

# Temperaturkoeffizient des elektrischen Widerstands

## Theorie

### Ohmscher Widerstand

Reelle Widerstände haben eine Temperaturabhängigkeit. Die Änderung wird durch den Temperaturkoeffizienten des Widerstandes beschrieben.

Er kann positiv (Metalle) als auch negativ (Heißleiter, Halbleiter, Elektrolyte) sein und ist

$$\left( \frac{1}{R} \cdot \frac{dR}{dT} \right)$$

definiert mit

Legierungen, wie Konstantan, haben Temperaturkoeffizienten deren Widerstände sich mit der Temperatur nicht bzw. vernachlässigbar ändern.

Da die Leitfähigkeit in Metallen durch die Leitungselektronen bedingt ist, ist der Widerstand über weite Bereiche, bei höheren Temperaturen proportional zu ihr.

$$R_T = R_{T_0} \cdot [1 + \alpha(T - T_0)]$$

$R_T$  ... Widerstand bei Temperatur T

$R_{T_0}$  ... Widerstand bei Anfangstemperatur  $T_0$

$\alpha$  ... Temperaturkoeffizient (relative Temperaturänderung von 1 K)

### Halbleiter:

Die Anzahl der Ladungsträger bei Halbleitern steigt mit der Temperatur stark an. Ebenso ist der Temperaturkoeffizient auch temperaturabhängig.

Näherungsweise Beschreibung der Temperaturabhängigkeit des el. Widerstands eines Halbleiters:

$$R_T = R_{T_0} \cdot e^{-b \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)}$$

### Elektrolyt:

Bei Elektrolyten erfolgt der Ladungstransport mit Hilfe von Ionen. Deren Beweglichkeit, sowie die Temperaturabhängigkeit des Dissoziationsgrades bestimmt die Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes.

Sobald sich der elektrische Widerstand infolge einer Erwärmung durch Stromwärme ändert, weicht die Kennlinie von der „Ohm’schen Gerade“ ab.

### Halbleitern in Isolatoren:

Der elektrische Widerstand eines Stoffes ändert sich mit der Temperatur.

Daher steigt die Anzahl der Leitungselektronen mit zunehmender Temperatur an.

Der Stromfluss wird größer und der Widerstand somit kleiner.

### Leiter (z.B.: Metalle)

Mit zunehmender Temperatur, führen die Kristallgitter größere Schwingungen aus, behindern damit die Bewegung der Elektronen beim Stromfluss, damit sinkt der Strom und der elektrische Widerstand steigt.

Wegen der stärkeren Bindung der Elektronen im Atomverband sind bei Raumtemperatur nur wenige Leitungselektronen vorhanden; hier sinkt der Widerstand mit zunehmender Temperatur,

### Durchführung

Messung der Werte eines nicht bekannten metallischen Widerstandes und eines NTC - (= negative temperature coefficient) und eines PTC Widerstandes in Abhängigkeit der Temperatur. Die beiden Widerstände werden an einem Umschalter mit dem Digitalmultimeter gemessen.

Messung der Temperaturabhängigkeit eines Elektrolyten.

Sein Widerstand wird über eine Wheatstonsche Brücke im Wechselstrombetrieb gemessen. Das ist nötig um Stoffabscheidungen und daraus resultierende Polarisationsspannung bei Gleichstrombetrieb zu vermeiden.

Diskussion, der Auswirkung der bestimmten Temperaturabhängigkeit des Widerstandes auf die Strom- und Spannungskennlinie der untersuchten Leiter.

Die verschiedenen Leiter werden in einem Wasserbad (destilliertes H<sub>2</sub>O) mit einem an einem Tauchsieder samt Rührwerk zur homogenen Verteilung der Temperatur im Wasserbad angeschlossen. Es wird das Wasser in 5°C Schritten bis ca. 80°C erwärmt. Da der 2 Punkregler nicht genau arbeitet, ist etwas zu warten bis sich der Soll auf den Ist Wert der Temperatur eingeschwungen hat. Heizung ist halb.

