Messen und Messfehler

Beim Messen einer physikalischen Größe, werden zwei Größen mit derselben Eigenschaft verglichen. Eine wird als definierte Einheit herangezogen.
Das Ergebnis ist die Maßzahl mal Maßeinheit. G = {G} * [G]
Die Einheiten lassen sich auf die Basiseinheiten zurückführen. (SI-System)

Jedes Resultat einer Messung ist nur bis zu einer bestimmten Messgenauigkeit bekannt. Der Messfehler oder die Ungenauigkeit, hängen von der Unvollkommenheit der Messapparaturen, der Messverfahren und des Experimentators ab.

Messfehler:
Zufällige:
Sinnesorgane des Menschen
Ungeschicklichkeit beim Messen und ablesen vom Maßband, Schublehre.
Ablesefehler bezüglich der Temperaturskala (Ähnlich einem Analogen Voltmeter ohne Spiegel)
Menschliche Reaktion bezüglich Zeitmessung.

Statistisch wirkende äußere Einflüsse: Erschütterungen, Temperaturschwankungen. Diese Fehler haben statistischen Charakter und besitzen beiderlei Vorzeichen. Bei wiederholter Messung unter gleichen Bedingungen streuen die Messwerte um einen Mittelwert.

Systematische:
Falscher Messbereich gewählt. (geringere Auflösung der Digits, z.B. mA mit dem Ampere Messbereich messen…)
Leere Spannungsquelle -> Innenwiderstand!

Unvollkommenheit der Messgeräte(Eichfehler, Funktionsstörung)
Vernachlässigte Einflüsse: Temperatur, Druck
Elektrischer Und magn. Streufelder
Mangelnde Reinheit von Substanzen
Einfluss des Messgerätes auf das Messobjekt.

Wird die Messung unter gleichen Bedingungen wiederholt, dann tritt ein Systematischer Fehler in gleich bleibender Größe und mit gleichem Vorzeichen auf.

<u>Arithmetischer Mittelwert:</u>
Je häufiger die Messung wiederholt wird, umso geringer ist die Abweichung des MW vom wahren Wert. Grobe Ausreißer bleiben unberücksichtigt.

MW=(x1+x2+x3+….xn) / n

<u>Standard Abweichung</u>: (mittlerer Fehler) der Einzelmessung

<u>Streuung</u>: quadratischer Fehler der Einzelmessung. $Sx = \sqrt{1/(n-1)\sum (xi- MW)^2}$

Eine Vergrößerung der Anzahl der Messungen führt zu keiner spürbaren Verbesserung der Standardabweichung.

Bestimmung des Querschnittes eines dünnen Drahtes, bzw. einer Metallplatte

Für die Bestimmung des Querschnittes werden Messgeräte unterschiedlicher Genauigkeit herangezogen:

Metallplatte mit Schublehre:

Dicke: d [m]		Dd [m]	(Dd)² [m²]
	0,00315	-7E-05	4,9E-09
	0,00305	3E-05	9E-10
	0,0031	-2E-05	4E-10
	0,0031	-2E-05	4E-10
	0,00305	3E-05	9E-10
	0,00305	3E-05	9E-10
	0,0031	-2E-05	4E-10
	0,0031	-2E-05	4E-10
	0,0031	-2E-05	4E-10
	0,003	8E-05	6,4E-09
	0,0308		1,6E-08
	0,00308		**4,21637E-05**

Genauigkeit Lehre [m]	rel. Fehler in % (Messung)	1,368951368
0,00005	rel. Fehler in % (Gerät)	1,623376623

Es wurden 10 Messungen mit der Schublehre an unterschiedlichen Stellen der Platte durchgeführt. Diese Messungen der Dicke der Metallplatte ergab einen Mittelwert von 3,08 mm. Der durch die Streuung der Messerwerte bedingte Fehler beträgt 40,22 µm, dies entspricht einem relativen Fehler von 1,37%. Jedoch ist die Messgenauigkeit der Schullehre gröber als der statistische Fehler, wodurch die Genauigkeit der Schublehrer den Fehler der Messung bedingt. Durch ergibt sich für die Dicke der Metallplatte folgender Wert:
Dicke: (3,08 $^{+}_{-}$ 0,05) mm.

Metallplatte mit Mikrometerschraube:

Dicke: d [m]		Dd [m]	(Dd)² [m²]
	0,00301	2,9E-05	8,41E-10
	0,00303	9E-06	8,1E-11
	0,00304	-1E-06	1E-12
	0,00303	9E-06	8,1E-11
	0,00305	-1,1E-05	1,21E-10
	0,00304	-1E-06	1E-12
	0,00304	-1E-06	1E-12
	0,00305	-1,1E-05	1,21E-10
	0,00305	-1,1E-05	1,21E-10
	0,00305	-1,1E-05	1,21E-10
	0,03039		1,49E-09
	0,003039		**1,28668E-05**

Genauigkeit Schraube [m]	rel. Fehler in % (Messung)	0,423390569
0,00001	rel. Fehler in % (Gerät)	0,32905561

Die Messreihe umfasste 10 Messungen. Bei der Bestimmung der Dicke mit der Mikrometerschraube ergab sich ein Mittelwert von 3,039 mm und eine Standardabweichung davon von 0,013 mm. Folglich lässt daraus eine relativer Fehler für diese Messreihe von 0,42 % berechnen. Da hier der statistische Fehler größer als die Genauigkeit des Messinstrumentes von 0,01 mm ist, erhält man einen Wert für die Dicke der Metallplatte von
(3,039 $^{+}_{-}$ 0,013) mm.

