	41,1
3,99	47,5
3,98	51
3,97	55,6
3,96	61,4
3,95	68
3,93	77,5
3,92	83
3,9	96,3
3,87	109,8
3,85	121,3
3,81	143,9
3,78	159,4
3,74	180,3
3,65	200
3,58	225
3,52	260

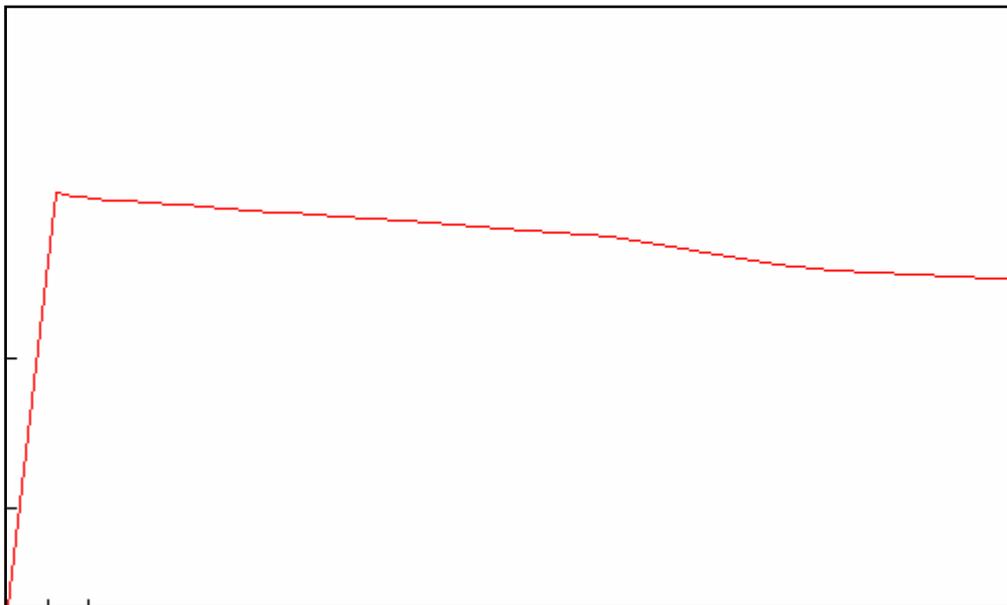
Messreihe 3

$U_{0\text{Anfang}}$: 4,05 V

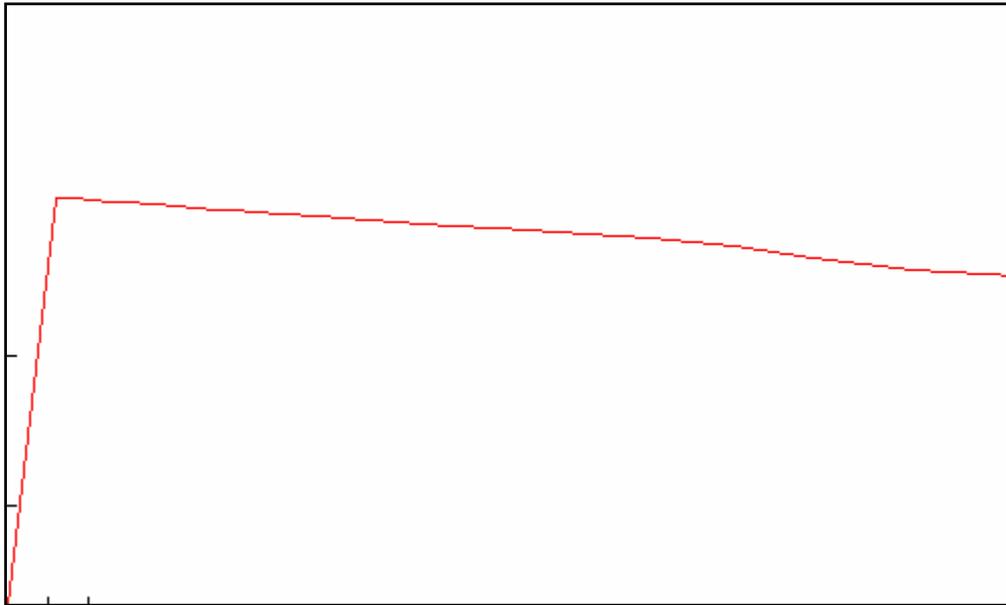
Diagramme



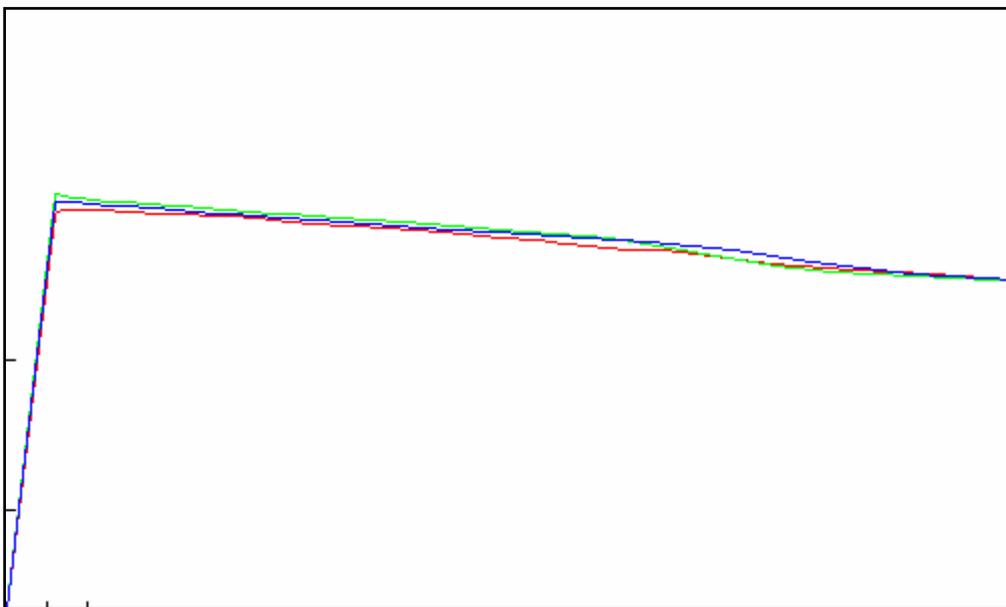
Dieses Diagramm zeigt den **Graphen der Messreihe 1**. Auf der Ordinate ist die Spannung aufgetragen, wobei der Abstand zwischen 2 Markierungen ein Volt darstellt (die unterste sichtbare Markierung ist 2 Volt). Die Stromstärke ist auf Abszisse aufgetragen. Hier repräsentiert der Abstand zwischen 2 Markierungen 10 Milliampere (die erste sichtbare Markierung ist 10mA).



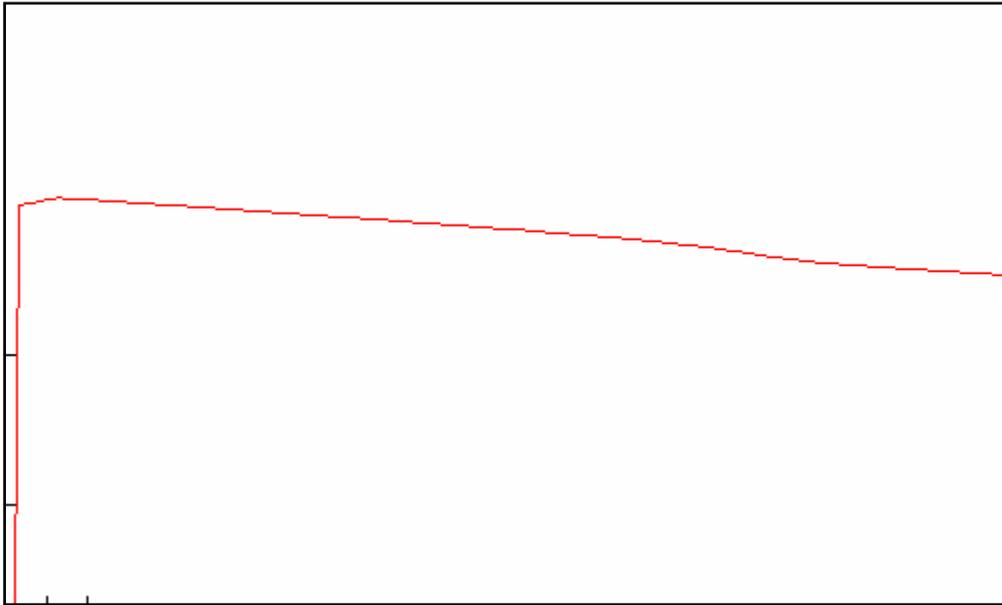
Dieses Diagramm zeigt den **Graphen der Messreihe 2**. Auf der Ordinate ist die Spannung aufgetragen, wobei der Abstand zwischen 2 Markierungen ein Volt darstellt (die unterste sichtbare Markierung ist 2 Volt). Die Stromstärke ist auf Abszisse aufgetragen. Hier repräsentiert der Abstand zwischen 2 Markierungen 10 Milliampere (die erste sichtbare Markierung ist 10mA).



