

## Auflösungsvermögen

Das Auflösungsvermögen ist der kleinste Linear- oder Winkelabstand in dem zwei Punkte gerade noch als zwei einzelne Punkte unterscheidbar/auflösbar sind. Das Auflösungsvermögen des menschlichen Auges liegt bei Idealbedingungen bei einer Bogenminute. Bei Mikroskopen liegt das Auflösungsvermögen in der Größenordnung der Lichtwellenlänge, diese Grenze ist mit Beugungseffekten begründet. Ähnlich verhält es sich bei astronomischen Instrumenten, wo im Allgemeinen die Auflösung durch den Objektivdurchmesser bestimmt wird, es sei den man verwendet interferometrische Techniken.

## Interferenz

Bei Interferenz überlagern sich zwei Wellen gleicher Frequenz und einer festen Phasenbeziehung (Kohärenz). Sie können sich somit verstärken oder auch auslöschen. Zwei miteinander interferierende Wellen folgender Gestalt:

$$(1) \Psi_i = A_i \sin(\omega t + \varphi_i)$$

ergeben eine neue Welle derselben Gestalt, jedoch mit anderer Amplitude und Phasenverschiebung, welche sich aus den beiden ursprünglichen Wellen wie folgt berechnet:

$$(2) A_{neu} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

$$(3) \tan(\varphi_{neu}) = \frac{A_1 \sin(\varphi_1) + A_2 \sin(\varphi_2)}{A_1 \cos(\varphi_1) + A_2 \cos(\varphi_2)}$$

## Kohärenz

Wellen sind kohärent, wenn die Zeitabhängigkeit der Amplitude in ihnen bis auf eine Phasenverschiebung die gleiche ist. Die Phasendifferenz der Wellen ist also zeitlich konstant. Dies ist bei zwei verschiedenen Lichtquellen (Glühlampen) im Allgemeinen nicht der Fall, bzw. nur schwer zu realisieren. Wenn man einen Wellenzug teilen will und mit sich selbst interferieren lassen will, darf der Gangunterschied die Kohärenzlänge nicht überschreiten.

## Gitterkonstante

Die Gitterkonstante beschreibt bei optischen Gittern die Dichte der Gitterlinien. Sie wird häufig in Strich pro Längeneinheit angegeben. Jedoch ist sie auch oft oft als Abstand zwischen zwei Strichen definiert. Bei der Beugung am Gitter gilt dann für die Hauptmaxima folgende Relation:

$$(4) \lambda = \frac{G \sin(\alpha_n)}{n}$$

wobei G die Gitterkonstante (Abstand zwischen 2 Strichen),  $\lambda$  die Lichtwellenlänge, n die Ordnung des Maximums und  $\alpha_n$  der Beugungswinkel des jeweiligen Maximums ist.

## Brechung

Die Brechung von Licht an der Grenzfläche zweier Medien ist Phänomen mit vielfältigen Anwendungen innerhalb der Optik, welche von der Konstruktion von Linsen bis zur Spektroskopie reichen. Wenn ein Lichtstrahl von einem optisch dünneren in ein optisch dickeres übergeht, wird der Strahl zum Lot abgelenkt, wobei die Stärke der Ablenkung mit den Lichtgeschwindigkeiten in den jeweiligen Medien bzw. den Brechzahlen korreliert. Es gelten hierzu folgende Formeln:

$$(5) \frac{\sin(\delta_1)}{\sin(\delta_2)} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

(Brechungsgesetz von Snellius)

wobei  $\delta_i$  der Winkel,  $c_i$  die Lichtgeschwindigkeit und  $n_i$  die Brechzahl im jeweiligen Medium sind.

