Theorie

Das Oszilloskop:

Das Oszilloskop ist ein Messgerät welches Spannungen als Funktion der Zeit erfasst und graphisch darstellen kann. Besonderer Vorteil ist das eine Spannung U1 als Funktion einer zweiten Spannung dargestellt werden kann.
Das Sichtbarmachen der Spannungsverläufe wird durch eine Elektronenstrahlröhre, bzw. Ablenkung des Elektronenstrahls im Potentialfeld bewirkt.
Das Elektronenstrahl Oszilloskop wirkt daher nahezu trägheitslos. Der Strahl trifft auf einen Leuchtschirm und erzeugt auf der Lumineszenzschicht einen Leuchtfleck.

Die Elektronenstrahlröhre selbst, erzeugt Elektronen mit einer Glühkathode durch eine Heizwicklung. Dosierung und Anzahl der Elektronen erfolgt über eine negative Vorspannung des Wehyneltzylinders. gegenüber der Kathode. (=Intensity)

Fokussierung des Elektronenstrahls ist mit dem Regler Focus mglich.

Die Ablenkung des Elektronenstrahls geschieht durch eine Potentialdifferenz zwischen den Plattenpaaren in x- Richtung, bzw. y-Richtung. Wird eine Wechselspannung angelegt, so bewegt sich der Strahl zwischen den Platten entsprechend der x-y Richtungen.

Das Verstärkungsmaß wird in Volt pro Division eingestellt. Ein Skalenteil in Y- Richtung ist demnach 1 Volt pro Division in der eingestellten Größenordnung (µV, mV, V)

Die Zeitablenkung in Time pro Division wird in x- Richtung Abgelenkt. Die Skala funtioniert wie oben nur in µs, ms, s Bereich.

Die Triggereinrichtung erzeugt ein stehendes Bild. Dazu muss die Periodendauer einer Sägezahnspannung mit dem Messsignal übereinstimmen. Triggern bedeutet, man stellt die Zeitablenkung ein, indem sie nur nach erreichen eines bestimmten Schwellewertes des Meßsignals gestartet wird.

Wechselstrom und Wechselspannung sind periodische elektrische Größen.
Man Unterscheidet Rechteckspannung, Sägezahnspannung, Dreieckspannung und Sinusspannung. Beim sinusförmigen Kurvenverlauf treten geringere Verluste und Verzerrungen auf.

Effektivwerte von Wechselstrom- und Spannung:

Der Effektivwert einer Wechselspannung ist derjenige, der an einem ohmschen Widerstand die gleiche Leistung erzeugt wie eine gleich hohe Gleichspannung.

$$U_{eff} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \qquad I_{eff} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

Bei einem einphasigen Wechselstromnetz liegt zwischen den Polen der Steckdose eine Effektivspannung von 230 Volt, die eine Scheitelspannung von 325 Volt hat.

Wechselstromwiderstände:

Bei Wechselstrom ist der Widerstand zusätzlich auch von der Frequenz abhängig. Die Wechselstromwiderstände werden von Kapazitäten und Induktivitäten im Wechselstromkreis gebildet

Bei Kondensator und Spule kommt es zu einer Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung.

Kondensatoren im Wechselstromkreis:

Wenn man eine Wechselspannung an einen Kondensator legt, dann eilt der erzeugte Strom der Spannung um genau eine Periode $\pi/2$ voraus.

Der kapazitive Widerstand wird mit $\left|X_C\right| = \frac{U_0}{I_0} = \frac{U_0}{\omega C U_0} = \frac{1}{\omega C}$ berechnet.

$\left|X_C\right|$ ist frequenzabhängig. Bei Gleichstrom ($\omega = 0$) wird er unendlich groß und für sehr hohe Frequenzen geht er gegen 0.