Dieses Diagramm zeigt den **Graphen der Messreihe 3**. Auf der Ordinate ist die Spannung aufgetragen, wobei der Abstand zwischen 2 Markierungen ein Volt darstellt (die unterste sichtbare Markierung ist 2 Volt). Die Stromstärke ist auf Abszisse aufgetragen. Hier repräsentiert der Abstand zwischen 2 Markierungen 10 Milliampere (die erste sichtbare Markierung ist 10mA).



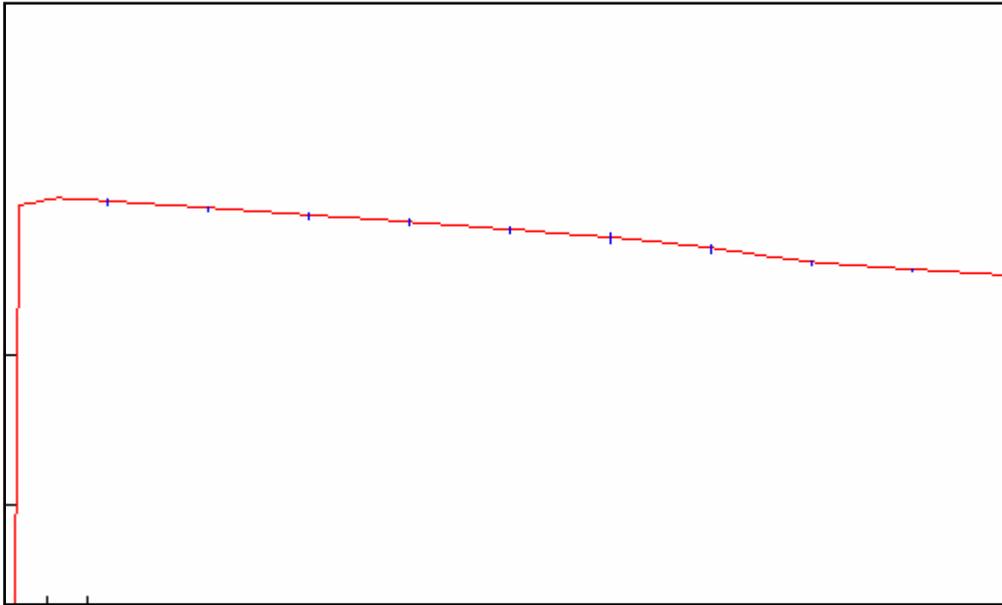
Dieses Diagramm stellt die **Graphen der 3 Messreihen** gegenüber, wobei Messreihe 1 rot ist, Messreihe 2 grün gezeichnet ist und sich Messreihe 3 in einem blau darstellt. Es gilt die gleiche Skalierung der Achsen wie bei den vorherigen Diagrammen.



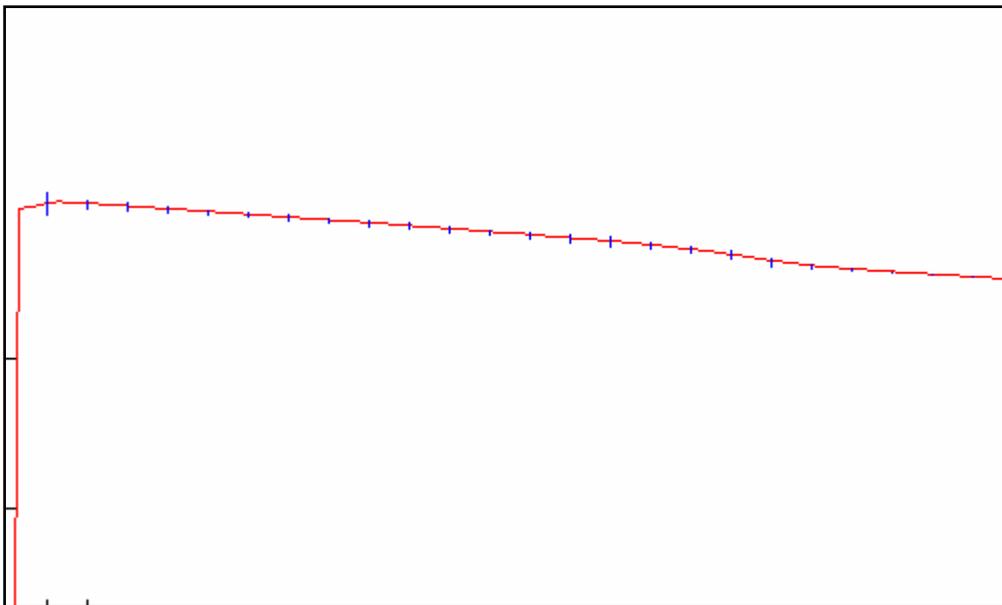
Dieses Diagramm zeigt einen Graph der sich aus **Mittelwerten** der einzelnen Funktionswerte der Graphen der Messreihen zusammensetzt. Es gilt die gleiche Skalierung der Achsen wie bei den vorherigen Diagrammen.



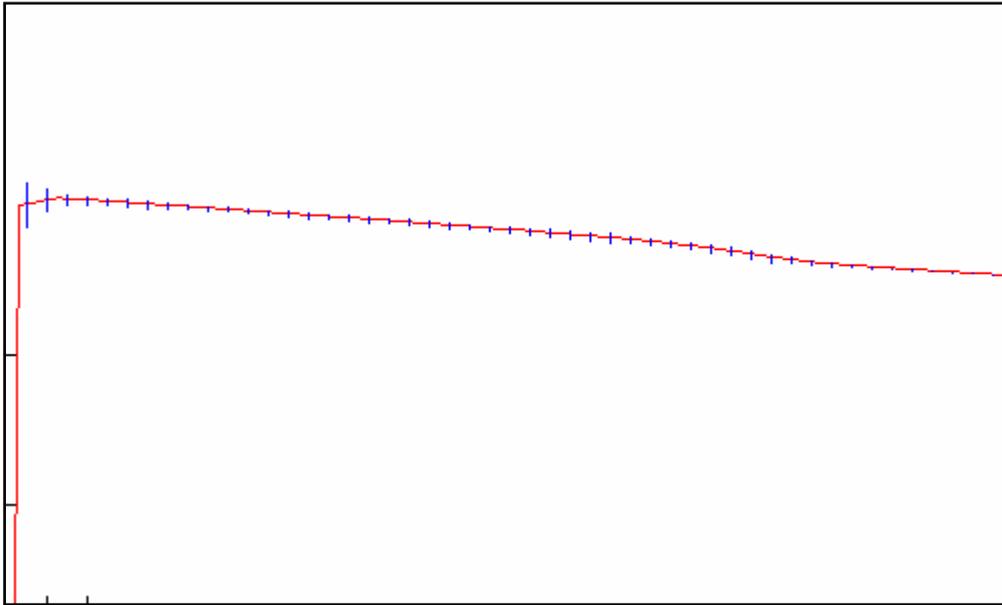
Dieses Diagramm zeigt einen Graph der sich aus **Mittelwerten** der einzelnen Funktionswerte der Graphen der Messreihen zusammensetzt. Hierbei ergibt sich jedoch die Dicke des Graphen durch die **Standardabweichung**. Es gilt die gleiche Skalierung der Achsen wie bei den vorherigen Diagrammen.