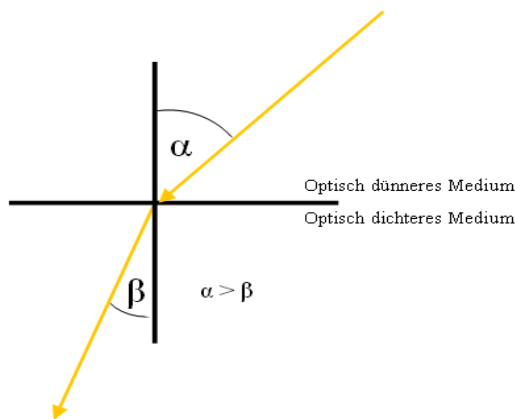
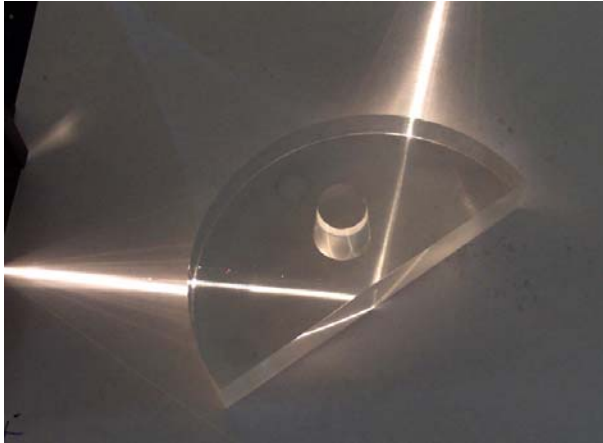


Abb.1: Brechung eines Lichtstrahls beim Übergang von optisch dünnerem in optisch dichteres Medium.

## Totalreflexion

Totalreflexion ist ein Phänomen, welches auf der Brechung basiert. Wenn beim Übergang vom optisch dickeren in ein optisch dünneres Medium der Einfallswinkel so groß ist, dass sich ein Austrittswinkel von mehr als  $90^\circ$  ergeben würde, so tritt Totalreflexion ein. Hierbei wird das Licht nicht mehr an der Grenzschicht gebrochen, sondern fast vollständig an ihr reflektiert, sodass der Einfallswinkel gleich dem Ausfallwinkel ist, wie bei einer gewöhnlichen Reflexion. Wenn  $n_1$  die Brechzahl für das optisch dickere Medium ist und  $n_2$  für das optisch dünnere, so erhält man den Grenzwinkel für die Totalreflexion  $\vartheta$  mittels dieser Formel:

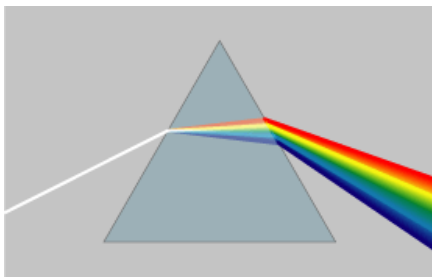
$$(6) \vartheta = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$



*Abb.2: Totalreflexion in Glashalbkreis*

## **Dispersion**

Die Brechzahl eines Mediums ist auch von der Wellenlänge des jeweiligen durchquerenden Lichtstrahls abhängig. So hat langwelliges Licht in der Regel eine kleinere Brechzahl als kurzwelligeres. Dies kann unter bestimmten geometrischen Anordnungen (z.B. Prisma) zu einer Auffächerung von weißem Licht in ein Spektrum führen.



*Abb.3: Auffächerung von weißem Licht in ein Spektrum anhand der Dispersion in einem Prisma*

## **Prisma**

In der Optik werden im Allgemeinen gerade Prismen mit einem gleichschenkligen Dreieck als Grund- und Deckfläche verwendet. Diese optischen Prismen haben eine andere Brechzahl als das umgebende Medium und somit kann man, wenn man einen Lichtstrahl durch ein solches Prisma schickt, verschiedene Effekte erzeugen, welche von Brechung und Totalreflexion bis zur Auffächerung von mehrfarbigem Licht in ein Spektrum reichen können.

## **Kreisnonius**

Hierbei handelt es sich um ein sehr präzises Winkelmessinstrument. Wie bei einem Messschieber werden hier bei der Messung zwei Skalen zu Deckung gebracht, was eine sehr genaue Ablesung des eingestellten Winkels ermöglicht.

## Emissionsspektren

Angeregte Elektronen von Atomen und Molekülen strahlen bei der Rückkehr in niedrigere Zustände gemäß der Quantenmechanik Photonen von genau definierter Energie, also Wellenlänge, ab. Diese Energie entspricht dem Energieunterschied zwischen den beiden Zuständen des Elektrons. Für diese Übergänge sind nur einzelne diskrete Energiewerte möglich, wodurch das Spektrum der emittierten Photonen nur bei bestimmten Wellenlängen Linien hat und kein Kontinuum vorhanden ist. Dies wird als Emissionsspektrum bezeichnet.