Draht mit Mikroskop

Messung [Intervalle]	**d [m]**	**Dd [m]**	**(Dd)² [m²]**
1,4	0,000238	-1,41667E-05	2,00694E-10
1,3	0,000221	2,83333E-06	8,02778E-12
1,3	0,000221	2,83333E-06	8,02778E-12
1,3	0,000221	2,83333E-06	8,02778E-12
1,3	0,000221	2,83333E-06	8,02778E-12
1,3	0,000221	2,83333E-06	8,02778E-12
X	X	X	X
X	X	X	X
X	X	X	X
X	X	X	X
	0,001343		2,40833E-10
	0,000223833		**6,94022E-06**

Genauigkeit Mikroskop [m]	rel. Fehler in % (Messung)	3,100619928
0	rel. Fehler in % (Gerät)	0

Wobei ein Intervall auf der Skalierung des Mikroskops einem Abstand von 0,17 mm entspricht.

Anfangs ist hier gleich zu Erwähnen, dass der Fehler des Mikroskops als gleich Null angenommen wurde, auf Anweisung des Betreuers. Anstatt der empfohlenen 5 Messungen wurden bei diesem Experiment 6 Messungen durchgeführt. Die Messwerte erhielten wir in Intervallen der Mikroskopskala, doch sie wurden sofort noch vor der statistischen Auswertung in die handlichere SI-Einheit Meter umgeformt. Es ergab sich hiermit ein Mittelwert von 223,82 µm und eine Standardabweichung von 6,94 µm, was einen relativen Fehler von 3,10% entspricht. Da wie bereits erwähnt, die Messgenauigkeit des Mikroskop als absolut angesehen wurde, folgt daraus ein Drahtdicke von (223,83 $^{+}_{-}$ 6,94)µm.

Winkelnonius
Genauigkeit des Goniometers: 5'.

Messung 1

	[°] Messung	['] Messung	[°] Gesammt
Winkel1	44	25	44,41666667
Winkel2	44	15	44,25
Winkel3	90	20	90,33333333
		Winkelsumme	**179°**

Messung 2

	[°] Messung	['] Messung	[°] Gesammt
Winkel1	44	25	44,41666667
Winkel2	44	15	44,25
Winkel3	90	15	90,25
		Winkelsumme	**178,9166667**

Dieser Versuch wurde auf Anweisung des Betreuers abgewandelt, sodass wir lediglich einmal jeden Winkel des Metalldreiecks zu messen hatten und dann durch Aufsummieren die Winkelsumme berechnen. Diese sollte gemäß den Regeln der euklidischen Trigonometrie 180° betragen. Die erste Messung ergab einen Wert für die Winkelsumme von 179° und die zweite einen Wert von 178,92°. Die Abweichung vom Theoriewert beträgt also 1° bzw. etwas mehr als 1°. Da die beiden Messungen von verschiedenen Experimentatoren durchgeführt wurden und die einzelnen Winkel praktisch ident sind, kann ein Ablesefehler ausgeschlossen werden. Der Grund für die Abweichung von Theoriewert, welche deutlich größer als die Ungenauigkeit des Goniometers ist, liegt vermutlich in einer nicht ganz perfekten geraden Form der Seitenkanten des Metalldreiecks.

Dichte eines Probekörpers

Es wurde die Dichte eines unbekannten Probeköpers in Form eines Prismas mit 3eckiger Grundfläche zu bestimmen. Hierzu musste die Grundfläche, die Dicke und die Masse des Körpers bestimmt werden.

Masse Probekörper = 0,08135 kg
Genauigkeit der Waage(wurde auch für alle anderen Massenbestimmungen in diesem Versuch verwendet) = 0,000001 kg

Masse Papierschablone

Masse des Referenzpapierstückes von 1 dm² = 0,00077 kg

m Papier [kg]	Dm Papier [kg]	(Dm Papier)² [kg²]
0,00054	-1,33333E-05	1,77778E-10
0,00052	6,66667E-06	4,44444E-11
0,00052	6,66667E-06	4,44444E-11

Summe:	0,00158		2,66667E-10
	0,000526667		**1,1547E-05**

Fläche Probekörper

A [m²]	**0,006839827**
sA [m²]	**0,000150224**

Dicke Probekörper

d [m]	**Dd [m]**	**(Dd)² [m]**
0,00147	2,5E-06	6,25E-12
0,00146	1,25E-05	1,5625E-10
0,00149	-1,75E-05	3,0625E-10
0,00147	2,5E-06	6,25E-12
0,00589		4,75E-10
0,0014725		**1,25831E-05**

Genauigkeit der verwendeten Mikrometerschraube = 0,00001 m

Dichte des Probeköpers (Endergebnis)

MV **r** [kg/m³]	**8077,131375**
sr [kg/m³]	**190,3535552**
rel. Fehler	2,356697524 %

Die mittlere Masse der 3 gewogenen Papierschablonen betrug 527 mg und die dazugehörige Standarbweichung lag bei 12 mg. Da dieser statistische Fehler größer als die Genauigkeit der Waage ist erhält man für die Masse der Papierschablone einen Wert von (527 $^{+}_{-}$ 12) mg. Die Referenzmasse, der Fläche mit 10 dm² bekannt war, betrug 770mg. Um hieraus die Fläche des Probekörpers in m² herauszubekommen wurde folgende Formel verwendet:

$A_{Probe} = A_{ref} * m_{Schablone} / m_{ref}$

Dies ergab eine Fläche von 68,40 cm². Für den sich fortpflanzenden Fehler verwendeten wir das Potenzgesetz und erhielten aus dem Fehler der Waage(für die Referenzmasse) und dem statistischen Fehler unsere Massebestimmung der Schablone einen Wert von 1,50 cm². Als nächsten Schritt wurde im Rahmen einer Messreihe a 4 Messungen die Dicke des Probekörpers mittels der Mikrometerschraube bestimmt. Es ergaben sich ein Mittelwert für die Dicke von 1,473 mm und ein dazugehöriger statistischer Fehler von 0,013 mm. Dieser Fehler ist wieder gröber als die Ungenauigkeit des Messinstrumentes, wodurch wir für die weitere Rechnung den Wert (1,473 $^{+}_{-}$ 0,013) mm verwenden können. Als letzten Schritt hatten wir die Dichte des Probekörpers aus den nun gewonnen Daten zu berechnen. Dies geschah mittels der Formel:

$\rho = m / (A * d)$

Für die Fehlerfortpflanzung war in bei dieser einfachen Formeln wieder das Potenzgesetz anzuwenden, was da nur Potenz deren Betrag 1 ist vorkommen, folglich sehr simple aussieht:

$\sigma\rho = \rho * \sqrt{(\sigma m/m)^2 + (\sigma A/A)^2 + (\sigma d/d)^2}$

Durch einsetzen der bereits im Laufe des Experiments ermittelten Werten in diese Formeln erhält man für die Dichte des Probekörpers einen Wert von (8077,13 $^{+}_{-}$ 190,35) kg/m^3. Daraus kann man einen relativen Fehler von 2,36% berechnen. Bei diesem Wert muss man jedoch bedenken, dass er sich aus der Fortpflanzung anderer Fehler aus der konkreten Messung ergibt.

4. Bestimmung der Erdbeschleunigung g mit dem mathematischen Pendel

In Rahmen dieses Experiments war die Erdbeschleunigung mittels eines mathematischen Pendels, dessen Schwindungsdauer zu messen war, zu bestimmen.

Die Länge des Pendels = 0,646 m
Genauigkeit der Längenmessung = 0,001 m

Messreihe mit je einer Schwingung

T [s]	**DT [s]**	**(DT)² [s²]**	
	1,5	0,059	0,003481
	1,61	-0,051	0,002601
	1,67	-0,111	0,012321
	1,66	-0,101	0,010201
	1,58	-0,021	0,000441
	1,16	0,399	0,159201
	1,69	-0,131	0,017161
	1,54	0,019	0,000361
	1,56	-0,001	1E-06
	1,62	-0,061	0,003721
	15,59		0,20949
	1,559		**0,152566925**

MV g [m/s²]	10,49300849
sg [m/s²]	1,026995708

Messreihe mit je 15 Schwingungen

T [s]	**DT [s]**	**(DT)² [s²]**	
	24,32	0,024	0,000576
	24,28	0,064	0,004096
	24,3	0,044	0,001936
	24,2	0,144	0,020736
	24,2	0,144	0,020736
	24,56	-0,216	0,046656
	24,71	-0,366	0,133956
	24,36	-0,016	0,000256
	24,29	0,054	0,002916
	24,22	0,124	0,015376
	243,44		0,24724
	24,344		**0,165744113**
	1,622933333	für eine Schwingung	**0,011049608**

MV g [m/s²]	9,682575545
sg [m/s²]	0,067605468

Die Bestimmung der Länge des Pendels wurde mit einem Maßstab und ergab einen Wert von (646 $^+_-$ 1) mm. Für die Messreihe mit je einer Schwingungsperiode erhielt man einen Mittelwert von 1,559 Sekunden für die Schwingungsdauer. Die Standardabweichung betrug dabei 0,153 Sekunden. Durch die Formel:

$g = 4 * \pi^2 * l / T^2$

erhält man einen Wert für die Erdbeschleunigung von 10,493 m/s². Für die Fortpflanzung des Fehlers aus der Messungenauigkeit der Längenmessung und dem statistischen Fehler der Messung der Schwingungsdauer kann man hier das Potenzgesetz in folgender Form:

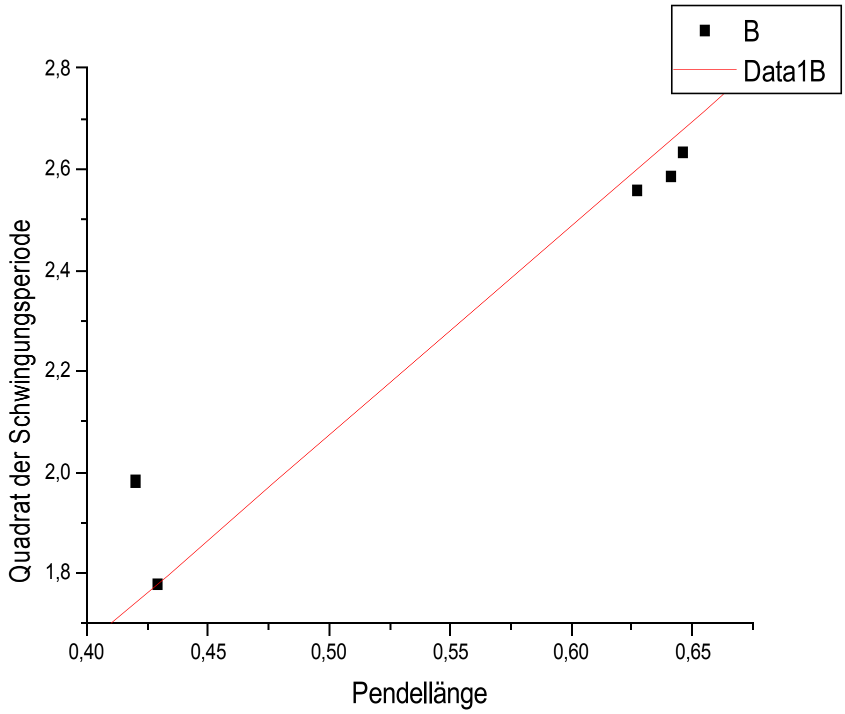
$\sigma g = g * \text{WURZEL}((\sigma l/l)^2 + (2*\sigma T/T))$