### Messwerte

$$R_{\text{Ref}} = 212\Omega$$

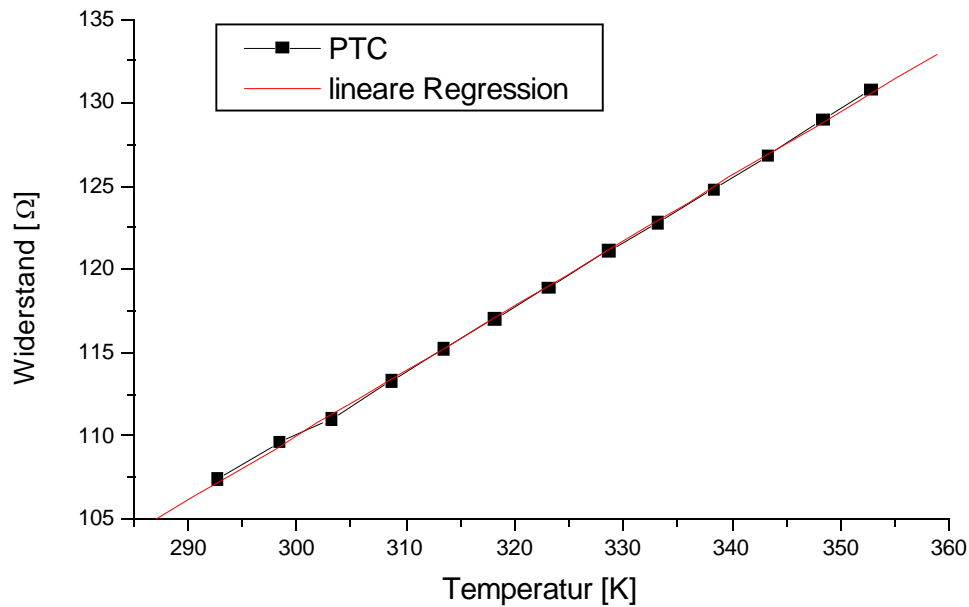
$$\text{Gesamtwiderstand des Potentiometer} = 20k\Omega$$

T [°C]	PTC [ $\Omega$ ]	NTC [ $\Omega$ ]	Stellung	Potentiometer [ $\Omega$ ]	Elektrolyt [ $\Omega$ ]
19,5	107,4	631	449	8980	172,8
25,2	109,6	501	427	8540	158,0
30	111	427	405	8100	144,3
35,5	113,3	349	385	7700	132,7
40,3	115,2	294,5	365	7300	121,9
45	117	252	349	6980	113,7
50	118,9	212,4	333	6660	105,8
55,5	121,1	179	318	6360	98,9
60	122,8	155,5	303	6060	92,0
65,2	124,8	132,8	288	5760	85,8
70,1	126,8	114,4	276	5520	80,8
75,2	129	98,5	265	5300	76,4
79,6	130,8	87	260	5200	74,5

### Auswertung

## PTC

Um beim PTC-Widerstand  $R_{T_0}$  und  $\alpha$  aus den Messwerten ermitteln kann, muss man eine Gerade an die Kurve unsere Messungen anlegen.



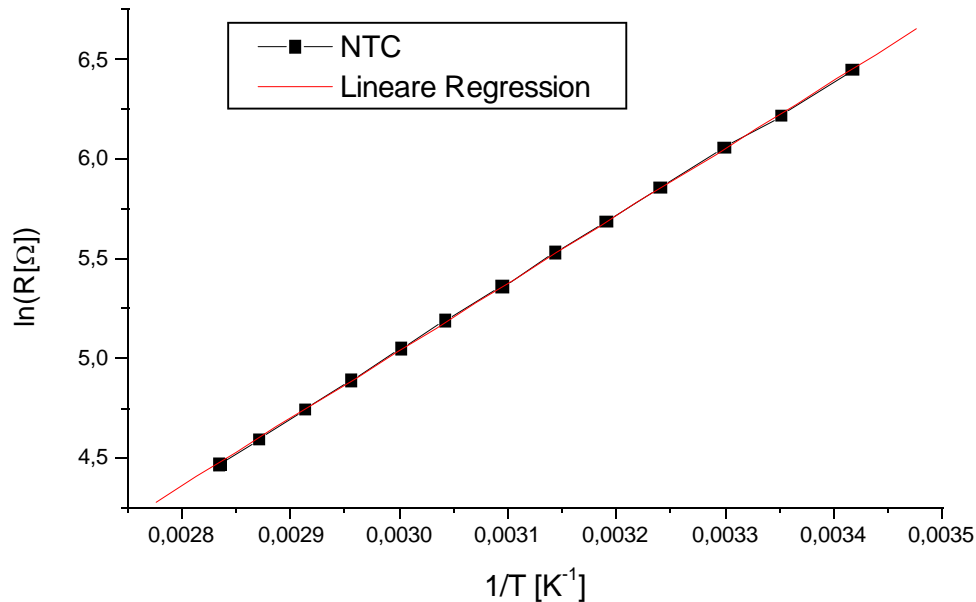
Die so erhaltene Geradengleichung lautet  $R = 0,38939 \cdot T - 6,81137$ . Durch Vergleich mit der üblichen Gleichung von PTC-Widerständen:

$$R_T = R_{T_0} \cdot (1 + \alpha \cdot (T - T_0))$$

kann man nun die gesuchten Parameter bestimmen. Man erhält ein bei einem  $T_0 = 273,15$  ein  $R_{T_0}$  von  $99,55\Omega$  und ein  $\alpha$  von  $0,0039 \Omega/K$ .

### NTC

Die Parameter der temperaturabhängigen Widerstandsgleichung eines NTC-Widerstands sind durch auftragen des natürlichen Logarithmus des gemessenen Widerstandes gegen den Reziprokwert der jeweiligen Temperatur und anschließend lineare Regression der Messkurve zu bestimmen.



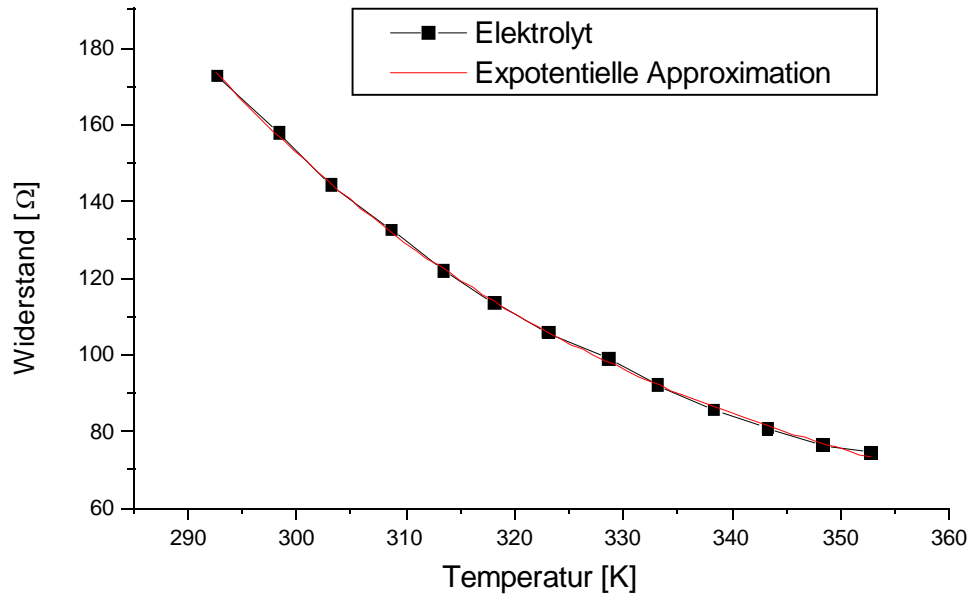
Die nun berechnete Gleichung lautet:  $\ln(R) = 3396,73448 \cdot T^{-1} - 5,15424$  und durch Abgleich mit der üblichen Gleichung für den Widerstandsverlauf in Abhängigkeit der Temperatur eines NTC-Widerstands:

$$R_T = R_{T_0} \cdot e^{-b(1/T_0 - 1/T)}$$

Es ergibt sich folglich wieder bei einem  $T_0$  von 273,15K ein  $R_{T_0}$  von **1452,70Ω** und ein  $b$  von **3397,73 K**.

### Elektrolyt

Der Verlauf des Widerstandes des Elektrolyten bei sich ändernder Temperatur ist in Ermangelung einer vorgegebenen Formel etwas schwieriger zu bestimmen. Da der Verlauf einer Exponentialfunktion zumindest in dem von uns gemessenen Bereich ähnlich war, versuchten wir eine Approximation mit einer solchen.