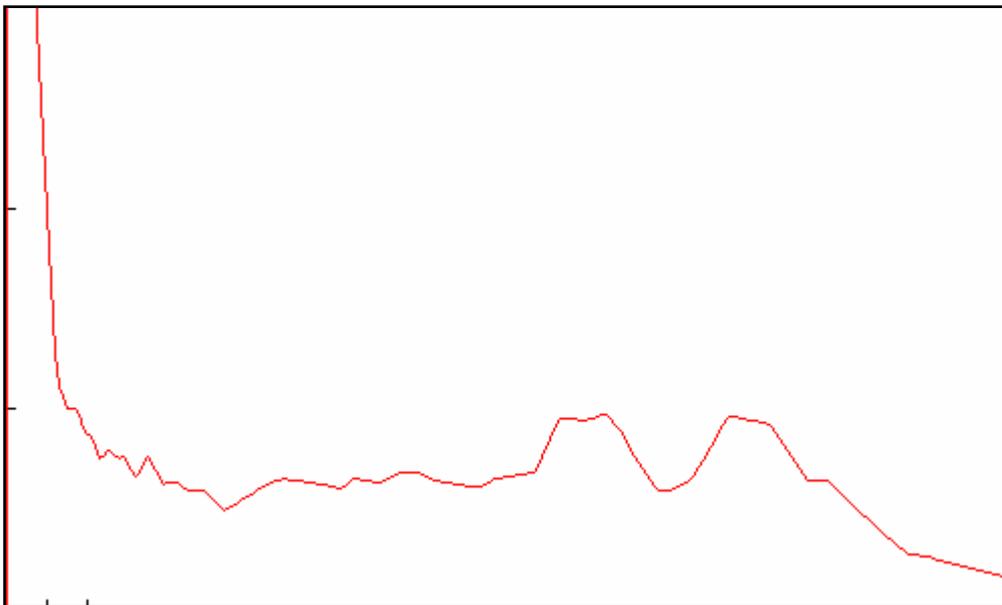
Dieses Diagramm zeigt einen Graph der sich aus **Mittelwerten** der einzelnen Funktionswerte der Graphen der Messreihen zusammensetzt. Die senkrechten Markierungen entlang des Graphen geben die **Standardabweichung** in diesem Punkt wieder, wobei hier eine Markierung alle **25mA** aufgetragen wurde. Es gilt die gleiche Skalierung der Achsen wie bei den vorherigen Diagrammen.



Dieses Diagramm zeigt einen Graph der sich aus **Mittelwerten** der einzelnen Funktionswerte der Graphen der Messreihen zusammensetzt. Die senkrechten Markierungen entlang des Graphen geben die **Standardabweichung** in diesem Punkt wieder, wobei hier eine Markierung alle **10mA** aufgetragen wurde. Es gilt die gleiche Skalierung der Achsen wie bei den vorherigen Diagrammen.



Dieses Diagramm zeigt einen Graph der sich aus **Mittelwerten** der einzelnen Funktionswerte der Graphen der Messreihen zusammensetzt. Die senkrechten Markierungen entlang des Graphen geben die **Standardabweichung** in diesem Punkt wieder, wobei hier eine Markierung alle **5mA** aufgetragen wurde. Es gilt die gleiche Skalierung der Achsen wie bei den vorherigen Diagrammen.



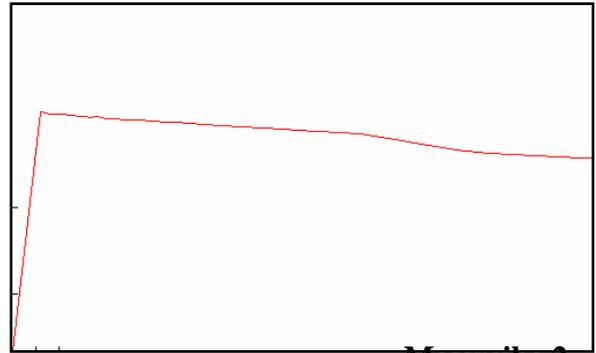
Dieses Diagramm gibt die **relative Standardabweichung** der Mittelwerte der Funktionswerte der Messreihen an. Die Stromstärke ist auf Abszisse aufgetragen. Hier repräsentiert der Abstand zwischen 2 Markierungen 10 Milliampere (die erste sichtbare Markierung ist 10mA). Auf der Ordinate ist die dann die Standardabweichung in Prozent aufgetragen, wobei der Abstand zwischen 2 Markierungen für einen Wert von 1% kennzeichnet ist (die erste sichtbare Markierung von unten repräsentiert 1% relative Standardabweichung).

Die nun folgenden Diagramme stellen die gleichen Relationen da wie die vorherigen und es gelten die gleichen Skalierungen und Beschreibungen, daher werden sie nur mit einer kurzen Überschrift gekennzeichnet. Der bedeutende Unterschied liegt aber darin, dass bei den

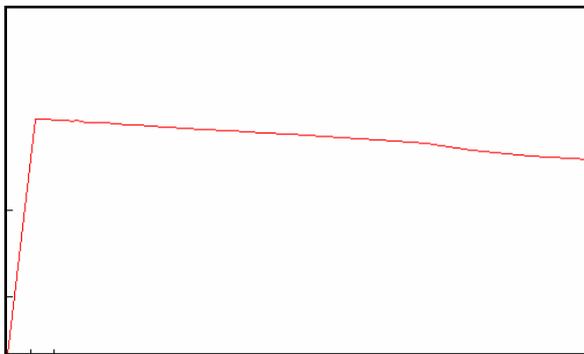
kommenden Diagrammen versucht wurde die **Verbraucherscheinungen der Batterie** im Laufe des Experiments in erste Näherung zu **kompensieren**.