Induktiver Widerstand im Wechselstromkreis:

Wenn man eine Wechselspannung an eine Spule mit der Induktivität L legt, dann eilt der Strom der Spannung um $\pi/2$ nach. Es ergibt sich für den induktiven Widerstand

$$|X_L| = \omega L$$

X_L ist frequenzabhängig, für Gleichstrom ist er 0 und wächst bei zunehmender Frequenz

Wechselstromwiderständen mittels komplexer Zahlen.

$$e^{i\omega t} = \cos\omega t + +i\sin\omega t$$

Der komplexe Widerstand Z ist eine Zusammensetzung von einem Realanteil (ohmschen Widerstand) und einem ImaginärAnteil (kapazitiven oder induktiven Widerstand)

Ohmscher Widerstand……………..Re Z R

Kap. Od. ind. Widerstand…………..Im Z $X_C = -\frac{i}{\omega C}$ $X_L = i\omega L$

Messgeräte können nur den Absolutbetrag einer komplexen Zahl messen.

$$|Z_{Ges}| = \sqrt{(R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}\text{bzw..}\sqrt{\ldots + (\omega L)^2}\ldots.$$

Für komplexe Impedanzen gelten die Kirchhoff'schen Regeln und das Ohmsche Gesetz. Nicht aber für deren Absolutbeträge.

RC Glieder: Hochpass – Tiefpass:

Unter RC – Gliedern versteht man frequenzunabhängige Spannungsteiler mit besonderen Übergangseigenschaften. Diese werden unterteilt in Tief- und Hochpässe, abhängig davon, ob tiefe Frequenzen und Gleichstrom unverändert durchgelassen und hohe Frequenzen abgeschwächt werden, oder umgekehrt.

Die Grenzfrequenz f_g entspricht der Frequenz bei der der Amplitudengang $|\underline{A}(\omega)|$ um den Faktor $\frac{1}{\sqrt{2}}$ abgesunken ist, was der logarithmischen Darstellung von -3dB entspricht.
Hier stimmen Wirk- und Blindwiderstand des RC - Gliedes überein.

Integrier- bzw. Differenzierglied:

Ein RC – Glied, dessen Zeitkonstante $\tau = R\cdot C$ verglichen mit der Periodendauer groß ist, wird als Integrierglied bezeichnet, für ein Differenzierglied gilt das umgekehrte.

Tiefpass:

Diese Schaltung lässt tiefe Frequenzen unverändert durch und erzeugt bei hohen Frequenzen eine Abschwächung und eine Phasennacheilung.

Für den Frequenzgang gilt: $|\underline{A}| = \dfrac{1}{\sqrt{1+\omega^2 R^2 C^2}}$ und Phasenverschiebung $\varphi = -\arctan(\omega RC)$

Grenzfrequenz : $f_g = \dfrac{1}{2\pi}\omega_g = \dfrac{1}{2\pi RC}$

Mit Hilfe der Asymptoten lässt sich der Amplitudenfrequenzgang leicht konstruieren:

1.) für niedrige Frequenzen gilt: $|\underline{A}| = 1 \mathrel{\hat{=}} 0\text{dB}$

2.) für hohe Frequenzen gilt $|\underline{A}| = \dfrac{1}{\omega RC} \Rightarrow$ die Verstärkung verhält sich reziprok zur Frequenz. Das heißt, bei Verzehnfachung der Frequenz nimmt die Verstärkung mit 20dB/Decade ab.

3.) ist die Frequenz gleich der Grenzfrequenz so gilt $|\underline{A}| = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \mathrel{\hat{=}}$ -3 dB

Hochpass:

Ein Hochpass lässt hohe Frequenzen unverändert durch und erzeugt bei tiefen Frequenzen eine Abschwächung und Phasenvoreilung.

Frequenzgang: $|\underline{A}| = \dfrac{1}{\sqrt{1+\dfrac{1}{\omega^2 R^2 C^2}}}$ und $\varphi = \arctan(\dfrac{1}{\omega RC})$ (= Phasenverschiebung)

Grenzfrequenz: $f_g = \dfrac{1}{2\pi}\omega_g = \dfrac{1}{2\pi RC}$

(bei der die Phasenverschiebung + 45° beträgt)

Analog zum Tiefpass lässt sich der Amplitudenfrequenzgang einfach mit Hilfe der Asymptoten darstellen:

1.) bei hohen Frequenzen gilt: $|\underline{A}| = 1 \mathrel{\hat{=}} 0\text{dB}$

2.) bei niedrigen Frequenzen gilt: $|\underline{A}| = \omega RC \Rightarrow$ Verstärkung proportional zur Frequenz

Die Steigung der Asymptote beträgt + 20dB/Dekade.