anwenden und erhält für diese Messreihe einen Fehler von 1,027 m/s² für die Erdbeschleunigung. Für die Messreihe bei der wir jeweils nach 15 Schwingungsperioden die Zeit gestoppt haben, geht die Rechnung analog vor sich. Der statistisch ausgewertete Messwert der Zeitdauer beträgt hier (24,344 $^+_-$ 0,166) s. Diese Messergebnis muss nun durch die Anzahl der Schwingungen, welche 15 beträgt, dividiert werden und man erhält eine Schwingungsdauer pro Schwingung von (1,623 $^+_-$ 0,011) s. Unter Verwendung der gleichen Formeln wie bei der ersten Messreihe ergibt sich für die Erdbeschleunigung ein Wert von (9,683 $^+_-$ 0,068) m/s².

Es zeigt sich, dass hier der Fehler der Messung, durch Erhöhung der Schwingungsperioden pro Messung sich um mehr als eine Größenordnung verringert hat. Weiters ist auch die Abweichung des Mittelwertes vom Theoriewert von ungefähr 9,81 m/s² geringer geworden.

Lineare Regression

Länge des Pendels [m]	**Quadrat der Dauer einer Schwingung [s²]**
0,646	2,634
0,429	1,780
0,420	1,982
0,641	2,586
0,627	2,560



Für dieses Diagramm wurden Messwerte der Pendellänge und Schwingungsdauer von verschiedenen Gruppen verwendet. Die Quadrate der Schwingungsdauer wurden gegen die Pendellänge in ein Diagramm eingetragen und danach ermittelte der Computer eine Ausgleichsgerade durch den Nullpunkt. Es zeigte sich, dass die meisten Werte nur geringfügig von dieser Geraden, deren Steigung der Erdbeschleunigung entspricht, abweichen. Nur einen schlägt deutlich sichtbar etwas aus der Bahn, wo dadurch der Verdacht eines nicht näher identifizierbaren Messfehlers bei dieser Messung nahe liegt.

2 Elektrotechnik

Theorie:

Elektrischer Stromkreis:

In einem Stromkreis fließen die Elektronen außerhalb der Spannungsquelle vom Minus zum Pluspol. In einem unverzweigten el. Stromkreis ist an allen Stellen die Stromstärke gleich groß.

Quellenspannung Uq oder Urspannung (EMK):

Ist die Leerlaufspannug zwischen den Polen einer Spannungsquelle bei nicht geschlossenem Stromkreis.

Innerer Spannungsabfall Ui:

Ist Teil von EMK der im inneren der Spgs Quelle wegen dem Innenwiderstand abfällt. $U_i = I * R_i$

Klemmenspannung Uk

Spg. Zwischen den Polen bei geschlossenem Stromkreis. Sie ist um Ui kleiner.

$I_{ges} = U_{quelle} / (Ri + Ra)$ $U_{klemme} = U_{quelle} - U_i$

Für den äußeren Stromkreis steht nur die Klemmenspannung zur Verfügung. Sie entspricht dem gesamten äußeren Spannungsabfall.
$U_k = U1 + U2 + U3 + \ldots.$
Aus ohmschen Gesetzt folgt:
$U_q = I(Ri + Ra) = Ui + U_a$

In einem geschlossenen Stromkreis ist die Quellenspannung gleich die Summe aller Spannungsabfälle. Enthält ein Stromkreis mehrere Quellenspannungen, dann sind diese algebraisch zu addieren. Bei Gegenreihenschaltung (umgekehrte Polung) wird die betreffende Quellenspannung subtrahiert. Um die richtigen Vorzeichen der Quellenspg. In solch einem als Masche bezeichneten Stromkreis zu finden, legt man den Umlaufsinn willkürlich fest. Es gilt $\sum U_q = \sum U$

1) Kirchhoff'sches Gesetz – Stromverzweigung

Knotenpunktsatz: -in einer Knotenverzweigung ist die Summe aller Zweig-Ströme gleich dem Gesamtstrom. $I_{ges} = I1 + !2 + I3 + \ldots$

Bzw. In jedem Verzweigungspunkt (Knotenpunkt) eines Stromkreises ist die Summe Der zufließenden Ströme gleich der Summe der abfließenden Ströme.

2) Kirchhoff'sches Gesetz – Maschensatz:
In einem unverzweigten Stromkreis bzw. in jeder Masche eines verzweigten Netzwerkes ist die algebraische Summe aller Quellenspannungen gleich der Summe aller inneren und äußeren Spannungsabfälle. $\sum U_k = \sum U_a$

Bzw. In einem unverzweigten Stromkreis bzw. in jeder Masche eines verzweigten Netzwerkes ist die algebraische Summe aller Klemmenspannungen gleich der Summe aller äußeren Spannungsabfälle.

1.1

Hier wurden der Widerstand und die verbrauchte Leistung einer Glühbirne in strom- und spannungsrichtigen Stromkreis mit verschiedenen Messgeräten durch Messung von Strom und Spannung bestimmt.

