

Theorie

Wärmehauptsätze

Erster Hauptsatz der Thermodynamik

Dieser Satz sagt aus, dass sich die innere Energie eines thermodynamischen Systems sich durch Zufuhr bzw. Entnahme von Wärme und Arbeit ändern kann. Er stellt im Wesentlichen eine Form der Energieerhaltung da und beschreibt die Umwandlung von verschiedenen Energien ineinander. Weiters verbietet er somit auch ein Perpetuum Mobile erster Art.

$$(1) \quad dU = dQ + dW$$

Zweiter Hauptsatz der Thermodynamik

Aus diesem Satz geht hervor, dass die Entropie S in einem abgeschlossenen System stets zunimmt bzw. erhalten bleibt. Eine Senkung der Gesamtentropie in einem System erfordert Energie von außen. Sobald die Entropie zunimmt (und somit nicht erhalten ist) handelt es sich um einen irreversiblen Prozess. Weiters ergeben sich aus diesem Satz die maximalen Wirkungsgrade bei der Umwandlung von thermischer Energie in andere Energieformen. Darüber hinaus verbietet dieser Satz das Perpetuum Mobile zweiter Art.

$$(3) \quad dS = \frac{dQ}{T} \geq 0$$

$$(4) \quad S = k_B \ln(\Omega)$$

Dritter Hauptsatz der Thermodynamik

Durch diesen Satz wird die Aussage übermittelt, dass man kein System auf den absoluten Nullpunkt hinabkühlen kann. Er ist somit unerreichbar, was seine Begründung in der quantentheoretischen Natur der Materie hat.

Thermodynamische Zustandsänderungen

Adiabatische Zustandsänderung

Bei dieser Zustandsänderung ist die Entropie des Systems erhalten und es wird keine Wärme an die Umgebung abgegeben. Es gelten für adiabatische Zustandsänderungen von idealen Gasen folgende Gleichungen:

$$(5) \quad p * V^\kappa = const$$

$$(6) \quad T * V^{\kappa-1} = const$$

$$(7) \quad \kappa = \frac{f + 2}{f}$$

Isotherme Zustandsänderung

Wie die Bezeichnung schon andeutet bleibt bei dieser Zustandsänderung die Temperatur konstant. Der Druck erhöht sich hier bei kleiner werdenden Volumen. Formel (9) beschreibt die bei einer Isothermen Zustandsänderung verrichtete Arbeit.

$$(8) \quad p^*V = const$$

$$(9) \quad \Delta W = -nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -nRT \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = -p_1 V_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Isobare Zustandsänderung

Der Druck wird bei dieser Zustandsänderung konstant gehalten, wodurch bei kleiner werdenden Volumen die Temperatur sinkt. Die hier verrichtete Arbeit ist mittels Formel (11) zu beschreiben.

$$(10) \quad \frac{V}{T} = const$$

$$(11) \quad \Delta W = -p^* \Delta V = -nR^* \Delta T$$

Isochore Zustandsänderung

In Rahmen dieser Zustandsänderung wird das Volumen nicht verändert. Somit steigt der Druck mit zunehmender Temperatur. Bei dieser Zustandsänderung wird keine Arbeit verrichtet.

$$(12) \quad \frac{p}{T} = const$$

Irreversible Zustandsänderung

Bei irreversiblen Prozessen erhöht sich die Entropie des Systems und ist somit ohne äußere Energie nicht umkehrbar. Spezialfälle solcher Zustandsänderungen sind Änderungen des Aggregatzustands von Substanzen.

Kreisprozesse

Bei einem Kreisprozess kehrt ein System nach Vorgang wieder in ihren Anfangszustand zurück. Wärmekraftmaschinen laufen mittels Kreisprozesse beispielsweise mit Stirlingprozess, mit Carnot-Prozess oder mit Ottomotorprozess.