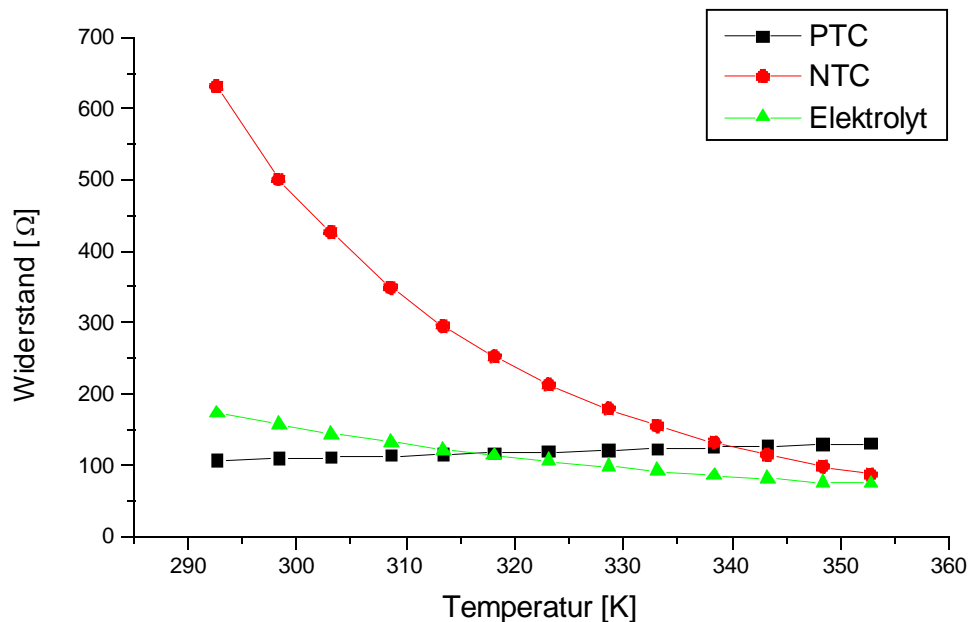
Die von uns gefundene Funktion lautet:

$$R[\Omega] = 41 \Omega + 133 \Omega * e^{-(T[K] - 293K) / 43K}$$

Der Fehler der Parameter der Gleichung liegt bei jedem im Bereich von 2 (der jeweiligen Einheit).

## Interpretation

Alle Widerstände verhielten sich wie erwartet. Der Widerstand des PTC nahm mit der Temperatur linear zu, während der NTC und Elektrolyt einen exponentiellen Abfall zeigten. Dies würde bedeuten, dass der PTC Widerstand, wenn er durch Stromfluss warm wird, die Strömstärke infolge seines sich erhöhenden Widerstands verringern würde, während die andere untersuchten Widerstände ein entgegengesetztes Verhalten zeigen müssten.



# Der Transformator

## Theorie

Ein Transformator wird im technischen Bereich eingesetzt, um höhere Wechselspannung und -ströme auf niedere zu transformieren.

Er besteht aus zwei Spulen mit unterschiedlicher Windungszahl, die um einen Weicheisenkern gewickelt und somit induktiv gekoppelt sind.

Bei einem verlustfreien Transformator ist die Leistung beider Spulen gleich groß.

Daraus lässt sich das Spannungsübersetzungsverhältnis bestimmen.

Durch die Wicklung der Primärseite, an der die Spannung  $U_p$  anliegt, fließt ein Magnetisierungsstrom  $I_p$ , der in der Primärspule ein Magnetfeld  $H$  erzeugt.

Dieses Feld erzeugt im Eisenkern den magnetischen Fluss  $\Phi$ , der den gesamten Eisenkern durchdringt und so in der Sekundärspule eine Spannung induziert.

Ist der ideale Transformator unbelastet, erzeugt der veränderliche Fluss auf der Primärseite eine Spannung, die die angelegte kompensiert (Blindstrom).

Belastet man den idealen Transformator, so erzeugt der Strom in der Sekundärspule ein zusätzliches Magnetfeld  $H_s$ , das wiederum durch Strom auf der Primärseite kompensiert wird. Dieser zusätzliche Primärstrom erzeugt ein belastetes Feld  $H_{p, \text{bel.}}$ , für das gilt:  $H_{p, \text{bel.}} + H_s = 0$ .