## Beugung

Als Beugung bezeichnet man die Ablenkung von Wellen an einem Hindernis. Dies kann zu verschiedenen wellentypischen Erscheinungen wie Interferenz führen. Man kann die Beugung im Nahfeld mittels der Fresnel-Beugung approximieren und im Fernfeld mittels der Fraunhofer-Beugung annähern. Sehr bekannte Beugungsphänomene sind die Beugung am Einzelspalt, Doppelspalt, Gitter und an einer kreisförmigen Öffnung (z.B. Fernrohr).

## Huygens-Fresnelsches-Prinzip

Gemäß dem Huygens Prinzip besteht eine Wellenfront in jedem Punkt aus kugelförmigen Elementarwellen, welche aufsummiert die Front ergeben. Diese Kugelwellen kann man auch zur Erklärung der Brechung heranziehen. Wenn die Wellenfront eines Lichtstrahls die Grenzfläche von zwei Medien trifft, bildet sich dort beim Übergang aus den einzelnen Elementarwellen eine neue Wellenfront im anderen Medium, welche nicht parallel zu der ursprünglichen ist (Ausnahme: Lichtstrahl senkrecht).

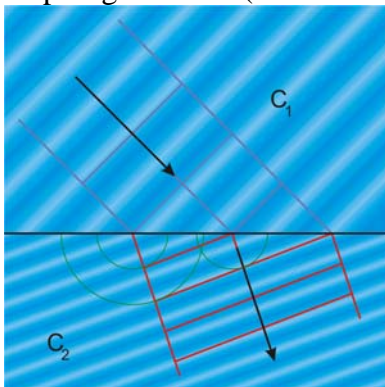


Abb.4: Darstellung der Brechung von Wellenfronten nach dem Huygens Prinzip

## Wellenoptik

Die Wellenoptik ist ein Teilbereich der Optik, welcher sich mit der Wellennatur des Lichtes beschäftigt. Licht wird hier als sich ausbreitende elektrische und magnetische Felder, also als elektromagnetische Welle behandelt. Auf Grund dieser Beschreibung können einige Lichtphänomene erklärt werden, welche nicht im Rahmen der geometrischen Optik verstanden werden können, wie Beugung, Interferenz und Polarisation.

## optische Weglänge

Die optische Weglänge in einem Medium ist die Strecke, die das Licht im Vakuum in der derselben Zeit durchlaufen würde.

$$(7) s_{opt} = n * c * t = n * s_{geometrisch}$$

## Michelson-Interferometer

Bei einem Michelson-Interferometer wird monochromatisches, kohärentes Licht mittels eines halbdurchlässigen Spiegels in zwei Teilstrahlen aufgespaltet, welche dann nach einer weiteren Reflexion an unterschiedlichen Spiegeln sich wieder treffen und entsprechend ihres Weglängenunterschieds dann miteinander interferieren.

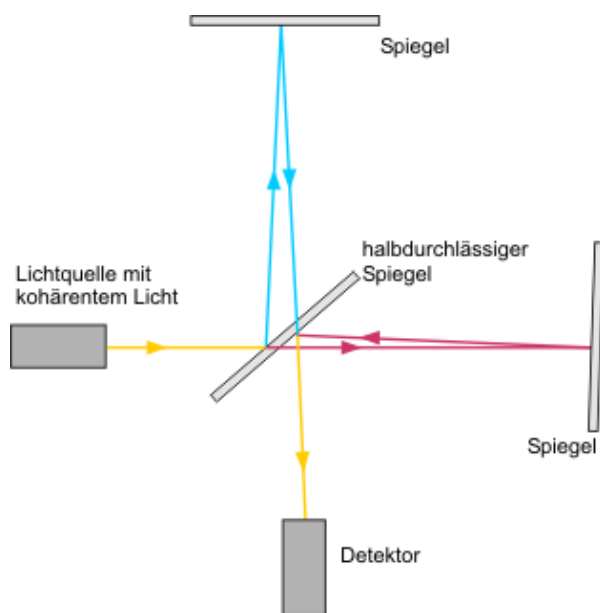
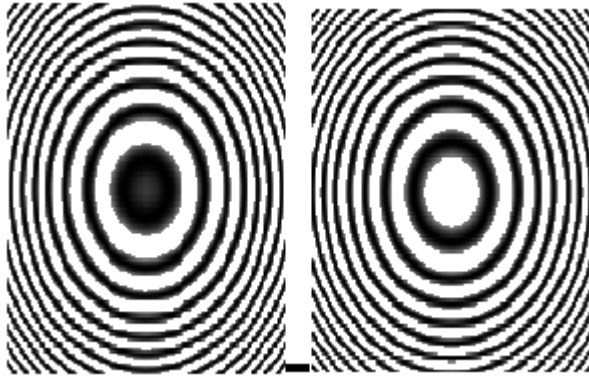