Nr.	**U0 [V]**	**U [V]**	**I [A]**	**P [W]**	**DP [W]**	**(DP)² [W²]**
U mit Unigor spannungsrichtig	26,4	26,4	0,01635	0,43164	-0,010292	0,00010593
I mit Unigor spannungsrichtig	27,04	26,99	0,0155	0,418345	0,003003	9,018E-06
U mit Unigor stromrichtig	26,87	26,85	0,0155	0,416175	0,005173	2,676E-05
I mit Unigor stromrichtig	26,5	26,4	0,01588	0,419232	0,002116	4,4775E-06
				1,685392		0,00014618
				0,421348		**0,00698046**

R [W]	**DR [W]**	**(DR)² [W²]**	**Ri [W]**	**DRi [W]**	**(DRi)² [W²]**
1614,678899	72,9950509	5328,27746	0	2,70333956	7,30804479
1741,290323	-53,6163726	2874,71541	3,22580645	-0,52246689	0,27297165
1732,258065	-44,5841145	1987,74327	1,29032258	1,41301698	1,99661699
1662,468514	25,2054362	635,314012	6,29722922	-3,59388966	12,9160429
6750,6958		10826,0501	10,8133583		22,4936763

1687,67395	**60,0723179**	**2,70333956**	**2,73822791**

Durch die Messung von Spannung und Strom wurde die Leistung, welche der angeschlossene Lastwiderstand verbraucht, berechnet. Dazu wurde die gängige Formel

$P = U * I$

verwendet. Daraus ergab sich ein Wert von (0,4213 $^+_-$ 0,0070) W. Die verschiedenen Einzelmessungen erhielten wir durch Verwendung verschiedener Messgeräte und durch Anwendung eines entweder stromrichtigen oder spannungsrichtigen Stromkreises. Aus den selbem Messwerten für Strom und Spannung errechneten wir uns auch den Widerstand mit der Formel

$R = U/I$

und erhielten daraus einen Wert von (1688 $^+_-$ 60) Ω. Weiters haben wir auch den Innenwiderstand des Netzgerätes versucht zu ermitteln, in dem wir vor jeder Messung die Leerlaufspannung des Netzgerätes überprüft haben. Aus Rechnung mit der Formel

$R_i = (U_0 – U) / I$

ergab sich ein Wert von (2,7 $^+_-$ 2,7) Ω. Dieser Innenwiderstand ist im Vergleich zum gemessenen Gesamtwiderstand unwesentlich klein. Weiters ist sein statistischer Fehler gleich groß wie sein Mittelwert. Dieses Ergebnis ist jedoch wenig verwunderlich, wenn man bedankt, dass das Netzgerät so gebaut ist, dass es den eigenen Innenwiderstand korrigiert. Es gab bei den Messungen keinen erkennbaren Unterschied zwischen spannungs- und stromrichtig. Es war nur kleine Unterschiede durch die Verwendung verschiedener Messgeräte.

1.2

Durch Messung der Stromstärke und der Spannung wurde der Widerstand des Metallfilmwiderstandes bestimmt. Die Messung der Spannung ergab ein Wert von 27,06 V und der Fehler des Instruments beträgt 0,6%. Weiters folgte aus der Messung des Stroms einen Wert von 0,00438 A und der Fehler des dazu verwendeten Messgerätes lag bei 1,5%. Daraus ergab sich ein Widerstand von 6178,08219Ω. Durch das Potenzgesetz für die Fehlerfortpflanzung folgt aus den Fehlern der Messgeräte ein Fehler für den Widerstand von 99,8099724 Ω. Daraus folgt ein Wert für den Metallfilmwiderstand von (6178 $^+_-$ 100) Ω.

1.3

Mittels des Spannungsabfalls an den Widerständen in einem Spannungsteiler, wobei ein Widerstand bekannt war, wurde der andere unbekannte bestimmt. Der im Spannungsteiler verwendete bekannte Widerstand betrug laut Beschriftung 14980 Ω, dieser Wert wurde durch eine Direktmessung mit einem Ohmmeter bestätigt. Der Spannungsabfall an diesem Widerstand betrug 19,4 V. Für den Spannungsabfall an dem unbekannten zu bestimmenden Widerstand wurden 7,741 Volt gemessen. Aus der Formel für den Spannungsteiler

$R_2 = R_1 / U_1 * U_2$

einen Wert für den unbekannten R_2 von 5977,32887 Ω. Aus den Fehlern des verwendeten Voltmeter, welche 0,6% lag, ergab sich durch das Potenzgesetz für Fehlerfortpflanzung unter der Annahme einer absoluten Genauigkeit des bekannten Widerstandes ein Fehler für den unbekannten Widerstand von 50,7193 Ω. Der sich schließlich durch dieses Verfahren ergebende Wert für den zu bestimmenden Widerstand von (5977 $^+_-$ 51) Ω weicht ein wenig vom Wert durch die Strom- und Spannungsmessung ab. Jedoch überschneiden sich die beiden Vertrauensbereiche der Werte nicht. Vermutlich liegt der wahre Wert des Widerstands bei guten 6 kΩ. Da der Vertrauensbereich der beiden verschieden Messungen hier nur durch die Genauigkeit der Geräte, kann man keine Aussage über die Qualität der beiden Messmethoden. Doch da wir nur das genauere Gerät für die Messung am Spannungsteiler ist dort der relative Fehler mit 0,85% wesentlich geringer als der bei gleichzeitig Benützung beider Geräte in der vorherigen Messung von 1,62%.

1.4

Die Messung des Gesamtwiderstandes einer Serienschaltung mittels Ohmmeter ergab einen Wert von 20960 Ω. Die Berechnung des Gesamtwiderstands durch aufsummieren der beiden einzelnen Widerständen, wobei der eine der bekannte Widerstand von 14980 W war und der andere der in den vorherigen Messungen bestimmte Widerstand von (5977 $^+_-$ 51) Ω. Daraus ergab sich ein rechnerischer Gesamtwiderstand von (20957 $^+_-$ 51) Ω. Bei der Parallelschaltung wurden dieselben Widerstände verwendet und man erhielt einen Messwert vom Gesamtwiderstand von 4270 Ω durch das Ohmmeter. Durch Addition der Reziprokwerte der Widerstand konnte ein Wert von (4273 $^+_-$ 9) Ω rechnerisch ermittelt werden. Bei diesem Experiment passen die errechneten Werte überraschend gut mit den Messwerten überein. Die Abweichungen liegen weit innerhalb des Vertrauensbereichs fast exakt beim rechnerisch bestimmten Wert. Dies zeigt, dass die vorher gegangenen Messungen auch relativ gelungen genau gelungen sind.