Stirlingmotor

Der Stirlingmotor ist eine Wärmekraftmaschine, welche mittels des Stirlingprozesses arbeitet. Es handelt sich hierbei um einen Kreisprozess, welcher im Idealfall aus 4 hintereinander folgenden thermodynamischen Zustandsänderungen besteht:

1. Isotherme Kompression von Volumen V_1 auf V_2 bei Temperatur T_2
2. Isochore Erwärmung des Arbeitsgases auf Temperatur T_1
3. Isotherme Expansion von Volumen V_2 auf V_1 bei Temperatur T_1
4. Isochore Abkühlung des Arbeitsgases auf Temperatur T_2

Hier gilt $T_1 > T_2$ und $V_1 > V_2$. In der Praxis wird dies durch 2 Kolben realisiert, deren Inhalt über einen Regenerator miteinander verbunden ist. Der Regenerator ist äußerst wichtig für den in Vergleich zu Verbrennungsmotoren hohen Wirkungsgrad des Stirlingmotors, da mit ihm ein Großteil (im Idealfall alles) der zwischengespeicherten Wärme zurück an das Arbeitsgas gegeben werden kann und somit geht diese Energie nicht wie bei Verbrennungsmotoren an die Umwelt verloren. Der Wirkungsgrad eines idealen Stirlingmotors ist gleich dem einer idealen Wärmekraftmaschine (siehe Formel (13)).

Stirling - Kreisprozess

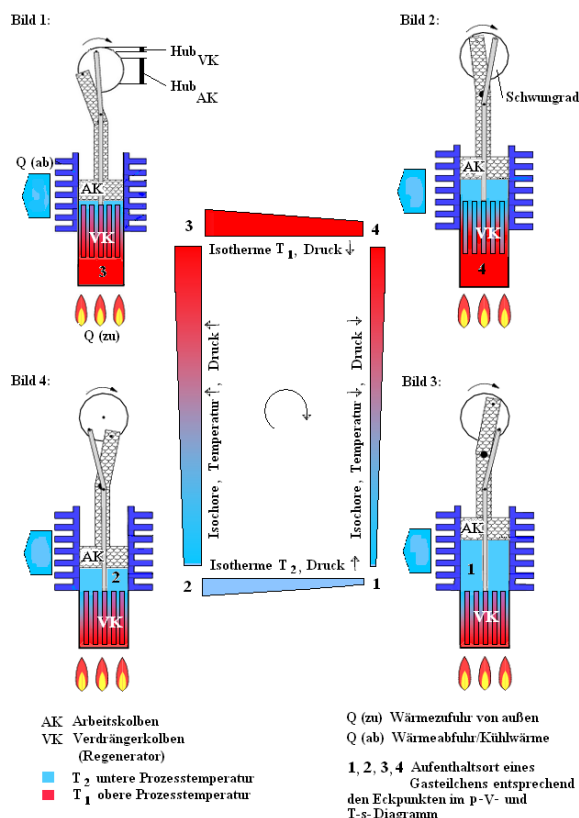
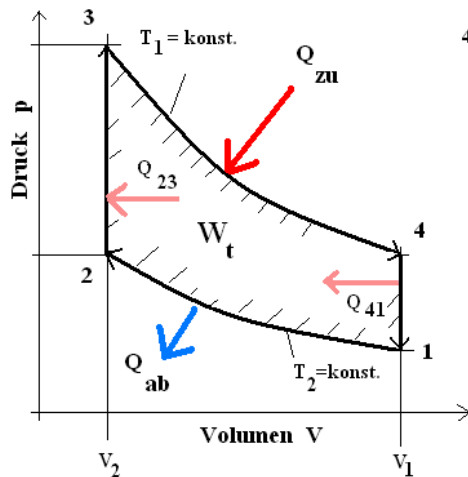


Abb.1: Schematische Darstellung der einzelnen Arbeitsschritte des Stirlingprozesses

Stirling - Prozess



- 1 - 2 Isotherme Kompression Bild 3
- 2 - 3 Isochore Wärmezufuhr Bild 4
- 3 - 4 Isotherme Expansion Bild 1
- 4 - 1 Isochore Wärmeabfuhr Bild 2

Abgegebene technische Arbeit:

$$W_t = Q_{zu} - |Q_{ab}|$$

Innerer Wärmeaustausch mit dem Verdrängerkolben (Regenerator):

$$Q_{41} = |Q_{23}|$$

Abb.2: pV-Diagramm des Stirlingprozesses

Wärmekraftmaschine

Hierbei handelt es sich um Maschinen welche Wärme(mittels 2 Wärmereservoirs) in mechanische Energie umwandeln. Der maximale Wirkungsgrad η hängt unter idealsten Bedingungen nur von den Temperaturen der Wärmereservoirs ab.