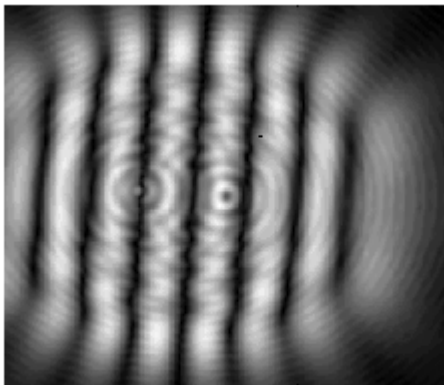
Abb.5: Funktionsskizze eines Michelson-Interferometers

## Haidingersche Ringe

Bei den Haidingerschen Ringen handelt es sich um eine bestimmte Form von Interferenzmuster, welche am Schirm eines Michelson-Interferometers auftreten. Es sind konzentrische Ringe mit abwechselndem Intensitätsmaxima und Intensitätsminima. Bei geringfügiger Verschiebung der Quelle in oder entgegen der Schirmrichtung, entsteht ein ähnliches Muster, allerdings sind die Ringe ebenfalls verschoben. Jedoch sind dafür sehr idealisierte Annahmen wie exakte Punktquellen, vollständig monochromatisches Licht, perfekter Strahlteiler, keine Fehler in Linsen und Spiegeln, ... notwendig. Da diese Bedingungen im realen Versuch nicht wirklich erfüllt sind, wird zwar prinzipiell ein ähnliches Bild entstehen, jedoch mit verschiedenen Störungen.



*Abb.6: ideale Haidingersche Ringe*



*Abb.7: reale Haidingersche Ringe*

## **Auflösungsvermögen eines Gitters**

Wir gaben ein Gitter mit einem veränderbar großen Spalt in die Messapparatur und schlossen ihn soweit, dass bei der jeweiligen beobachteten Ordnung die beiden gelben Linien gerade nicht mehr trennbar waren. Danach maßen wir die Breite des Spaltes mit dem Kathetometer.

## **Prismenspektrometer – Auflösungsvermögen**

Zuerst bestimmten wir mit dem Gaußschen Okular den Brechenden Winkel des Prismas. Anschließend Bestimmten wir den Nullpunkt auf unserer Skala indem wir das Fernrohr ohne Prisma im Weg um lasen den Wert ab. Im nächsten Schritt bestimmten wir den Winkel der kleinsten Ablenkung für alle gut sichtbaren Linien, in dem wir das Prisma solange hin und her drehten bis wir dem Umkehrpunkt der scheinbaren Bewegung der jeweiligen Spektrallinie gefunden hatten und lasen diesen Wert. Danach errechneten wir uns die Differenz zwischen dem Nullpunkt und den gemessen Werten. Anschließend gaben wir einen Spalt in die Messapparatur hinein und verengten diesen bis man die beiden gelben Linien gerade nicht mehr als zwei erkennen konnte. Dann bestimmten wir die Breite des Spaltens mit Hilfe des Kathedometers.

## **Michelson-Interferometer**

In diesem Experiment sollte die Wellenlänge eines Lasers mit Hilfe eines Michelson-Interferometers gemessen werden.

Zunächst wurde auf einer schweren Metallplatte der Aufbau aus Abbildung 5 realisiert. Die Unterseiten der einzelnen Spiegel waren magnetisch, um die Stabilität des Aufbaus zu gewährleisten. Mithilfe von Feineinstellungsschrauben wurde der Aufbau so justiert, dass sich die Strahlen, nachdem sie vom halbdurchlässigen Spiegel geteilt wurden, so gut wie möglich deckten.