3.) ist die Frequenz gleich der Grenzfrequenz so gilt wie beim Tiefpass:

$|\underline{A}| = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \mathrel{\hat{=}}$ - 3dB

Oszilloskop – Wechselstromwiderstände

Durchführung

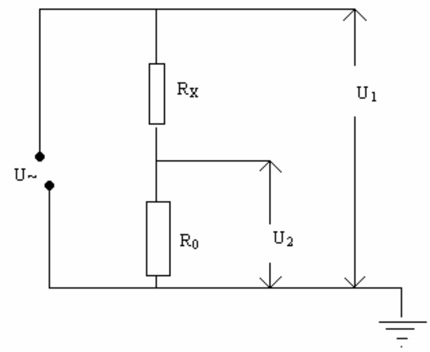
<u>Oszilloskop – im Einkanalbetrieb</u>

Spannungsmessung:
Messung einer sinusförmigen Wechselspannung an einem ohmschen Widerstand.
Diese Wechselspannung ($U(t) = U_0 \sin \omega t$) wird gleichzeitig mit dem Oszilloskop und mit einem Galvanometer gemessen. Nach dieser Messung wird die Frequenz und die Kreisfrequenz bestimmt. Die Schwingungsdauer wird nicht von Maximum zu Maximum, sondern von 0-Durchgang zu 0-Durchgang gemessen.
Augenmerk wird auf die Anzeige von U_{ss} beim Oszilloskop und U_{eff} beim Galvanometer gelegt.
Das Verhältnis zwischen U_0 und U_{eff} ist bestimmt durch: $U_{eff} = U_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$

Frequenzmessung:
Mithilfe der Kalibrierten Zeitablenkung ist die Frequenz f =1/T und die Kreisfrequenz (2 * Pi * f) zu bestimmen. Die Periode wird anhand des Nulldurchganges der Schwingung zu messen.

Oszilloskop – im Zweikanalbetrieb

Ohmscher Spannungsteiler:

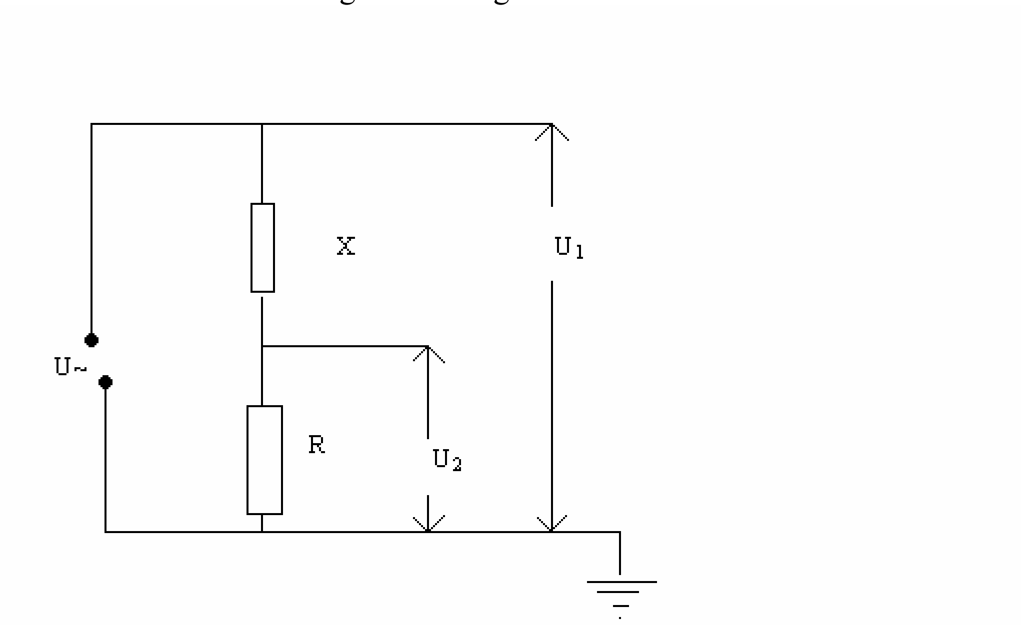


Ein unbekannter ohmscher Widerstand Rx wird in Serie zu einem bekannten R geschalten. Die Gesamtspannung und die Teilspannung werden an jeweils einen Kanal des Oszilloskopes gelegt.

Aus dem Verhältnis $\frac{U_1}{U_2} = \frac{R + R_x}{R}$ wird $R_X = R \cdot (\frac{U_1}{U_2} - 1)$ bestimmt.