2.1

In einen Spannungsteiler bestehend aus bekannten Widerstand und einer unbekannten Kapazität wurde durch Messung der Spannungsabfälle am Widerstand und an der Kapazität die Größe der Kapazität ermittelt. Der Spannungsabfall am bekannten Widerstand von 14980Ω betrug 19,5V. Daraus konnte man eine Stromstärke von (1302 +- 8)µA. An dem Kondensator fiel eine Spannung von 18,57V ab. Die Frequenz des Stromes betrug 50Hz(also 314rad^{-1}) und mit dieser Information war man nun in der Lage mittels folgender Formel

$$C = U_C/(U_R * \omega * R)$$

die Größe der Kapazität zu berechnen, welche dann bei (202 $^+_-$ 3) nF lag. Eine vergleichende Direktmessung mittels eines Multimeters ergab einen Wert von 230nF, welcher zum Glück relativ nahe bei dem durch den Spannungsteiler bestimmten Wert lag.

Quellspannung und Innenwiderstand einer realen Spannungsquelle

Bei diesem Versuch war der Abfall der Quellspannung einer Batterie bei Belastung aufgrund des eigenen Innenwiderstands zu bestimmen. Hierzu wurden verschiedene Lastwiderstände an die Batterie angeschossen und Spannung und Stromstärke gemessen.

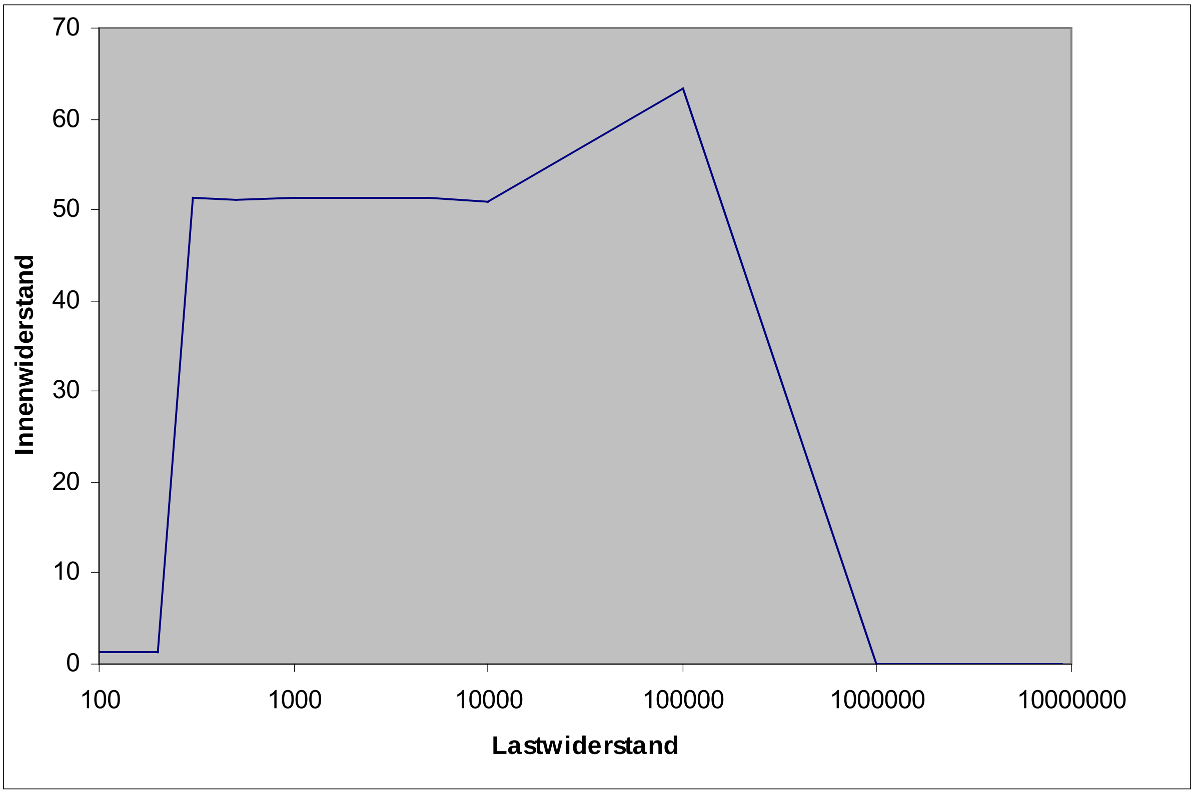
U_0 [V]	U [V]	I [A]	R	R_i [W]	DR_i [W]	$(DR_i)^2$ [W]
1,579	1,579	0,0000002	9000000	0	32,1731023	1035,10851
1,579	1,579	0,0000017	1000000	0	32,1731023	1035,10851
1,579	1,578	0,0000158	100000	63,2911392	-31,1180369	968,332222
1,579	1,571	0,0001572	10000	50,8905852	-18,7174829	350,344167
1,579	1,563	0,0003121	5000	51,26562	-19,0925177	364,524231
1,579	1,502	0,001502	1000	51,26498	-19,0918777	364,499795
1,579	1,433	0,002851	500	51,2101017	-19,0369994	362,407346
1,579	1,35	0,00447	300	51,2304251	-19,0573227	363,18155
1,579	1,569	0,00778	200	1,28534704	30,8877553	954,053426
1,579	1,559	0,01547	100	1,29282482	30,8802775	953,591538