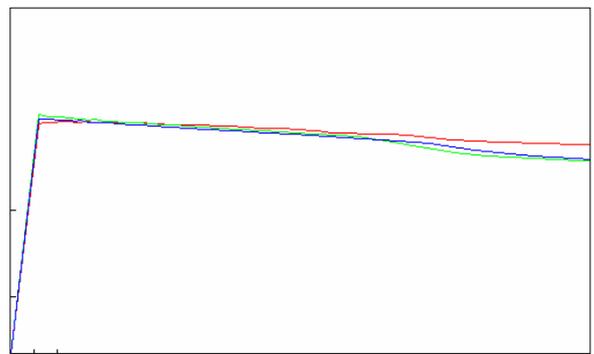
Messreihe 1



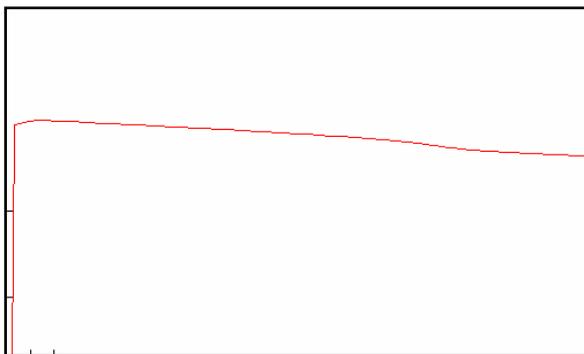
Messreihe 2



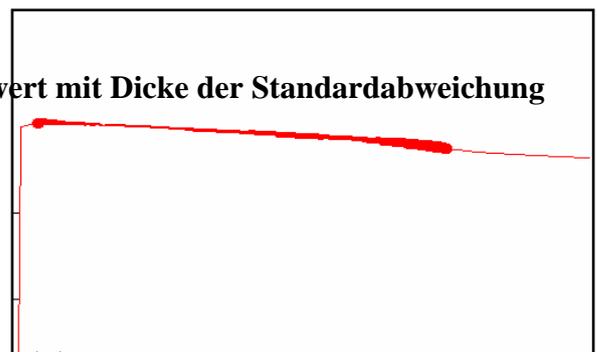
Messreihe 3



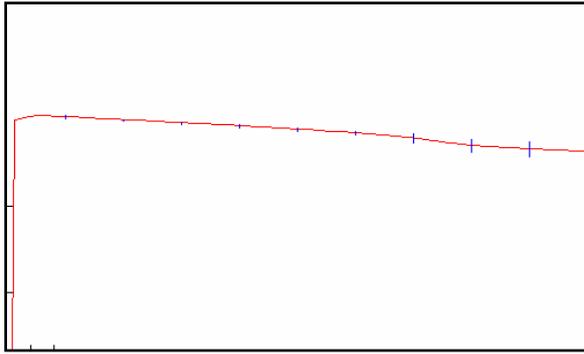
alle Messreihen



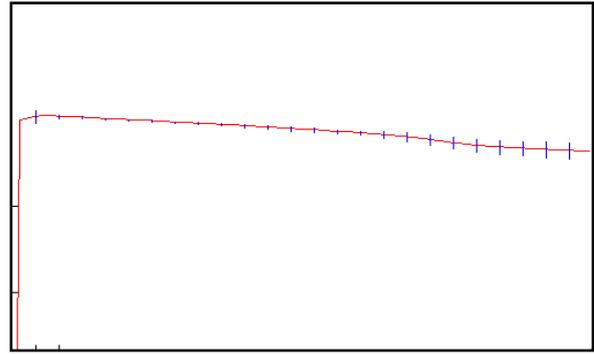
Mittelwert



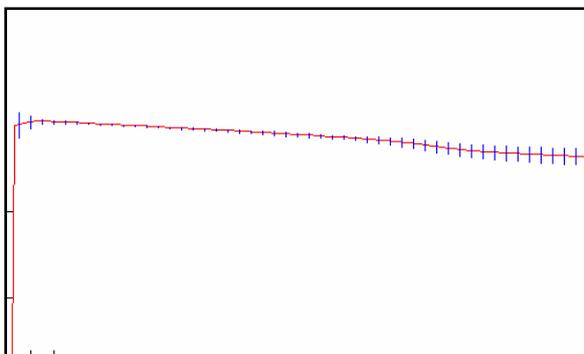
Mittelwert mit Dicke der Standardabweichung



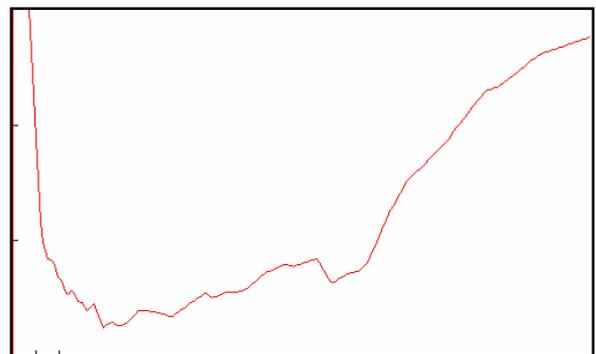
Mittelwert mit Balken je 25mA



Mittelwert mit Balken je 10mA



Mittelwert mit Balken je 5mA



relative Standardabweichung

Auswertung

Um den Innenwiderstand der Batterie zu berechnen verwendetet ich die Formel: $R_i = (U_0 - U_k) / I$. Hierbei ist U_0 die Leerlaufspannung, U_k die gemessene Klemmenspannung bei einer Belastung und I die gemessene Stromstärke. Zuerst wendete ich die Formel auf alle Messwertpaare (U_k und I) der ersten Messreihe an. Danach bildete ich aus den Ergebnissen den Mittelwert und ermittelte die Standardabweichung. Dies tat ich für alle Messreihe und erhielt folgende Ergebnisse: $R_{iReihe1} = (6,1 \pm 4,5) \mu\Omega$; $R_{iReihe2} = (2,6 \pm 0,3) \mu\Omega$ und $R_{iReihe3} = (1,0 \pm 0,7) \mu\Omega$. Anschließend berechnete ich noch den Mittelwert aus allen 3 Messreihen und dies ergab für den Innenwiderstand $(3,2 \pm 2,7) \mu\Omega$. Um die drei Messreihen vergleichen zu können, musste ich mir zusätzliche Werte errechnen, da es bei den Messungen fast unmöglich war zweimal genau die gleiche Stromstärke zu treffen. Zur Interpolation von weiteren Werten aus meinen Messwerten, bildete ich den Differentenquotient zwischen zwei Messwerte um mir neue Werte dazwischen zu errechnen. Dies tat ich mit allen Messreihen bis ich leicht vergleichbare Werte ermittelt hatte in gleichförmigen Intervallen (von 1mA) ermittelt hatte. Als dies getan war, wurden die Werte verglichen und ein Mittelwert samt Standardabweichung errechnet. Die Ergebnisse davon wurden dann in den Diagrammen illustriert. Weiters ermittelte ich eine durchschnittliche relative Standardabweichung für das den Vergleich der Messreihen über das ganze Experiment. Dies ergab einen Wert von

1,4349%. Im nächsten Schritt versuchte ich den Fehler der durch die Verbraucherscheinungen der Batterie während der Messung entstanden ist zu kompensieren. Da ich mein Arbeitstempo nicht reproduzieren konnte, nahm ich in erste Näherung eine lineare Abnahme der Leistung der Batterie über die Messung an. Ich ermittelte mir einen Wert für die Abnahme der Leistungsfähigkeit der Batterie pro Stromstärke (da diese im Laufe der Messung erhöht wurde und somit in Korrelation zur Messdauer steht) wie folgt: $(U_{0\text{Ende}} - U_{0\text{Anfang}}) / \text{Messintervall (in Ampere)}$. Daraufhin modifizierte ich alle Spannungsmesswerte des Experimentes auf folgende Art und Weise: $U_{\text{Korrektur}} = U_{\text{Messung}} * (U_{0\text{Anfang}} - I_{\text{Messung}} * \Delta U_0) / U_{0\text{Anfang}}$. Hierbei sind U_{Messung} und I_{Messung} Messwerte derselben Messung und ΔU_0 ist der zuvor ermittelte Korrekturfaktor. Durch Anwendung der verbesserten Werte auf die vorherigen Berechnungen ergab sich nun ein $R_{i\text{Reihe1}} = (5,2 \pm 4,5) \mu\Omega$; $R_{i\text{Reihe2}} = (2,4 \pm 0,3) \mu\Omega$; $R_{i\text{Reihe3}} = (0,8 \pm 0,7) \mu\Omega$; $(2,8 \pm 2,7) \mu\Omega$ und eine durchschnittliche relative Standardabweichung von 1,9504%.

Interpretation

Man sieht in die den Graphen (bei Gegenüberstellung von Stromstärke und Spannung) sehr schön den Spannungsabfall, welcher durch den Innenwiderstand der Batterie bedingt ist. Dieser ist deutlich als Lineare Abnahme der Spannung bei steigender Stromstärke zu erkennen. Die Werte der 3 Messreihen sind sich sehr ähnlich und es gibt nur eine kleine Standardabweichung von ihrem Mittelwert. Daher überrascht es umso mehr, dass der errechnete Innenwiderstand der Batterie sich durch eine sehr hohe Standardabweichung (in der Größenordnung des Mittelwertes) negativ auszeichnet. Dies ist vermutlich auf seine doch im Vergleich zu den Größenordnungen der anderen im Experiment eingebunden Größen (Strom, Spannung) kleinen Größenordnung zurückzuführen. Der Ermittelte Korrekturfaktor geht zwar sichtbar in die Diagramme ein. Da dieser Faktor die gemessene Spannung etwas nach oben hin korrigiert, wirkt er sich auf den Innenwiderstand dämpfend aus. Die durchschnittliche relative Standardabweichung nimmt jedoch mit dem Korrekturfaktor zu, was ein Indiz auf ist, dass er sich doch nicht ganz linear verhält und somit auch mein Arbeitstempo während des Experiments nicht ganz homogen war.

Experiment 2: Bestimmung des Innenwiderstandes einer Glühlampe

Durchführung

Zuerst fügte ich in den bereits teilweise vorbereiteten Schaltkreis das Voltmeter ein indem ich es mit den Klemmen an beiden Seiten der Glühlampe verband. Anschließend öffnete ich den Stromkreis zwischen Glühlampe und Schiebewiderstand und fügte dort das Amperemeter ein. Als nächstes schloss ich den Stromkreis und begann die Stromstärke und Spannung abzulesen. Dabei variierte ich langsam den Schiebewiderstand und notierte die gemessenen Werte. Nachdem ich den die erste Messreihe durchgeführt hatte, ließ ich die Glühbirne kurz auskühlen und führte zwei weitere Messreihen durch.