Spannungsteiler mit Impedanz:

Anstelle des Ohmschen Widerstandes wird nun ein Scheinwiderstand X (X_C bzw.X_L) im Spannungsteiler verwendet. Die Frequenz ist am Generator so einzustellen, dass die Absolutbeträge von den Impedanzen ungefähr in der Größenordnung des ohmschen Widerstandes von der vorigen Messung haben.



Dann kann man durch Messungen der Gesamtspannungen $U_1(t)$ und $U_2(t)$ an R kann man dann X aus folgenden Formeln bestimmen.

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}{R} \qquad \text{bzw.} \qquad = \frac{\sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}}{R} \qquad \Rightarrow$$

$$X = R \cdot \sqrt{(\frac{U_1}{U_2}) \; -1} \qquad \Rightarrow$$

$$L = \frac{R \cdot \sqrt{(\frac{U_1}{U_2})^2 - 1}}{\omega} \qquad \text{und} \qquad C = \frac{1}{R\omega \sqrt{(\frac{U_1}{U_2})^2 - 1}}$$

Für die Phasenverschiebung gilt für L in Serie mit R:

$\operatorname{Tan} \varphi = \frac{\omega L}{R}$ Für C in Phase mit R: $\operatorname{Tan} \varphi = -\frac{1}{\omega CR}$

Messwerte

R_0 = 1000 Ω (wurde bei allen hier folgenden Versuchen verwendet)

Spannungsteiler

	U1 [V]	U2 [V]	R [Ω]
altes Oszilloskop	0,98	0,24	3083
neues Oszilloskop	1,00	0,28	2571
Ohmmeter	-	-	2700

Spule

ω [Hz]	ω [rad/s]	U1 [V]	U2 [V]	X [Ω]	L [H]
50000	314159	1,03	0,272	3652	$12*10^{-3}$
25000	157080	1,02	0,472	1916	$12*10^{-3}$
10000	62832	1,00	0,800	750	$12*10^{-3}$
5000	31416	1,00	0,928	401	$13*10^{-3}$
2000	12566	1,00	0,984	181	$14*10^{-3}$