$$(13) \quad \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Carnot-Prozess

Beim Carnot-Prozess handelt es sich um einen reversiblen Kreisprozess mit welchen ideale Wärmekraftmaschinen arbeiten würden. Daher kann er einerseits zum Erzeugen von mechanischer Arbeit aus Wärme benützt werden, aber auch zum Entziehen von Wärme unter Aufwendung von mechanischer Arbeit. Der Carnot-Prozess durchläuft folgende 4 Schritte:

1. Temperatur des Arbeitsgases gering \rightarrow isotherme Kompression
2. Arbeitsgas wird erhitzt \rightarrow adiabatische Kompression
3. Wärme wird dem Arbeitsgas entzogen \rightarrow isotherme Expansion
4. Rückkehr zur Ausgangstemperatur \rightarrow adiabatische Expansion

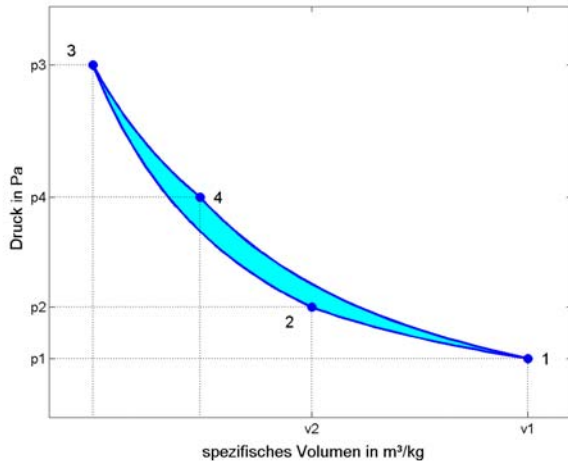


Abb.3: Carnot-Prozess im pV -Diagramm

Wärmepumpe & Kältemaschine

Die **Wärmepumpe** ist eine Maschine, die Wärme von einem niedrigen Temperaturniveau unter Aufwand von Arbeit auf ein höheres Temperaturniveau transportiert. Es gibt verschiedene physikalische Effekte, die in einer Wärmepumpe Verwendung finden können, z.B. die Verdampfungswärme bei Wechsel des Aggregatzustandes, Reaktionswärme bei Mischung zweier verschiedener Stoffe, die Temperaturabsenkung bei Expansion eines Gases etc.

Die Umkehrung dieses Prozesses findet in Wärmekraftmaschinen statt, bei der Wärme hoher Temperatur unter Gewinnung von Arbeit zu einem Wärmereservoir niedrigerer Temperatur transportiert wird, was z.B. im Carnot-Prozess der Fall ist. Dieser Prozess kann jedoch auch in umgekehrter Richtung erfolgen, wodurch die Wärmepumpe als **Kältemaschine** fungiert.

Anwendung findet die Wärmepumpe innerhalb von Kühl- und Gefriergeräten, aber auch zur Gebäudeheizung, Warmwasserbereitung etc. Innerhalb eines Kühlschranks wird dem Inneren (Kühlgut) Wärme entzogen und nach Außen (Rückseite) abgegeben. Bei der Wärmepumpenheizung wird die Wärme von einem äußeren Medium ins Innere des Gebäudes gepumpt.

PV-Diagramm

Dem Namen nach wird in diesem Diagramm das Volumen gegen den Druck aufgetragen. Es wird häufig dazu verwendet, Prozessabläufe (egal, ob mit oder ohne Phasenumwandlung) zu veranschaulichen, hier am Beispiel eines beliebigen Kreisprozesses:

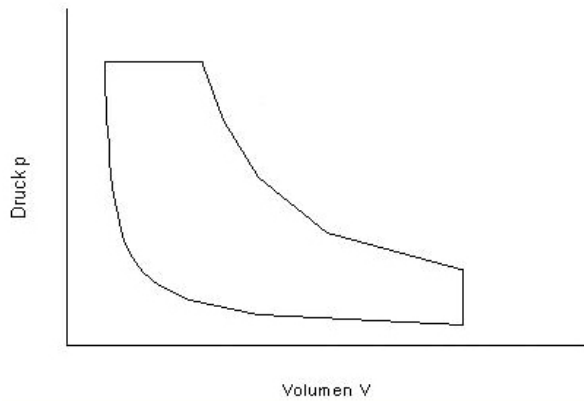


Abb.4: Beispiel für pV-Diagramm

Horizontale Geraden entsprechen isobaren Zustandsänderungen, flache Hyperbeln isothermen Zustandsänderungen, vertikale Geraden entsprechen isochoren Zustandsänderungen und steile Hyperbeln adiabatische Zustandsänderungen.

Wirkungsgrad

Der **Wirkungsgrad** ist allgemein das Verhältnis von Nutzen zu Aufwand, bei einer Maschine beispielsweise das Verhältnis von abgegebener zu zugeführter Leistung. Der Wirkungsgrad wird mit η bezeichnet und hat einen Wert zwischen 0 und kleiner 1 oder in Prozent ausgedrückt, zwischen 0 und weniger als 100 %:

$$(14) \quad \eta = \frac{P_{ab}}{P_{auf}}$$

Mit Hilfe des p-V Diagramms ergibt sich der Wirkungsgrad eines ideal arbeitenden Stirlingmotors, wobei Q für Wärmemenge steht:

$$(15) \quad \eta = \frac{Q_{zugeführt} - Q_{abgeführt}}{Q_{zugeführt}}$$

Beziehungsweise (T für Temperatur):

$$(13) \quad \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Die Tatsache, dass ein Wert von 100% nie überschritten werden kann steht im Einklang mit dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik, nämlich dass Energie nicht aus dem Nichts erzeugt werden kann.

Pronyscher Zaum

Der Pronysche Zaum, im Allgemeinen eine Holzbremse, ist ein Gerät zum Messen von Drehmomenten. Er besteht im Wesentlichen aus zwei verstellbaren Bremsbacken, welche mit einem drehbaren Hebel (Balken) verbunden sind und meist aus einem Kraftmesser (Dynamometer) oder aus einem Belastungsgewicht.

Durchführung

Teil 1

Wir hatten einen Stirlingmotor zur Verfügung, von dessen Antriebswelle aus ein Spiegel bewegt wird, welcher einen Lichtstrahl auf einen Schirm, auf dem ein Millimeterpapier als pV-Diagramm hängt, projiziert. Als ersten Schritt führten wir die Eichung der Koordinatenachsen durch, in dem wir den Stirlingmotor bei offenem Zylinder bis zum minimalen Volumen drehten und den mittels eines Lichtstrahls auf das pV-Diagramm projizierten Punkt markierten. Das Gleiche taten wir auch beim größten Volumen. Anschließend verschlossen wir den Kolben mit der Heizwendel und suchten bei kleinstem Volumen den Punkt des höchsten Druckes und markierten diesen ebenfalls am Millimeterpapier. Als wir dann die Eichung abgeschlossen hatten, begannen wir mit dem eigentlichen Versuch. Im ersten Schritt aktivierten wir die Wasserkühlung und kurz danach schalteten wir die Glühwendel ein. Nun drehte einer von uns ordentlich am Schwungrad bis der Motor zum Laufen gekommen ist, was mehrere Versuche erforderte. Nach etwa 10 Minuten lief der Motor dann ausreichend stabil und wir konnten die projizierte Kurve am pV-Diagramm nachzeichnen. Diese war leider relativ schwach zu sehen, daher mussten wir im Raum die Beleuchtung abdrehen um sie klar genug zu sehen. Als wir mit dem Zeichnen fertig waren, bestimmten wir die Drehfrequenz des Motors mittels eines Stroboskops. Hierzu zeichneten wir eine farbige Linie auf eine Scheibe und suchten die Frequenz bei der diese unbewegt erscheint.