Direkt vor dem Laser war eine Irisblende angebracht, um etwaiges Streulicht vom Laser fernzuhalten.

Auf dem Schirm war nun ein Ringförmiges Interferenzbild zu sehen, welches annähernd dem idealen Inerferenzbild aus Abbildung 6 entsprach. Einer der Spiegel war mit einer Mikrometerschraube verbunden, wodurch man, durch Drehen selbiger, das Interferenzbild ändern konnte ("Entstehen" bzw. "Verschwinden" von Ringen).

Zählt man jetzt eben dieses "Entstehen" oder "Verschwinden" der Ringe pro Umdrehung, so kann man auf die Wellenlänge des verwendeten Lasers schließen.

Da das Interferenzbild trotzdem leicht vom idealen Bild abweicht, ist auch die Änderung des Interferenzbildes nicht konstant, was den Zählvorgang erschwert.

Eine große Schwierigkeit bestand allerdings darin, dass, trotz größerer Bemühungen, der Aufbau extrem anfällig für Erschütterungen jeder Art war, selbst reden erzeugte Schwingungen. Weiters waren die Ringe selbst beim Abdrehen sämtlicher anderer Lichtquellen nicht so gut zu sehen, wodurch es nicht leicht war zu erkennen, ob nun gerade ein oder zwei Ringe verschwunden sind.

## Auflösungsvermögen eines Gitters

Aus den gemessenen Spaltbreiten  $d$  kann man bei bekannter Ordnung  $n$ , Wellenlängendifferenz  $\Delta\lambda$  und Wellenlänge einer Linie  $\lambda_1$  kann man sich mit folgender Formel die Gitterkonstante  $G$  ausrechnen:

$$(8) G = d \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda_1} \cdot n$$

### Wellenlängen der beiden Linien

$\lambda_1$ [nm]	577,0
$\lambda_2$ [nm]	579,1
$\Delta\lambda$ [nm]	2,1

### Messwerte

Ordnung $g$	Skalenwert max	Skalenwert min	Skalenabstand	Spaltbreite [mm]	$G$ [ $\mu\text{m}$ ]
2	34,56	31,58	2,98	1,49	10,8
3	34,84	32,8	2,04	1,02	11,1
4	33,38	31,92	1,46	0,73	10,6
-2	34,52	31,5	3,02	1,51	11,0
-3	34,94	32,78	2,16	1,08	11,8
-4	33,44	31,9	1,54	0,77	11,2

Für die Gitterkonstante  $G$  ergibt sich somit ein Wert von:

$$(11,1 \pm 0,4) \mu\text{m}$$

Dieses Messergebnis scheint ein realistischer Wert für die Gitterkonstante zu.

## Prismenspektrometer – Auflösungsvermögen

Unser gemessener Brechender Winkel  $\varepsilon$  des Prismas betrug

$$(59,87 \pm 0,02)^\circ$$

Der eingestellte Nullpunkt für unsere Messungen war bei:

$$(254,97 \pm 0,02)^\circ$$

Mit Hilfe folgender aus dem letzten Semester bekannten Formel konnten wir bei bekannten brechenden Winkel  $\varepsilon$  und bekannten Winkel der minimalen Ablenkung  $\delta_{\min}$  die Brechzahl des Prismas berechnen.

$$(9) n = \sin((\delta_{\min} + \varepsilon)/2) / \sin(\varepsilon/2)$$



### Messwerte

Farbe	abgelesener Winkel		Ablenkwinkel		Wellenlänge nm	Brechzahl
	°	rad	°	rad		
rot	207,08	3,61429	47,88	0,83572	623,4	1,619
gelb1	206,73	3,60818	48,23	0,84183	579,1	1,622
gelb2	206,72	3,60789	48,25	0,84212	577,0	1,623
grün	206,42	3,60265	48,55	0,84736	546,1	1,626
türkis	205,68	3,58985	49,28	0,86016	491,6	1,633
blau	204,62	3,57123	50,35	0,87877	435,8	1,644
violett	203,70	3,55524	51,27	0,89477	404,7	1,653

Spaltbreite [mm]
3,99
3,57
3,85

Spaltbreite:  $(3,8 \pm 0,2)$ mm

Durch auftragen der Brechzahl gegen die Wellenlänge bekommt man die Dispersionsrelation, welche wir mit einem Polynom 2. Ordnung gefittet haben.