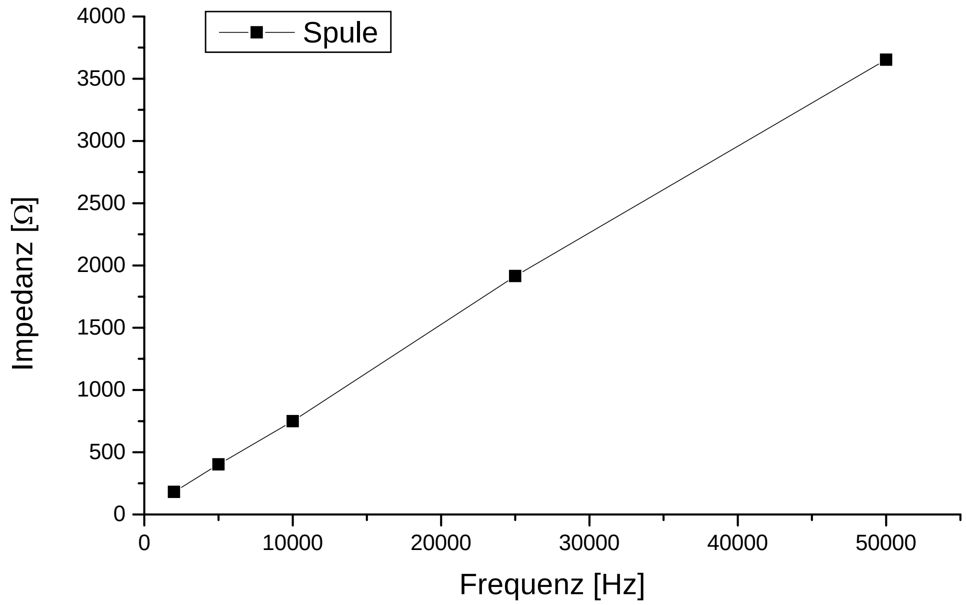
Kondensator

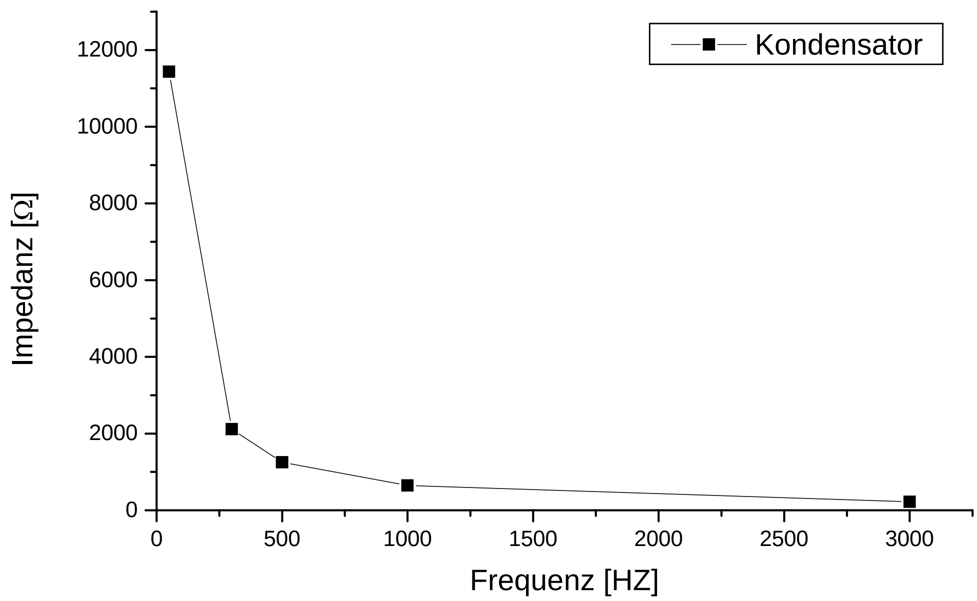
ω [Hz]	ω [rad/s]	U1 [V]	U2 [V]	X [Ω]	C [F]
50	314	1,01	0,088	11434	$278*10^{-9}$
300	1885	1,01	0,432	2113	$251*10^{-9}$
500	3142	1,00	0,624	1252	$254*10^{-9}$
1000	6283	0,99	0,832	645	$247*10^{-9}$
3000	18850	1,00	0,976	223	$238*10^{-9}$

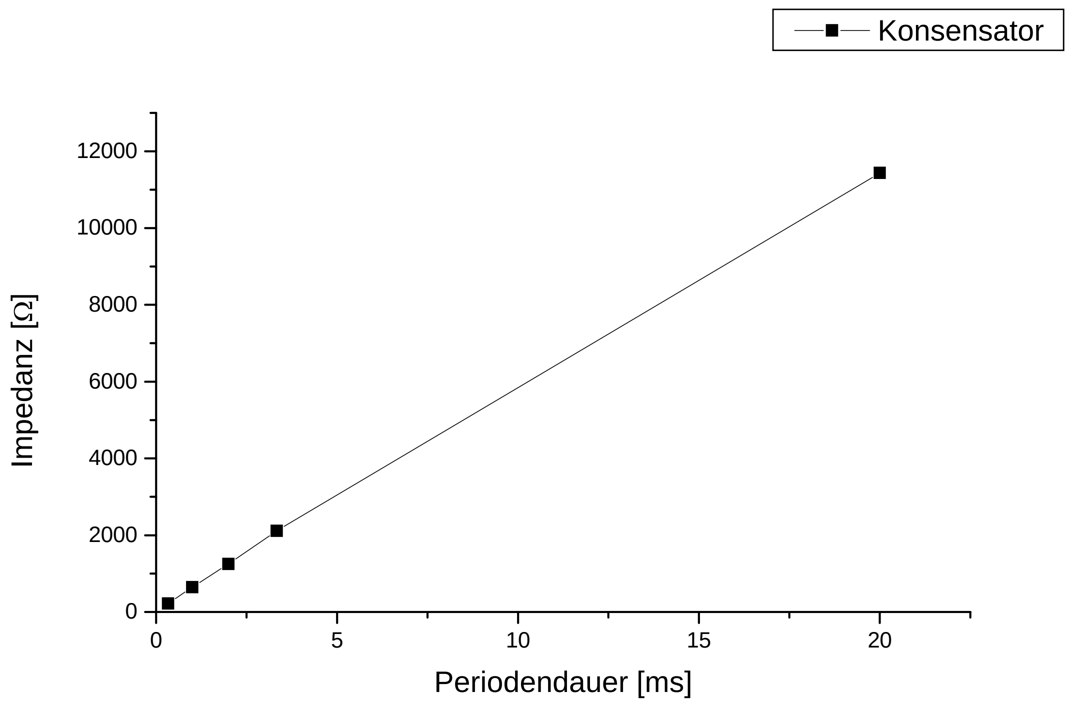
Auswertung

Man kann aus den gemessenen Spannungen am Spannungsteiler und den bekannten Ohmschen Widerstand den Wechselstromwiderstand der Spule bzw. des Kondensators errechnen.