Teil 2

Hierzu bestimmten wir zuerst einmal die Skalierung auf unserem Millimeterpapier durch Rechnung. Danach schnitten wir die eingeschlossene Fläche am pV-Diagramm aus und wogen diese. Es wurde anschließend auch eine Referenzfläche mit bekannter Größe gewogen, wodurch wir dann aus unseren Messwerten die Leistung des Stirlingmotors im Leerlaufbetrieb berechneten.

Teil 3

Nun mussten wir an der Welle des laufenden Stirlingmotors einen Pronyschen Zaum anbringen und über die Kraft, welche er gemäß dem Hebelgesetz auf eine Waage am Ende ausübt, das Bremsmoment berechnen. Weiters hatten wir gleichzeitig die Drehfrequenz des Motors unter dieser Belastung wieder mittels eines Stroboskops zu messen. Dies war nun ein klein wenig schwierig, da die Messung nun auf Grund der schon sehr geringen Frequenz sehr schwierig war.

Teil 4

In diesem Teil des Experiments wurde der Stirlingmotor extern über einen Experimentiermotor betrieben, wobei der Stirlingmotor als Kältemaschine wirkte. Davor wurde noch die, in den ersten 3 Teilen verwendete, Glühwendel ausgetauscht gegen eine, an der zusätzlich noch ein Thermometer angeschlossen war. Des Weiteren war es hier möglich, die Heizleistung zu variieren, welche ebenfalls leicht über ein integriertes Voltmeter und ein Amperemeter gemessen werden konnte. Nachdem sich der Kühlprozess eingestellt hat, wurde versucht, die Heizleistung der Glühwendel so einzustellen, dass sich Kühlprozess und Heizwirkung etwa bei Zimmertemperatur die Waage halten.

Auswertung und Interpretation

Teil 1

Auswertung

Siehe Beilage „pV-Diagramm“

Interpretation

Auch wenn die Kurve unseres Motorzyklus im pV-Diagramm nicht unbedingt sehr glatt ist, ist man dennoch in der Lage die wesentlichen Abschnitte des Zyklus zu erkennen. Die Isochore Erwärmung ist als schöne Senkrechte zu erkennen, während die Isochore Abkühlung nur wage als Gerade erkennbar ist. Die beiden Isothermen sind dafür wieder mit etwas guten Willen als Hyperbeln identifizierbar.

Teil 2

Auswertung

Zur Festlegung der Skalierung der Achsen mussten wir einmal aus den bekannten Werte für V_1 von $(345 \pm 1)\text{cm}^3$ und V_2 von $(195 \pm 1)\text{cm}^3$ und dem gemessenen Luftdruck p_L von $(99300 \pm 100)\text{Pa}$ den Druck bei kleinsten Volumen p_x berechnen. Aus diesen Werten ergibt sich mittels der Formel (8) ein p_x von $(176000 \pm 1000)\text{Pa}$. Aus unserer Messung der p-Achse ergibt sich durch Vergleich ein Skalierungsfaktor von $(4220 \pm 63)\text{Pa/cm}$. Analog dazu erhält man für V-Achse einen Skalierungsfaktor von $(1,04 * 10^{-5} \pm 10^{-7})\text{m}^3/\text{cm}$. Daraus folgt ein Umrechnungsfaktor von $(0,0443 \pm 0,0008)\text{J/cm}^2$. Durch das Abwägen des Referenzpapiers von 100cm^2 , welches eine Masse von $(0,8900 \pm 0,0001)\text{g}$ hatte und Vergleich mit der Masse der ausgeschnittenen Fläche aus dem pV-Diagramm von $(0,8295 \pm 0,0001)\text{g}$, erhielt man mit entsprechenden Umrechnungsfaktor eine Energie pro Motorzyklus von $(4,13 \pm 0,08)\text{J}$. Dies multipliziert mit der Drehfrequenz von $(5,23 \pm 0,01)\text{Hz}$ ergab eine vom Motor geleistete Arbeit von $(21,6 \pm 0,4)\text{W}$. Die Glühwendel, welche die Energiequelle für diesen Motor war wurde von einer Spannung von $(14,4 \pm 0,1)\text{V}$ und einer Stromstärke von $(16,5 \pm 0,1)\text{A}$ betrieben, was einer Leistung von $(237 \pm 2)\text{W}$ entspricht. Man erhält somit einen Wirkungsgrad des Stirlingmotors ohne Berücksichtigung der Reibung von $(9,1 \pm 2)\%$.