Die Leerlaufspannung U_0 der Batterie blieb während des ganzen Experimentes stabil bei 1,579 V. Die Spannung nahm im Allgemeinen wie erwartet mit geringern Widerständen ab, doch die letzten 2 Messwerte waren dann etwas abnorm. Die Stromstärke nahm jedoch entsprechend den Erwartungen mit abnehmendem Lastwiderstand zu. Der aus diesen Messwerten durch die Formel

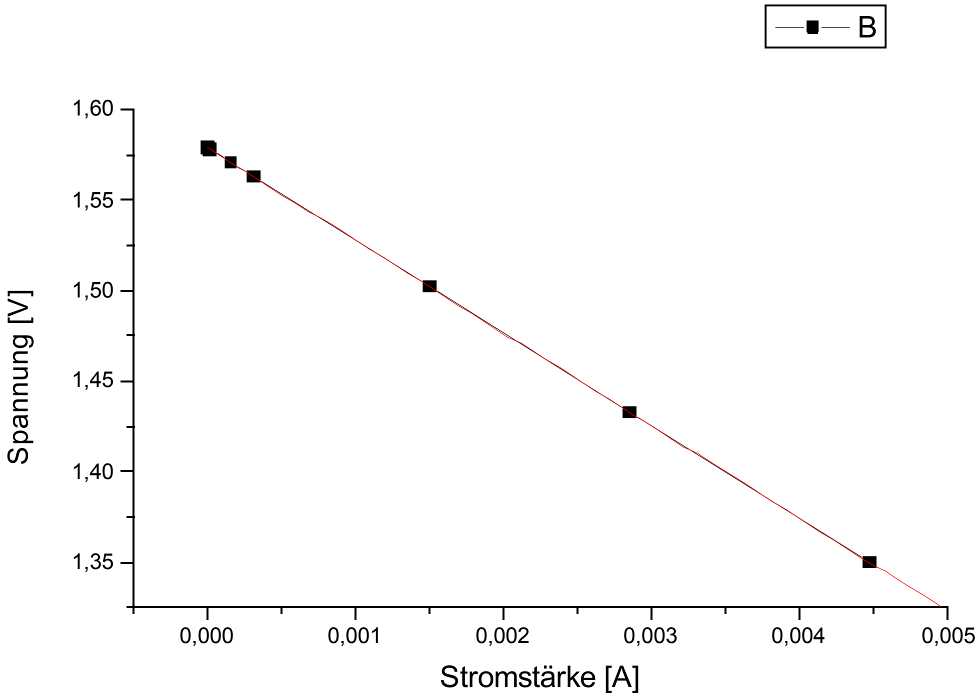
$$R_i = (U_0 – U) / I$$

berechneter Innenwiderstand verhielt sich nur bei „mittleren(100kΩ – 300Ω)“ Widerständen wie erhofft. Jedenfalls lag der Mittelwert des Innenwiderstands bei 32,173Ω, doch der statistische Fehler erreicht auch 27,388Ω. Dieser doch erstaunlich ungenau Wert von (32 $^{+}_{-}$ 27)Ω lässt sich durch 4 Messungen erklären, welche gänzlich aus der Reihe schlagen. Bei allzu großen Lastwiderständen konnte man den Spannungsabfall am Innenwiderstand gar nicht mehr messen und bei zu kleinen Lastwiderständen begann sich die Batterie sehr seltsam zu verhalten, da die hier irgendwie die Spannung unter Belastung fast wieder auf den Leerlaufwert sprang. Schließt man diese stark abweichenden Ergebnisse aus der Rechnung aus so erhält man einen Wert für den Innenwiderstand (53 $^{+}_{-}$ 5) Ω. Auch wenn dieser Ausschluss noch nicht durch die 3σ-Regelung zu rechtfertigen ist, so lege ich trotzdem mehr Vertrauen in den 2. Wert als in den anderen.

Dieses Diagramm zeigt den Verlauf des Innenwiderstands korreliert mit dem angelegten Lastwiderstand. Die beiden ungewöhnlichen Bereiche sind gut erkennbar.



Für die Spannungskennlinie wurden auch die letzten beiden Werte ausgeschlossen, da sich hier die Spannungsquelle schon sehr abnorm verhielt und die beiden Werte deutlich vom linearen Verlauf abweichen würden. Der Spannungsanstieg bei diesen Werten ist uns nicht wirklich gut erklärbar, vermutlich wurde die Batterie auf Grund des relativ großen Laststroms schon warm und lieferte daher diese ungewöhnlichen Ergebnisse. Doch die restlichen Messwerte(schwarze Quadrate verbunden durch schwarze Linie) liegen praktisch exakt auf der extrapolierten Geraden(rote Linie).



Belasteter Spannungsteiler

In diesem Experiment musste das Verhältnis, der Last- und Quellspannung an einem belasteten Spannungsteiler bestimmt werden und daraus auf dem Lastwiderstand zurückgerechnet werden. Hierzu wurde ein Drehpotentiometer, bei dem verschiedene Widerstandsverhältnisse eingestellt wurden, verwendet und dabei der Spannungsabfall am Lastwiderstand und die Quellspannung gemessen.