X = WURZEL((R*U_1/U_2)² - R²)







Man kann die um die Frequenzabhängigkeit des Wechselstromwiderstands zu verdeutlichen diesen Zusammenhang einfach in einem Diagramm darstellen.

Bei einer Spule bzw. einem Kondensator kann man anschließend daraus mittels der jeweiligen Frequenz die Induktivität bzw. die Kapazität berechnen.

$L = X/\omega$

$C = 1/(X * \omega)$

Man erhält aus den dem Messungen somit eine Induktivität von (13 ± 1)mH für die Spule und eine Kapazität von (254 ± 15)nF.

Weiters wurde die Phasenverschiebung zwischen den beiden Signalen bei der Spule bei 10kHz direkt am Oszilloskop gemessen und dies ergab einen Wert von 11µs. Mittels den Formeln

$\varphi[s] = 1/\omega * \arctan(\omega * L/R)$

$\varphi[s] = 1/\omega * \arctan(-1 / (\omega * C * R))$

Durch Rechnung kommt man auf einen Wert von 10µs. Im Falle des Kondensators wurde die Phasenverschiebung bei einer Frequenz von 1kHz direkt gemessen. Wir erhielten einen Wert von 108µs, während wir durch Rechnung auf 91µs kommen.

Interpretation

In den einführenden Experimenten des Versuchs sollten wir uns nur mit dem Oszilloskop vertraut machen und stellten zum Beispiel fest, dass die am Frequenzgenerator angezeigte Spannung eine Peak-to-Peak Spannung ist. Nach einigen kleineren Übungen kamen wir zur ersten richtigen Messung. Hier stellten wir fest, dass der mittels eines Spannungsteilers gemessene Widerstand etwas zu sehr vom Messwert, den wir mittels des Ohmmeters erhielten abweicht. Infolge wechselten wir vom alten Oszilloskop zu dem neuen Gerät. Das Messergebnis mit den neunen Oszilloskop gab schon eine wesentlich bessere Übereinstimmung mit dem Ergebnis der Ohmmetermessung.
Bei der nächsten Messung wurde der unbekannte ohmsche Widerstand im Spannungsteiler durch eine Spule und später durch einen Kondensator ersetzt. Beim Eintragen der Messergebnisse in ein Frequenz-Impedanz-Diagramm zeigte sich bei der Spule ein linearer Zusammenhang zwischen Frequenz und Widerstand. Beim Kondensator jedoch war die Kurve keines Wegs linear, sonder entsprach vielmehr einer Funktion des Typs 1/x. Somit trugen wir anstelle der Frequenz die Schwingungsdauer gegen die Impedanz auf, was wieder einen schönen linearen Zusammenhang liefert. Dieser Versuch zeigte sehr schön, dass wie man eigentlich schon aus den Formeln erkennen müsste, dass der Widerstand einer Spule im Wechselstrombetrieb linear mit der Frequenz zunimmt, während der Widerstand eines Kondensators mit zunehmender Frequenz abnimmt(also nimmt er bei größer werdende Schwingungsdauer linear zu). Die Messung der Phasenverschiebung sollte das Nachhinken bzw. das Vorauseilen der Spannung bei Stromkreisen mit Kondensatoren bzw. Spulen zeigen. Jedoch stimmten die Messwerte hier nicht so gut mit den Berechnungen überein, was eventuell an den zusätzlichen ohmschen Widerstand der Stromleitungen lag oder irgendwelchen anderen Ungenauigkeiten im Messvorgang.

Tiefpass / Hochpass

Durchführung

Mit der vorher bestimmten Kapazität und einem geeigneten Widerstand sollen ein Tiefpass bzw. ein Hochpass gebildet werden.

Es ist das Frequenz- und Phasenverhalten eines einfachen linearen Übertragungssystems zu untersuchen Die Grenzfrequenz f_g liegt im Bereich 1 - 10 kHz liegt.