Interpretation

Der Wirkungsgrad von etwa 9% erscheint recht gut für eine Wärmekraftmaschine, welche unter unseren Bedingungen, welche als alles andere als ideal zu beschreiben sind, betrieben wird. Jedoch ist hier noch keine Belastung berücksichtigt, was den Wirkungsgrad natürlich noch einmal ordentlich dämpfen wird. Die Fehler bei diesem Experiment liegen in den vielen kleinen Fehlern der verschiedenen Einzelmessungen, welche dann über eine lange Fehlerfortpflanzung bis ins Endergebnis mit eingehen.

Teil 3

Auswertung

Die über dem Pronysche Zaum zur Federwaage übertragene Kraft betrug $(0,65 \pm 0,05)\text{N}$.
Durch das Hebelgesetz

$$(16) \quad M = F \cdot a$$

erhält man bei einem Kraftarm von $(25 \pm 0,1)\text{cm}$ ein Bremsmoment von $(0,16 \pm 0,01)\text{Nm}$. Der Motor drehte sich nun nur mehr mit einer Frequenz von $(4,10 \pm 0,01)\text{Hz}$, wodurch sich mittels folgender Formel

$$(17) \quad P = M \cdot \omega$$

eine Leistung von $(4,2 \pm 0,3)\text{W}$ ergibt. Es folgt aus der bekannten Heizleistung und der nun gemessenen realen Motorleistung unter Belastung eine Wirkungsgrad von $(1,7 \pm 0,1)\%$. Durch Vergleich mit der Leistung des Motors ohne Reibung zeigt sich, dass die Reibungsverluste etwa 81% betragen.

Interpretation

Der nun gemessene Wirkungsgrad entspricht auch in etwa unsere Erwartungen für einen realen Wirkungsgrad eines Stirlingmotors unter unseren Betriebsbedingungen und Belastung. Es zeigt sich hier nach dem Vergleich mit dem vorherigen unbelasteten Ergebnis, dass ein extrem großer Teil der Leistung des Motors auf Grund von Reibung verloren geht. Sicherlich könnte man die Leistung des Stirlingmotors durch eine heißere Wärmequelle verbessern. Der rechnerische Fehler dieser Messung von etwa 8% liegt in einem für unsere Bedingungen akzeptablen Bereich.

Teil 4

Auswertung

Für die Errechnung des Wirkungsgrads benötigt man die Leistung der Glühwendel bzw. die Motorleistung, welche sich ebenfalls aus Betriebsspannung und Strom ergibt. Bei einer Temperatur von $(22,3 \pm 0,2)^\circ\text{C}$ wurde das System stabilisiert (was der Raumtemperatur entsprach). Dafür wurde der Motor mit einer Spannung von $(230 \pm 5)\text{V}$ und einem Strom von $(0,33 \pm 0,3)\text{A}$ betrieben, was einer Leistung von $(76 \pm 7)\text{W}$ entspricht. Dabei wies die Glühwendel eine Spannung von $(11,2 \pm 0,2)\text{V}$ und einen Strom von $(1,8 \pm 0,2)\text{A}$ auf, was einer Leistung von $(20 \pm 2)\text{W}$ entspricht. Aus dem Verhältnis der Heizleistung zur Motorleistung ergibt sich ein Wirkungsgrad von $(26 \pm 4)\%$.

Interpretation

Der gemessene Wert des Wirkungsgrades liegt im erwarteten Bereich eines Stirlingmotors, der als Kältemaschine betrieben wird. Der recht große Fehler von etwa 15 % ergibt sich aus mehreren Faktoren. Der Kolben ist nicht komplett dicht abgeschlossen und es kann Arbeitsgas entweichen. Zusätzlich ist das System nie komplett gegen Wärmeaustausch mit der Umgebung abgeschirmt. Eine wesentliche Fehlerquelle war hier allerdings, dass man die Temperatur nur sehr schwer konstant halten konnte. Die Glühwendel weist eine gewisse Trägheit auf, sodass sich geänderte Einstellungen erst später bemerkbar machen.