Messwerte

Messreihe 1:

Spannung [V]	Strom [A]
0,18	0,68
0,17	0,7
0,18	0,78
0,2	0,85
0,21	0,91
0,23	0,96
0,24	1,00
0,25	1,02
0,27	1,10
0,3	1,19
0,32	1,24
0,33	1,27
0,35	1,31
0,37	1,36
0,4	1,44
0,45	1,50
0,48	1,55
0,54	1,63
0,61	1,71
0,71	1,79
0,79	1,85
0,87	1,9
1	2,01
1,22	2,14
1,37	2,24
1,48	2,32
1,59	2,39
1,66	2,43
1,81	2,53
1,93	2,63
2,15	2,75
2,30	2,84
2,48	2,96

2,61	3,02
2,7	3,08
2,93	3,21
3,18	3,35
3,34	3,44
3,38	3,46
3,48	3,50
3,65	3,60
4	3,77

Messreihe 2:

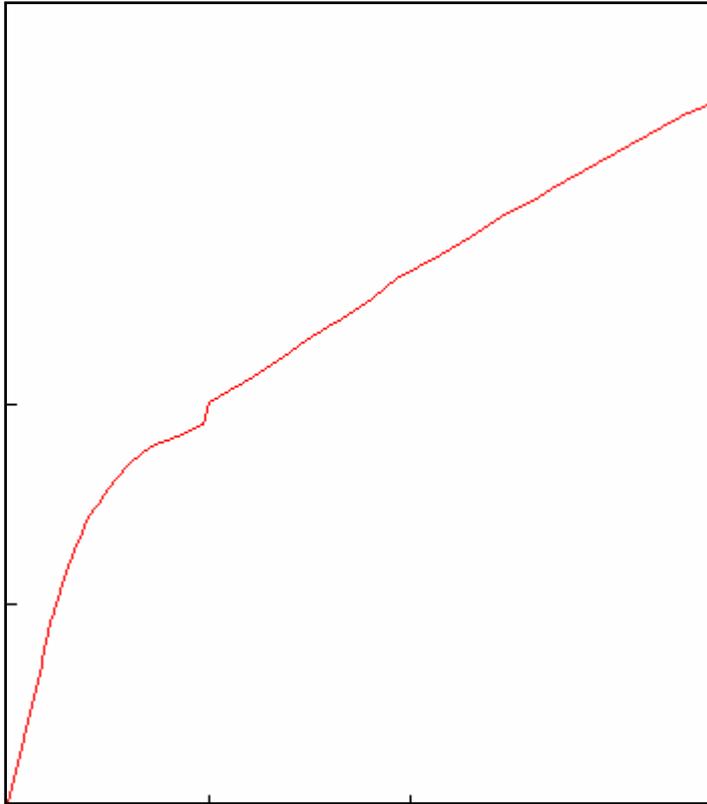
Spannung [V]	Strom [A]
0,08	0,57
0,09	0,64
0,1	0,73
0,11	0,79
0,12	0,84
0,14	0,89
0,16	1,01
0,18	1,12
0,20	1,17
0,22	1,26
0,24	1,32
0,29	1,44
0,4	1,58
0,49	1,73
0,68	1,92
0,9	2,05
1,07	2,16
1,25	2,31
1,5	2,47
1,7	2,61
1,91	2,75
2,21	2,94
2,55	3,13

2,7	3,24
3,1	3,34
3,32	3,43
3,51	3,52

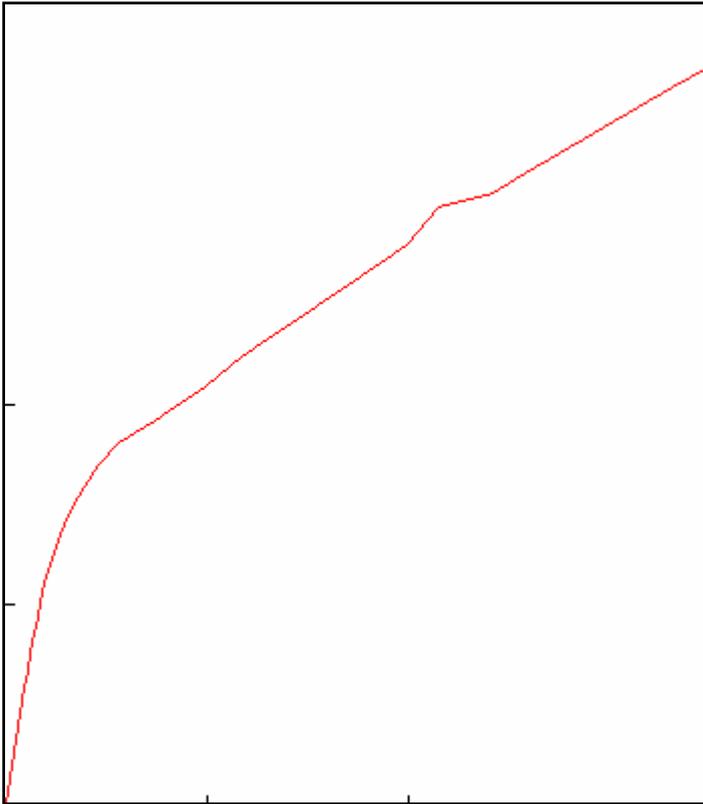
Messreihe 3:

Spannung [V]	Strom [A]
0,08	0,52
0,09	0,58
0,11	0,67
0,12	0,76
0,13	0,81
0,16	0,94
0,18	1,06
0,2	1,14
0,24	1,26
0,27	1,35
0,29	1,4
0,34	1,51
0,46	1,7
0,56	1,81
0,74	1,92
0,84	1,99
0,99	2,09
1,17	2,24
1,33	2,35
1,42	2,41
1,7	2,6
1,99	2,8
2,15	2,89
2,42	3,06
2,58	3,16
3,31	3,59
3,51	3,7

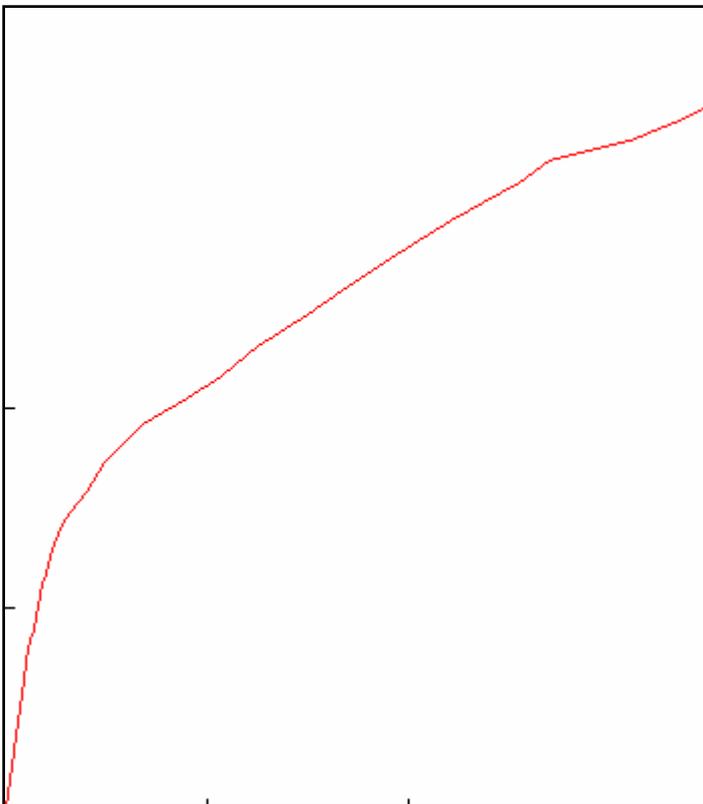
Diagramme



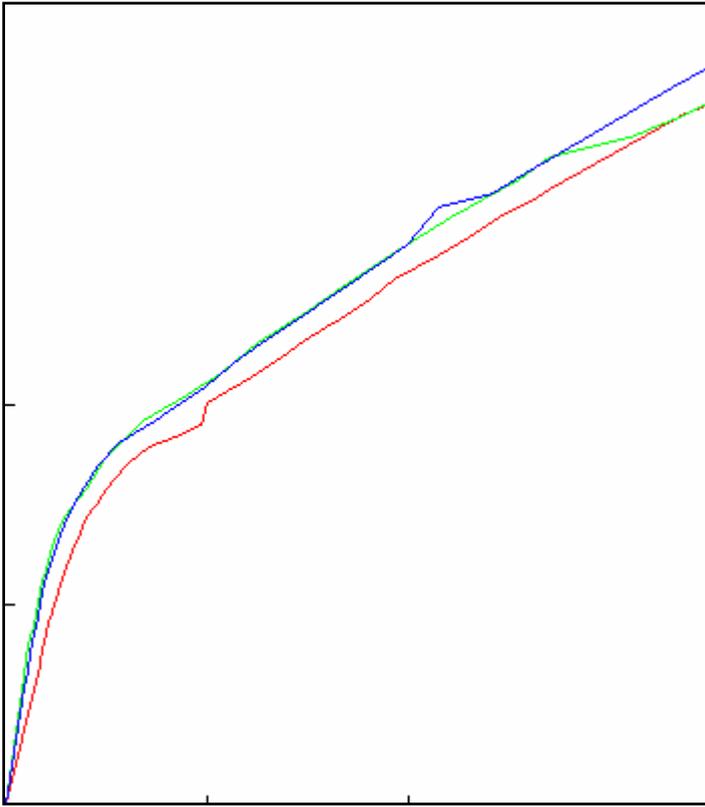
Dieses Diagramm zeigt den **Graphen der Messreihe 1**. Auf der Ordinate ist die Stromstärke aufgetragen, wobei der Abstand zwischen 2 Markierungen ein Ampere darstellt (die unterste sichtbare Markierung ist 1 Ampere). Die Spannung ist auf Abszisse aufgetragen. Hier repräsentiert der Abstand zwischen 2 Markierungen auch 1 Volt (die erste sichtbare Markierung ist 1V).