Die Frequenzabhängigkeit des Betrages der komplexen Übertragungsfunktion $\underline{A} = \frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e}$ soll in einem Bode-Diagramm dargestellt werden. Der Amplitudengang wird in doppelt logarithmischer Darstellung aufgetragen und für das Betragsverhältnis wird in Dezibel angegeben. Am Frequenzgenerator wird die Frequenz erhöht und die Werte am Oszilloskop abgelesen. Die Auflösung in Time pro Division wird so gewählt, das der Abstand der Nulldurchgänge der beiden Schwingungen zueinander schön abgelesen werden können.

Zur Berechnung der Grenzfrequenz im geforderten Bereich zwischen 1 und 10 KHz wird $f_g = \frac{1}{2\pi}\omega_g = \frac{1}{2\pi RC}$ entsprechend auf R oder C umgeformt um die Größenordnung des Bauteils aus den vorher verwendeten bzw. vorhandenen Bauteilen zu wählen.

Messwerte

R = 560 Ω

Tiefpass

ω [Hz]	U_1 [V]	U_2 [V]	$A_{Messung}$ [dB]	A_{Rechen} [dB]	Phasenverschiebung [°]	f/f_g
200	1,010	1,000	-0,09	-0,14	-10	0,16
500	1,000	0,920	-0,72	-0,79	-24	0,43
850	0,992	0,800	-1,87	-1,97	-37	0,76
1000	0,984	0,744	-2,43	-2,54	-42	0,89
1100	0,984	0,712	-2,81	-2,93	-44	0,98
1200	0,976	0,680	-3,14	-3,32	-47	1,07
1500	0,968	0,600	-4,15	-4,46	-53	1,32
1750	0,960	0,536	-5,06	-5,36	-57	1,56
2000	0,952	0,480	-5,95	-6,22	-61	1,78
3000	0,952	0,352	-8,64	-9,12	-70	2,68

Hochpass

ω [Hz]	U_1 [V]	U_2 [V]	$A_{Messung}$ [dB]	A_{Rechen} [dB]	Phasenverschiebung [°]	f/f_g
5000	0,960	0,936	-0,22	-0,21	-13	4,46
3000	0,968	0,904	-0,59	-0,57	-20	2,68
2000	0,976	0,848	-1,22	-1,19	-29	1,78
1500	0,984	0,784	-1,97	-1,93	-37	1,34
1200	0,992	0,720	-2,78	-2,72	-43	1,07
1100	1,000	0,696	-3,15	-3,09	-46	0,98
1000	1,000	0,664	-3,56	-3,53	-48	0,89
800	1,000	0,584	-4,67	-4,72	-54	0,71
650	1,020	0,464	-6,84	-5,99	-60	0,58
500	1,020	0,280	-11,23	-7,80	-66	0,45

Auswertung

Als aller erstes wurde die Grenzfrequenz f_g errechnet um den Messbereich besser abstecken zu können. Hierzu verwendeten wir die Formel:

$f_g = 1/(2*\pi*R*C)$

Diese Rechnung ergab eine bei den von uns verwendeten Bauteilen(Kondensator aus dem vorherigen Beispiel mit der dort ermittelten Kapazität und ein ohmscher Widerstand von 560Ω) eine Grenzfrequenz von 1121Hz. Um aus der gemessenen Eingangsspannung U_1 und der Ausgangspannung U_2 den Amplitudengang zu errechnen muss, man ganz einfach mit der Formel:

$A = 20*\log(U_2/U_1)$

Weiters wurde auch aus den Rahmenbedingungen der Schaltung der zu erwartende Amplitudengang errechnet um ihn dann mit dem gemessen vergleichen zu können. Dazu verwendeten wir für den Tiefpass folgende Formel