*Transformator Verluste:*

Joule'sche Wärmeentwicklung, entsteht durch den ohmschen Widerstand der Spule entsteht. Große Trafos müssen deshalb auch bei geringen Verlusten gekühlt werden.

Wirbelströme im Eisenkern:

Abhilfe: Aufbau von mehreren voneinander isolierten Eisenblechen . Die Wahl des Materials für den Kern ist entscheidend für die Auswirkungen der Hysterese, da ein Eisenkern mit hoher Remanenz zu Verlusten führt.

*technische Anwendungen:*

Überlandstromtransport: Da die Wärmeverluste proportional zum Quadrat der Stromstärke ansteigen, wird der Strom auf eine hohe Spannung transformiert um die Stromstärke möglichst gering zu halten. Beim Endverbraucher muss der Strom natürlich wieder auf geeignete Spannung runter transformiert und gegebenenfalls gleichgerichtet werden.

Weiters verwendet man Transformatoren auch als Ausgangsübertrager bei Röhren-Gitarrenverstärker, für die Kopplung vom Schaltkreise mit den Lautsprechern. Diese Transformatoren sollen Signale im hörbaren Bereich mit minimaler Verzerrung übertragen. Ganz lässt die Verzerrung sich nicht beseitigen, aber gerade in der Gitarrenverstärkertechnik wird eine Übersteuerung des Signals bewusst gewünscht, um den klassischen E- Gitarren Rock Sound zu erzielen. (War mein Matura Selbstbau Projekt: 6W Röhrenverstärker).

## Durchführung

Bestimmung des Spannungsübersetzungsverhältnisses  $\ddot{U}$  des Transformators.

In Abhängigkeit der Belastung ist zu bestimmen,

- der Primärstromes  $I_p$
- die sekundäre Klemmenspannung  $U_s$  und für beide, das erstellen eines Diagramms.

Fehlerabschätzung für  $L_p$ , Diskussion: wie gehen die Fehler der Messgeräte ein?

Die Primärinduktivität  $L_p$  ist zu berechnen:

Da diese Annahme nur für einen unbelasteten Transformator gilt, wird aus den Werten für den offenen Stromkreis (ohne Widerstand), die Impedanz  $Z$  ermittelt. Da mit dem Messgerät nur die effektiven Werte für Spannung und Stromstärke ermittelt werden können, müssen aus den vorliegenden Daten die jeweiligen Maximalwerte berechnet werden:

$$U_{\max} = \sqrt{2} \cdot U_{\text{Eff}} \qquad I_{\max} = \sqrt{2} \cdot I_{\text{Eff}}$$

Impedanz:

$$\frac{U}{I} = L \cdot i\omega \qquad \text{(Primärseite Trafo nur bei unbelastetem Stromkreis)}$$

$$Z = \frac{U_{\max}}{I_{\max}}$$

Induktivität der Spule  
Frequenz  $\omega = 50 \text{ Hz}$ .

$$L = \left| \frac{Z}{i\omega} \right|$$

## Messwerte

### unbelasteter Trafo

$U_{\text{Primär}}$ [V]	230
$U_{\text{Sekundär}}$ [V]	26,55

$I_{\text{Primär}}$ [A]	0,0044
-------------------------	--------

### Belasteter Trafo

$U_{\text{Primär}}$ [V]	$I_{\text{Sekundär}}$ [A]	$R_{\text{Last}}$ [ $\Omega$ ]	$I_{\text{Primär}}$ [A]
23,94	0,0198	1209	0,0064
23,66	0,0218	1085	0,0066
23,58	0,0234	1008	0,0068
23,22	0,0254	914	0,007
22,98	0,0277	830	0,0073
22,48	0,0316	711	0,0077
21,68	0,0368	589	0,0084
20,53	0,0462	444	0,0096
18,4	0,0622	296	0,0117
17,28	0,0703	246	0,0127
14,38	0,0906	159	0,0155