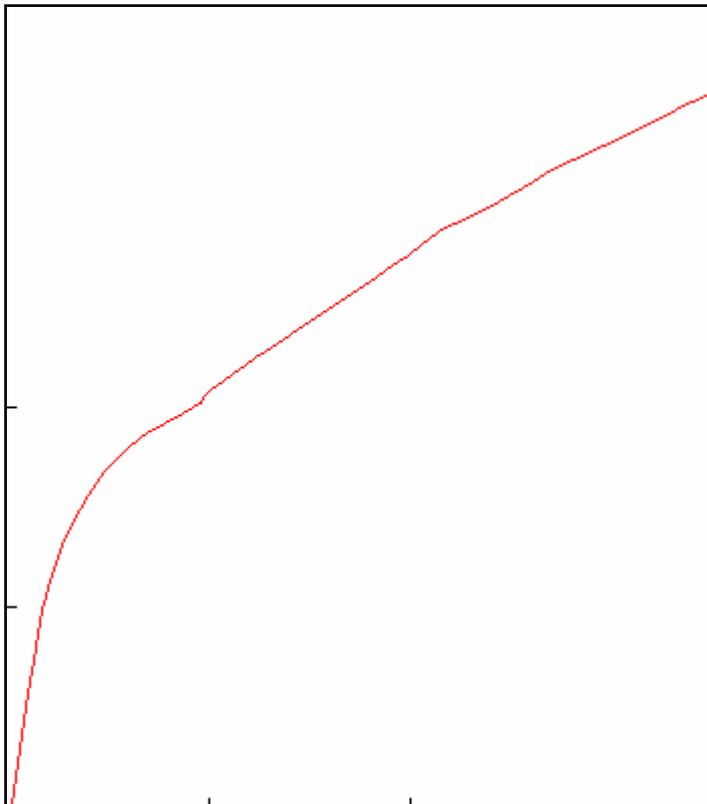
Dieses Diagramm zeigt den **Graphen der Messreihe 2**. Es gelten die gleichen Konventionen für die Skalierung wie beim vorherigen Diagramm.



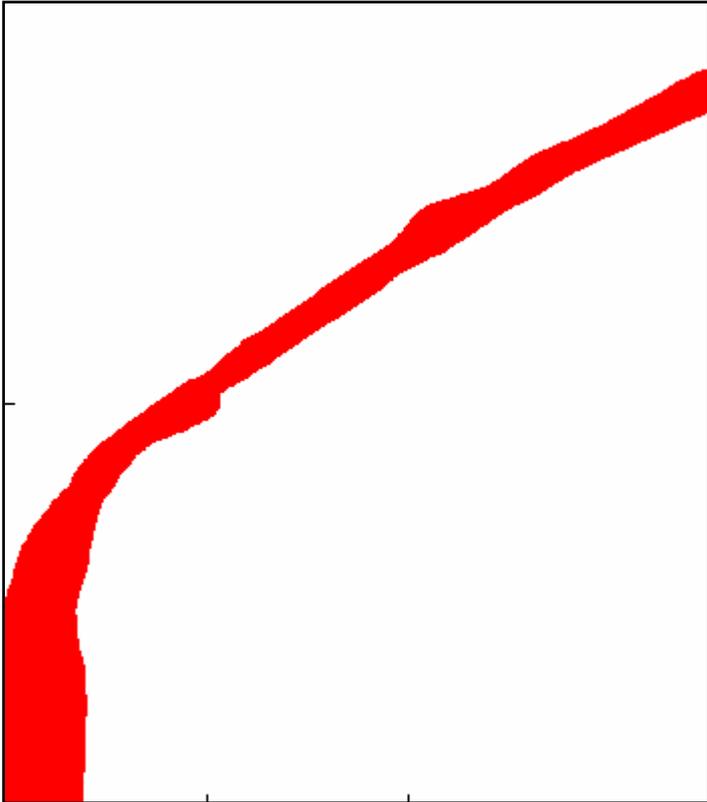
Dieses Diagramm zeigt den **Graphen der Messreihe 3**. Es gelten die gleichen Konventionen für die Skalierung wie beim vorherigen Diagramm.



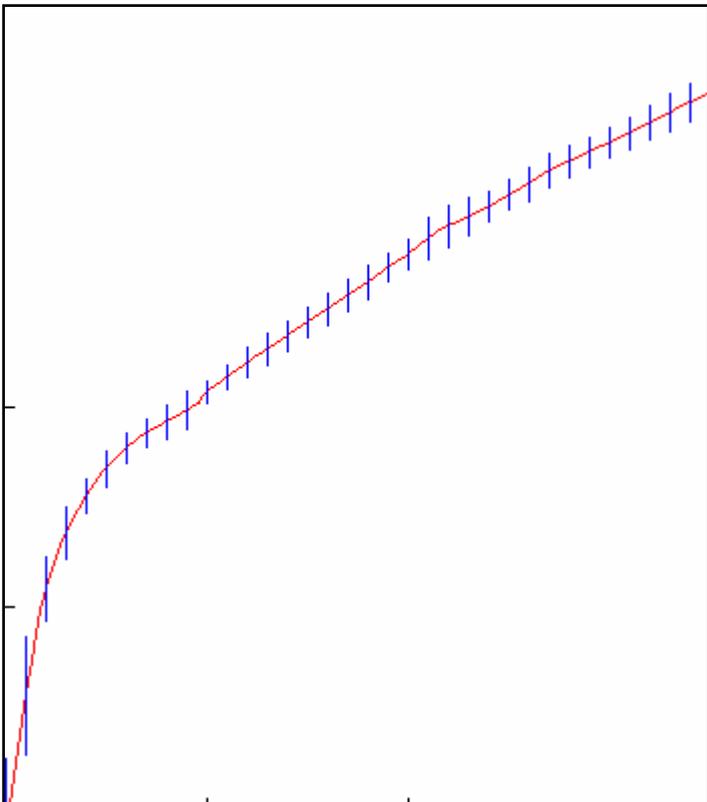
Dieses Diagramm zeigt den **alle drei Graphen der Messreihen**. Es gelten die gleichen Konventionen für die Skalierung wie beim vorherigen Diagramm.



Dieses Diagramm zeigt den **der Mittelwerte der Messreihen**. Es gelten die gleichen Konventionen für die Skalierung wie beim vorherigen Diagramm.