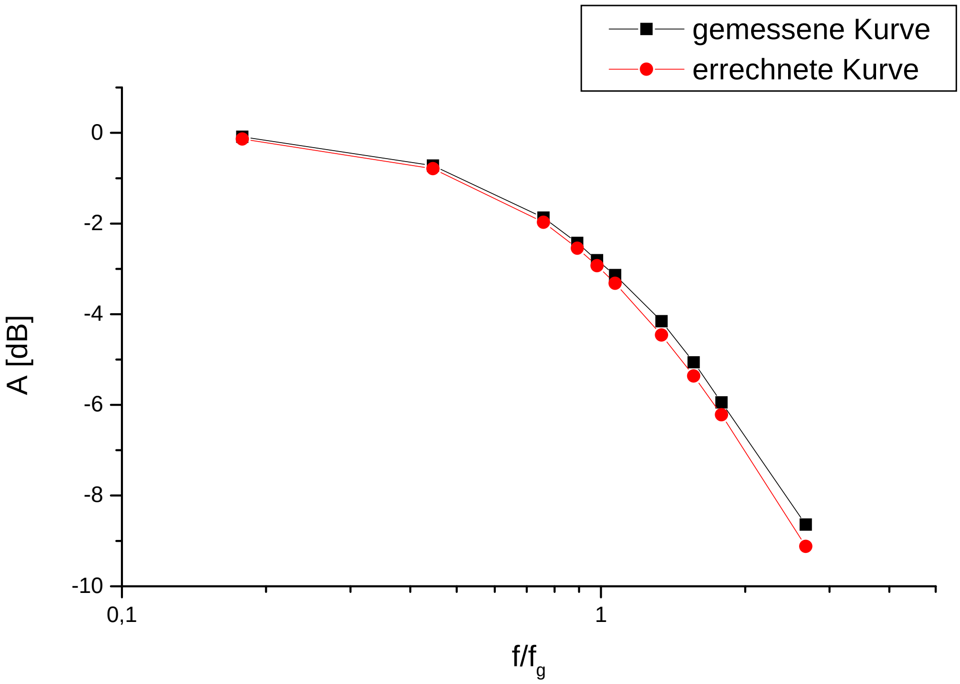
$A = 1 / \text{WURZEL} (1 + \omega^2*R^2*C^2)$

und für den Hochpass:

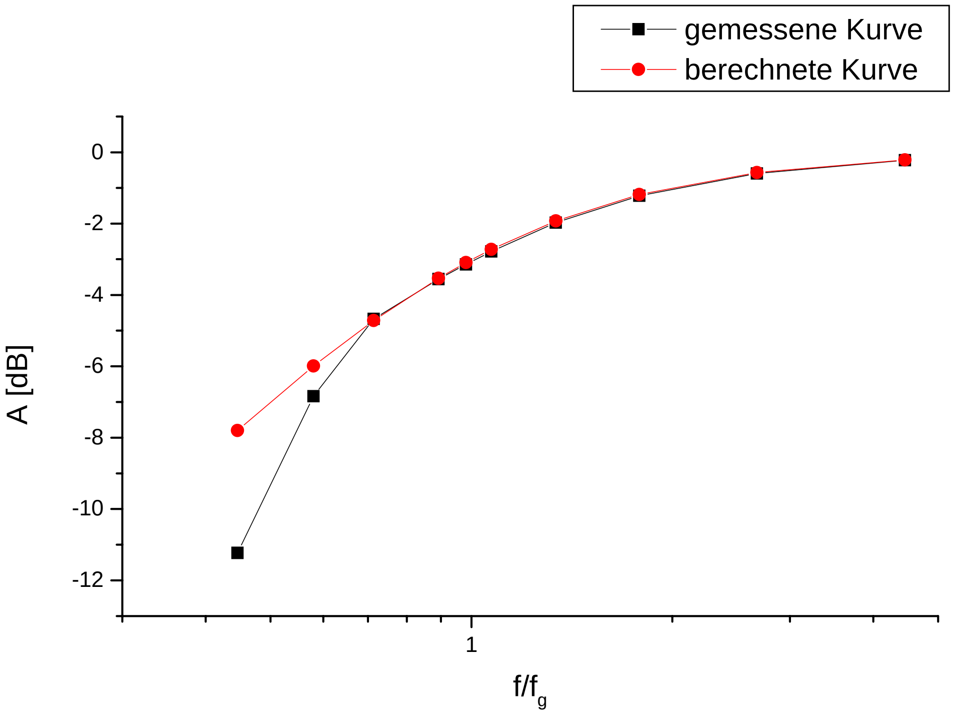
A = 1 / WURZEL (1 + 1 / (ω^2 * R^2 * C^2))

Anschließend wurden der errechnete Graph und der gemessene in ein Bode-Diagramm aufgetragen und verglichen.

Tiefpass



Hochpass



Interpretation

Die Messkurven und die errechneten Kurven stimmen fast genau überein. Es gibt nur beim Hochpass bei niedrigen Frequenzen einen etwas stärkeren Abfall als errechnet. Weiters es klar ersichtlich, dass der Tiefpass die niedrigen Frequenzen durchlässt und hohe dämpft, während der Hochpass die höheren Frequenzen passieren lässt und niedrige schwächt.