## Auswertung + Interpretation

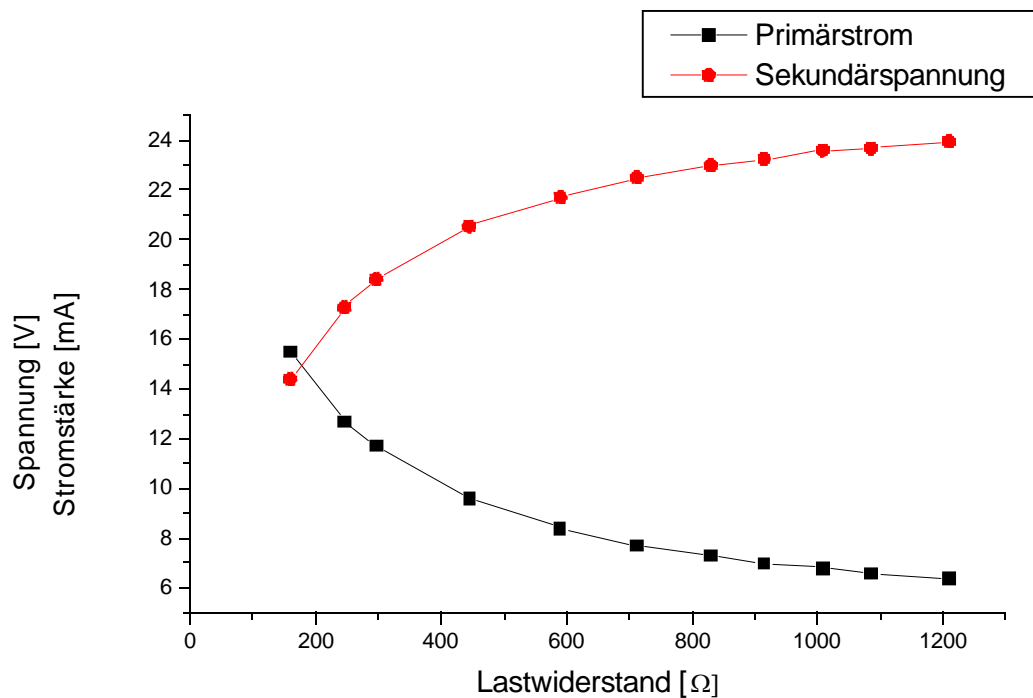
Das Spannungsübersetzungsverhältnis  $\ddot{U}$  ist sehr einfach mit der Formel

$$\ddot{U} = U_{\text{Primär}}/U_{\text{Sekundär}}$$

aus den gemessenen Spannungen ohne Belastung des Trafos zu ermitteln. Man erhält ein  $\ddot{U}$  von  $(8,7 \pm 0,1)$ , wobei sich der Fehler hier über das Potenzgesetz der Fehlerfortpflanzung aus der Gerätegenauigkeit von 1% bei Spannungsmessungen ergibt.

Um Primärstrom bzw. Sekundärspannung gegen den Lastwiderstand auftragen zu können, muss dieser erst bekannt. Da der Verschiebewiderstand jedoch nicht skaliert war, mussten wir zusätzlich noch den Sekundärstrom messen um dann mit dem Ohm'schen Gesetz den Lastwiderstand errechnen. Durch geschickte Wahl der Einheiten kann man sogar dann den Primärstrom und die Sekundärspannung in Abhängigkeit vom Lastwiderstand in einem einzigen Diagramm gegenüberstellen. Man kann sehr schön eine Zunahme der Sekundärspannung bei zunehmendem Widerstand erkennen, während der Primärstrom genau gegenläufig abnimmt.





Die Primärinduktivität  $L_p$  des Transformators erhält man durch gleichzeitiges Messen der Primärspannung und des Primärstroms ohne zusätzliche Belastung. Hieraus ergibt sich ein Wechselstromwiderstand von  $52273\Omega$ . Mittels der Formel

$$L_p = Z / \omega$$

wobei  $\omega$  bei Netzspannung 50Hz bzw.  $314\text{rad/s}$  beträgt, eine Primärinduktivität von  $(166 \pm 3)$  H. Der Fehler hier durch Genauigkeit der Messgeräte bestimmt. Die Genauigkeit der Spannungsmessung bei unseren Geräten betrug 1% während die Exaktheit der Stromstärkemessung bei 1,2% lag. Die Frequenz des Wechselstroms wurde nicht extra gemessen unter der gutgläubigen Annahme, dass diese im Stromnetz mit hinreichender Genauigkeit konstant beim Sollwert von 50Hz liegt.