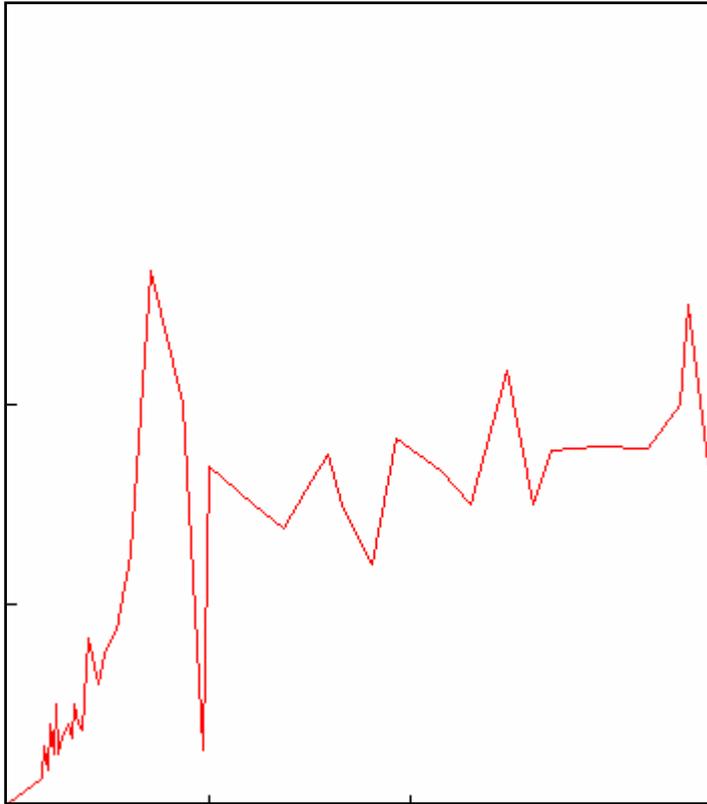


Dieses Diagramm zeigt den **der Mittelwerte der Messreihen**. Die Dicke des Graphen gibt die **Standardabweichung** in den jeweiligen Punkten an. Es gelten die gleichen Konventionen für die Skalierung wie beim vorherigen Diagramm.

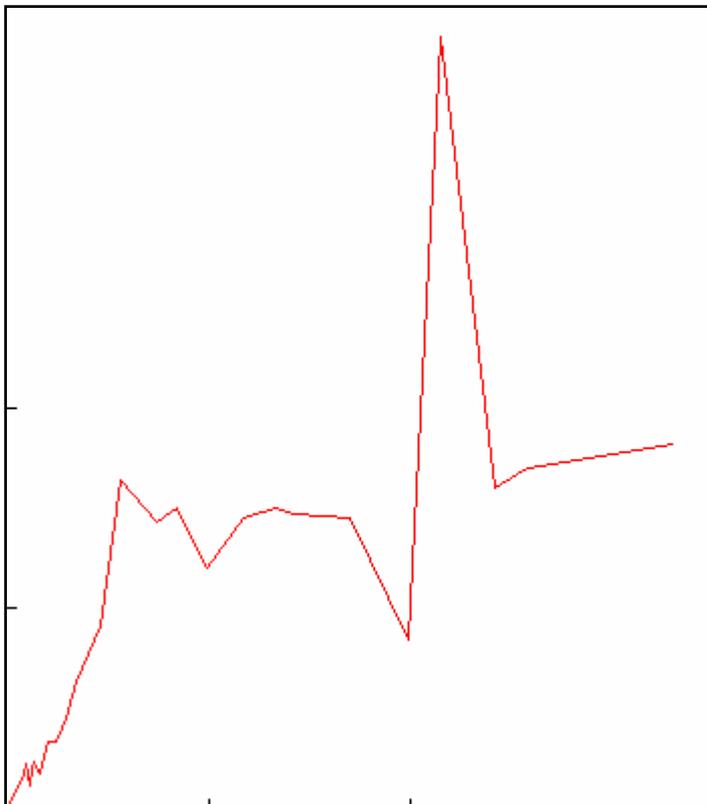


Dieses Diagramm zeigt einen Graph der sich aus **Mittelwerten** der einzelnen Funktionswerte der Graphen der Messreihen zusammensetzt. Die senkrechten Markierungen entlang des Graphen geben die **Standardabweichung** in diesem Punkt wieder, wobei hier eine

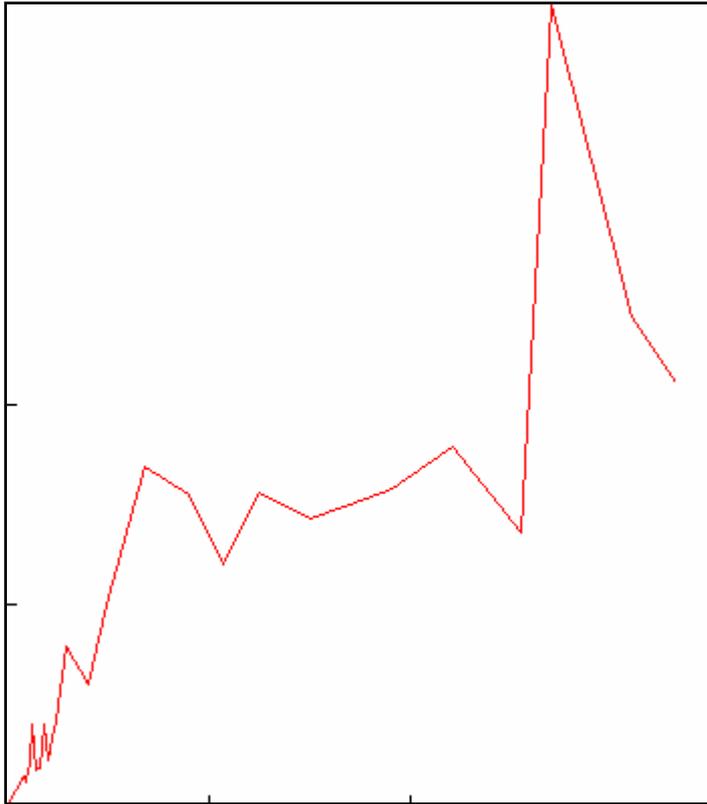
Markierung alle **100mV** aufgetragen wurde. Es gelten die gleichen Konventionen für die Skalierung wie beim vorherigen Diagramm.



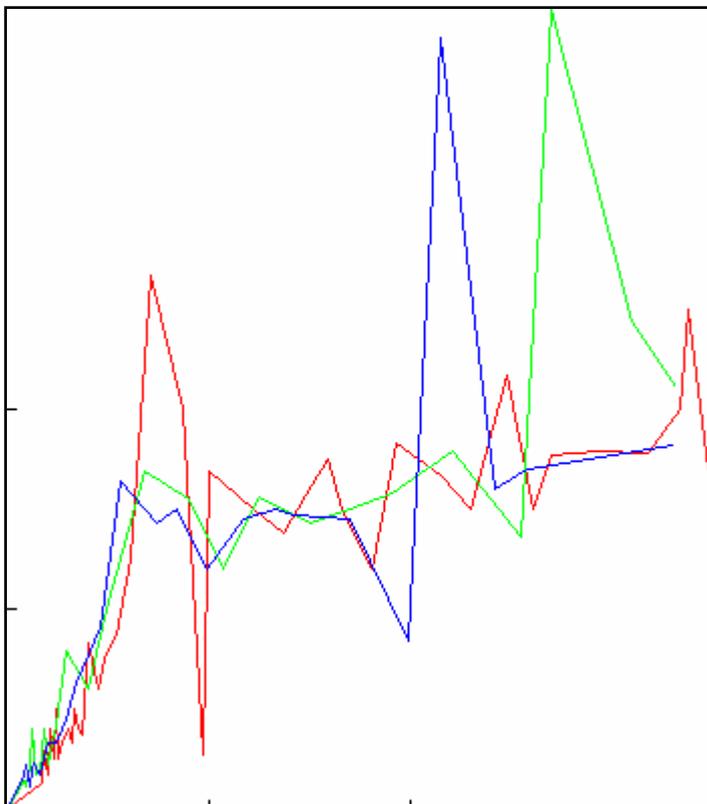
Dieses Diagramm zeigt den **Graphen der differentiellen Widerstandes der 1. Messreihe.**



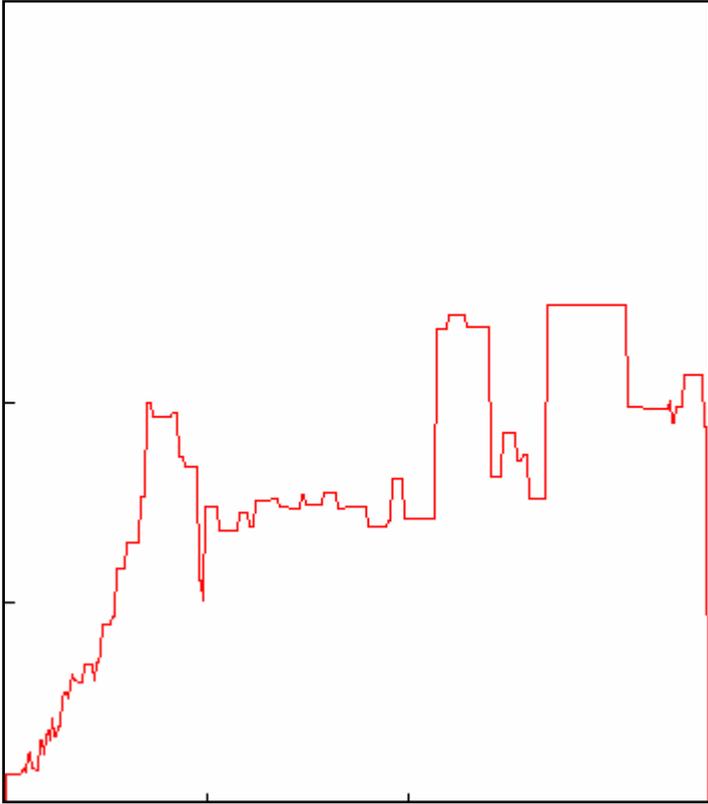
Dieses Diagramm zeigt den **Graphen der differentiellen Widerstandes der 2. Messreihe.**