Lastwiderstand A : 1215Ω

U_0 [V]	U_L [V]	U_L/U_0	$R-R_1$ [W]	r_1	$r_1 - U_L/U_0$
8,13	0,4514	0,055522755	9000	0,1	0,04447724
8,13	0,684	0,084132841	8000	0,2	0,11586716
8,13	0,874	0,107503075	7000	0,3	0,19249692
8,13	1,069	0,131488315	6000	0,4	0,26851169
8,13	1,302	0,160147601	5000	0,5	0,3398524
8,13	1,603	0,197170972	4000	0,6	0,40282903
8,13	2,033	0,250061501	3000	0,7	0,4499385
8,13	2,738	0,336777368	2000	0,8	0,46322263
8,13	4,057	0,49901599	1000	0,9	0,40098401
8,13	5,3	0,651906519	500	0,95	0,29809348

Lastwiderstand B: 3311Ω

U_0 [V]	U_L [V]	U_L/U_0	$R-R_1$ [W]	r_1	$r_1 - U_L/U_0$
8,13	0,613	0,075399754	9000	0,1	0,02460025
8,13	1,07	0,131611316	8000	0,2	0,06838868
8,13	1,466	0,180319803	7000	0,3	0,1196802
8,13	1,856	0,228290283	6000	0,4	0,17170972
8,13	2,274	0,279704797	5000	0,5	0,2202952

8,13	2,782	0,342189422	4000	0,6	0,25781058
8,13	3,42	0,420664207	3000	0,7	0,27933579
8,13	4,318	0,531119311	2000	0,8	0,26888069
8,13	5,63	0,692496925	1000	0,9	0,20750308
8,13	6,58	0,809348093	500	0,95	0,14065191

Lastwiderstand C: 6590Ω

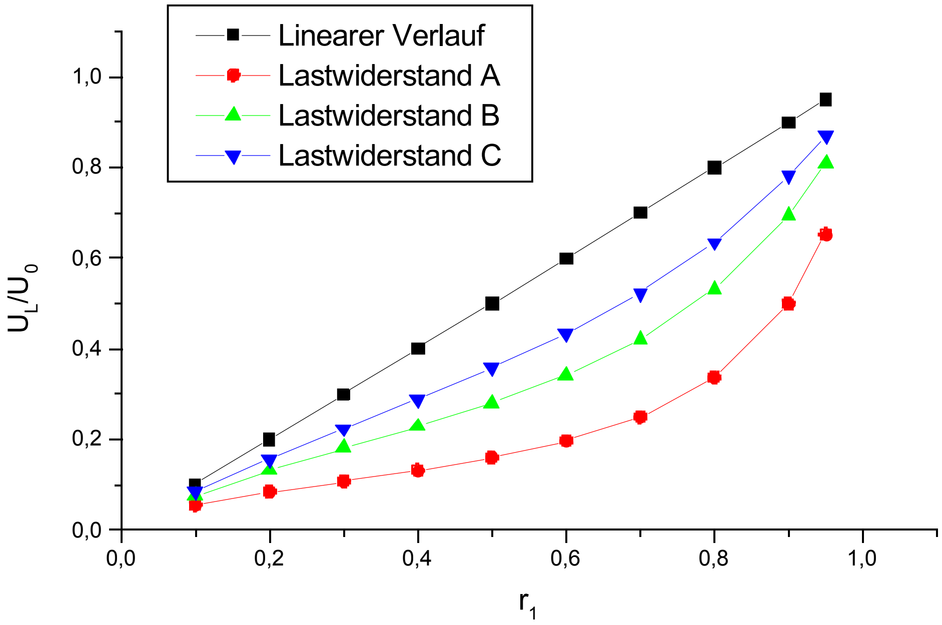
U_0 [V]	U_L [V]	U_L/U_0	$R-R_1$ [W]	r_1	$r_1 - U_L/U_0$
8,13	0,683	0,08400984	9000	0,1	0,01599016
8,13	1,277	0,157072571	8000	0,2	0,04292743
8,12	1,817	0,223768473	7000	0,3	0,07623153
8,12	2,345	0,288793103	6000	0,4	0,1112069
8,12	2,902	0,357389163	5000	0,5	0,14261084
8,12	3,527	0,434359606	4000	0,6	0,16564039
8,12	4,249	0,523275862	3000	0,7	0,17672414
8,12	5,15	0,634236453	2000	0,8	0,16576355
8,12	6,35	0,782019704	1000	0,9	0,1179803
8,12	7,08	0,871921182	500	0,95	0,07807882

Der Gesamtwiderstand des Potentiometers betrug 10kΩ.

Die Messwerte entsprachen sehr schön den Erwartungen. Die Abweichung vom linearen Verlauf(welcher einen unendlich Lastwiderstand entsprechend würde) nahm natürlich mit abnehmendem Widerstand zu. Um die gesuchte größte Abweichung des Verhältnisses U_L/U_0 von r1 in der Tabelle besser zu erkennen, habe ich sie rot eingefärbt und die zweitgrößte Abweichung wurde orange eingefärbt. Man kann klar erkennen, dass bei allen Widerständen die größte Abweichung irgendwo zwischen einem r_1 von 0,7 und 0,8 liegt. Für die Berechnung der jeweiligen Lastwiderstände nahm ich jedoch immer dem bei demjenigen zu berechnenden am größten abweichenden Wert. Mittels der Formel

$$R_L = R * U_0/U_L * r_1 * (1 - r_1) / (r_1 - U_L/U_0)$$

erhielt ich für den Lastwiderstand A einen Wert von 1163Ω, für den Lastwiderstand B 3004Ω und für den Lastwiderstand C 5966Ω. Die somit berechneten Werte liegen halbwegs akzeptabel in der Nähe der mit dem Ohmmeter bestimmten Werte für die Lastwiderstände.



Im diesem Diagramm kann man sehr schön erkennen, was man auch zwar auch schon in der Tabelle erahnen konnten, nämlich dass die Abweichung vom linearen Verlauf bei zunehmenden kleineren Lastwiderständen größer wird.