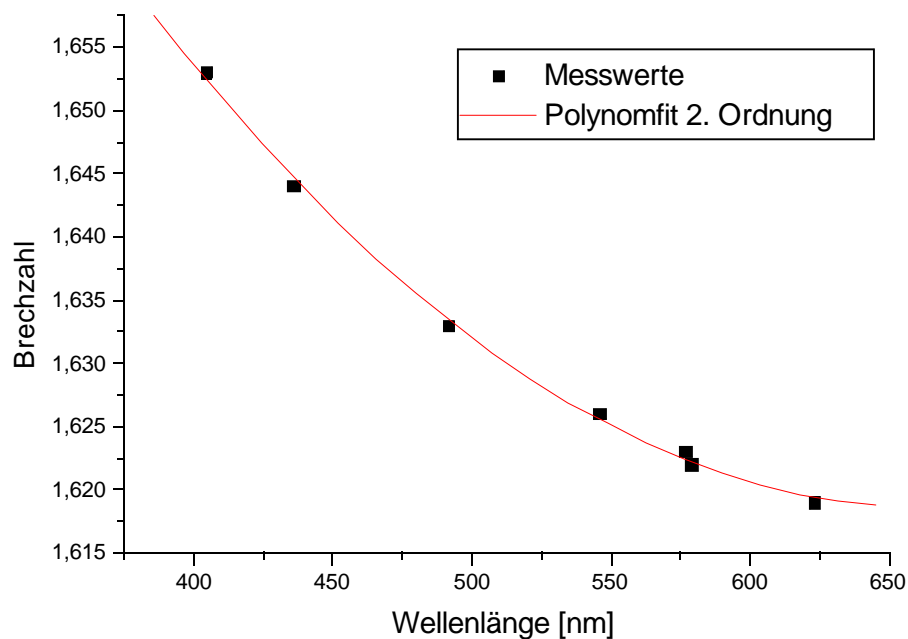


Abb.8: Dispersionsrelation

Die Gleichung des Polynomfits lautet:

$$(10) \quad n = 5,1 \cdot 10^{-7} \text{ nm}^{-2} * \lambda^2 - 6,7 \cdot 10^{-4} \text{ nm}^{-1} * \lambda + 1,84198$$

Die Ableitung desselben nach  $\lambda$  lautet:

$$(11) \quad \frac{dn}{d\lambda} = 10,2 \cdot 10^{-7} \text{ nm}^{-2} * \lambda - 6,7 \cdot 10^{-4} \text{ nm}^{-1}$$

Das Auflösungsvermögen des Prismas bei Minimum der Ablenkung kann man sich mit dieser Gleichung berechnen

$$(12) A = 2d \sin\left(\frac{\varepsilon}{2}\right) \left| \frac{dn}{d\lambda} \right|$$

Für den Mittelwert der beiden gelben Linien erhält man ein Auflösungsvermögen für das Prisma von

305 ± 20

### Michelson-Interferometer

Wir zählten die Ringe, welche bei Drehung an der Schraube verschwunden sind. Da diese eine Weglängenänderung des einen Lichtstrahls entspricht, kann man sich dann nach bekannter Skalierung sehr leicht die Wellenlänge des Lasers berechnen.

#### Messwerte

Umdrehunge n	verschwundene Ringe	Ringe/Umdrehung	Wellenlänge [λ]
1	18	18,0	556
2	30	15,0	667
1	17	17,0	588
2	34	17,0	588
1	16	16,0	625
2	33	16,5	606
2	35	17,5	571
2	32	16,0	625
1	15	15,0	667
1	16	16,0	625

Aus diesen Messwerten ergibt sich eine Wellenlänge von

(612 ± 37) nm

Vergleicht man diesen Wert mit dem auf dem Laser angeschriebenen Wert von 632,8, so zeigt sich, dass der korrekte Wert innerhalb der Fehlergrenzen unserer Messung liegt. Die Genauigkeit unseres Wertes ist überraschend gut, wenn man die hohe Empfindlichkeit des Versuchsaufbaus und die Schwierigkeit der Ablesung in Betracht zieht.