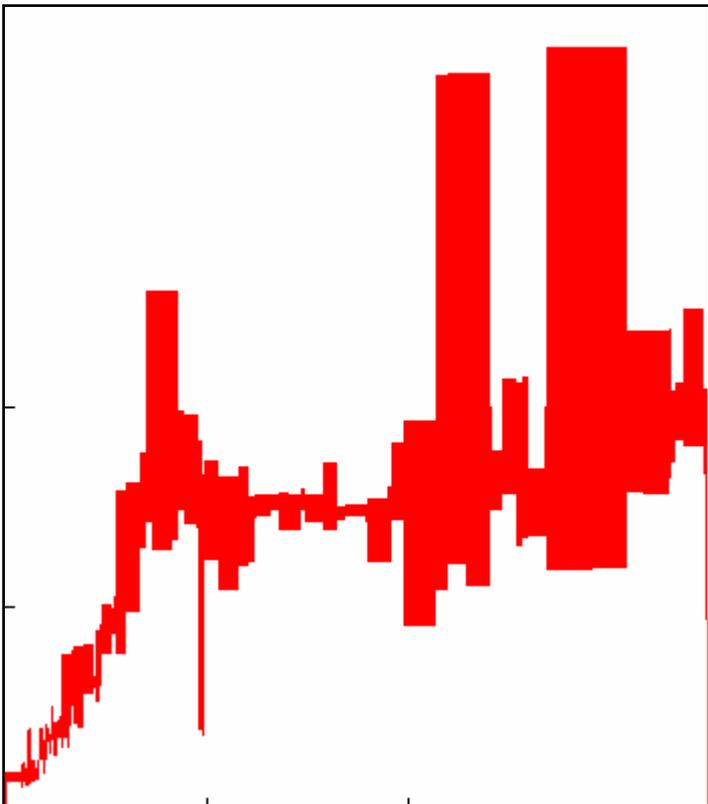
Dieses Diagramm zeigt den **Graphen der differentiellen Widerstandes der 3. Messreihe.**



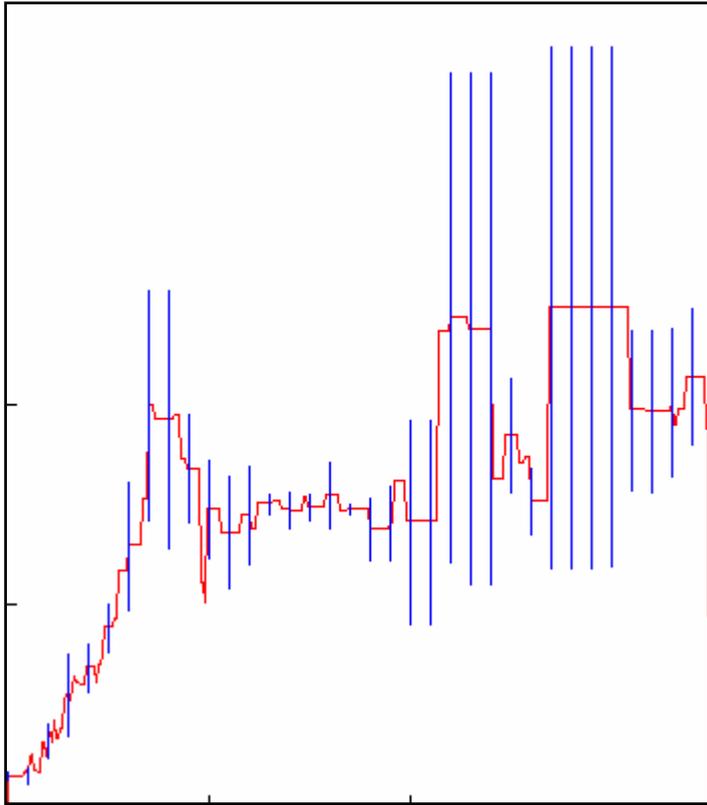
Dieses Diagramm zeigt den **Graphen der differentiellen Widerstände aller 3 Messreihe.**



Dieses Diagramm zeigt den **Graphen des Mittelwertes der differentiellen Widerstände**.



Dieses Diagramm zeigt den **Graphen des Mittelwertes des differentiellen Widerstandes**. Die Dicke des Graphen gibt die **Standardabweichung** an.



Dieses Diagramm zeigt einen Graph der sich aus **den Mittelwertes des differentiellen Widerstandes** der einzelnen Funktionswerte der Graphen der Messreihen zusammensetzt. Die senkrechten Markierungen entlang des Graphen geben die **Standardabweichung** in diesem Punkt wieder, wobei hier eine Markierung alle **100mV** aufgetragen wurde.

Auswertung:

Der Widerstand der Glühlampe ergibt sich aus der Formel $R=U/I$. Ich berechnete diesen für alle Messwerte einer Messreihe und bildete anschließend den Mittelwert. Dies ergab für die erste Messreihe $(0,5448 \pm 0,289) \Omega$, für die zweite $(0,4266 \pm 0,3029) \Omega$ und für die dritte $(0,4159 \pm 0,2678) \Omega$. Weiters habe ich auch einen Mittelwert für alle Messreihen zusammen mit $(0,4624 \pm 0,2842) \Omega$ ermittelt. Die Standardabweichung, welche ungefähr halb so groß ist wie der Wert selbst ist hier sehr wenig verwunderlich, da sich der Widerstand hier nicht linear verhält sondern mit zunehmender Erwärmung der Glühlampe zunimmt. Folglich ermittelte ich auch noch den differentiellen Widerstand mit $R_{diff} = dU/dI$. Dieser ergab für die erste Messreihe $(1,1603 \pm 0,7388) \Omega$, für die zweite Messreihe $(1,0517 \pm 0,9262) \Omega$, für die dritte Messreihe $(0,9949 \pm 0,8422) \Omega$ und für den Mittelwert aus allen 3 Messreihen $(1,069 \pm 0,8152) \Omega$. Darüber hinaus verglich ich alle 3 Graphen(Spannung vs. Strom) und stellte dort durch Interpolation geeignete Punkte die Abweichung der Graphen zueinander fest. Daraus errechnete ich eine durchschnittliche Standardabweichung der Kurven zueinander und diese ergab 21,2931%.

Interpretation:

Da sich der Widerstand der Glühbirne bei zunehmender Temperatur ändert ist es schwierig brauchbare Zahlenwerte dafür zu ermitteln. Dies schlägt sich klarer Weise in den relativ hohen Standardabweichungen nieder. Doch auf den Diagrammen sieht man dafür das Verhalten sehr schön. Zuerst steigt die Stromstärke bei zunehmender Spannung stark(ungefähr linear) an bis sie ab einen gewissen Punkt bei ungefähr 1V abflachen zu beginnt. Doch dann setzt sich diese flache aber wieder lineare Kurve bei weiterer Spannungszunahme fort. Seltsamer Weise liegen die Werte der ersten Messreihe auffallend unter denen der zweiten und dritten(welche fast indent sind). Vermutlich habe ich die Glühbirne zu kurz auskühlen gelassen. Bei den Graphen der differentiellen Widerstände sieht man zuerst die eine beschleunigte Zunahme bis zum Knickpunkt bei ca. 1V, wo sie sich dann kaum mehr verändern. Die vereinzelt Spitzen sind höchstwahrscheinlich die Folgen einiger Messungenauigkeiten. Solche kleinere Messfehler sieht man auch gut in den Graphen der Spannung gegen Stromstärke der einzelnen Messreihe, wo sie als kleine, aber erkennbare „Dellen“ in der Kurve auffallen.